

# ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ТРЕХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ВИНКЛЕРА ПРИ МГНОВЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Д.В. Леоненко

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

Трехслойные стержни, пластины и оболочки широко применяются в современных отраслях промышленности, что обуславливает необходимость разработки методов их расчета [1]. Динамическое нагружение трехслойных стержней, в том числе и при терморadiационных воздействиях, исследовано в работах [2–4]. Здесь рассматриваются колебания трехслойного стержня, скрепленного с упругим основанием Винклера, возбужденные поверхностными мгновенными локальными и сосредоточенными нагрузками.

Стержень состоит из двух наружных несущих слоев и заполнителя. Для изотропных несущих слоёв приняты гипотезы Бернулли, в жёстком сжимаемом заполнителе перемещения меняются линейно. К внешней поверхности первого несущего слоя приложены динамическая поверхностные импульсная нагрузка  $q(x, t)$ . На нижнюю поверхность второго несущего слоя действует реакция винклеровского основания  $q_r(x, t)$ . На границах контакта слоев используются условия непрерывности перемещений.

Искомыми считаются прогибы и продольные перемещения срединных поверхностей несущих слоёв  $w_k(x, t)$  и  $u_k(x, t)$ , ( $k = 1, 2$ ), определяемые из системы движения:

$$\begin{aligned}
 & a_1 u_1 - a_1 u_2 - a_4 u_{1,xx} - a_5 u_{2,xx} + a_2 w_{1,x} + a_3 w_{2,x} - 2a_6 w_{1,xxx} + a_7 w_{2,xxx} + m_1 \ddot{u}_1 = 0; \\
 & -a_1 u_1 + a_1 u_2 - a_5 u_{1,xx} - a_9 u_{2,xx} - a_3 w_{1,x} - a_2 w_{2,x} - a_6 w_{1,xxx} + 2a_7 w_{2,xxx} + m_2 \ddot{u}_2 = 0; \\
 & a_{10} u_{1,x} - a_{17} u_{2,x} + 2a_6 u_{1,xxx} + a_6 u_{2,xxx} + a_{11} w_{1,xx} - a_{12} w_{2,xx} + \\
 & + a_{15} w_{1,xxx} - a_{16} w_{2,xxx} + a_8 w_1 - a_8 w_2 + m_1 \ddot{w}_1 - m_3 \ddot{w}_{1,xx} = q; \\
 & -a_3 u_{1,x} + a_{17} u_{2,x} - a_7 u_{1,xxx} - 2a_7 u_{2,xxx} - a_{12} w_{1,xx} + a_{14} w_{2,xx} - \\
 & -a_{16} w_{1,xxx} + a_{13} w_{2,xxx} - a_8 w_1 + (a_8 + k_0) w_2 + m_2 \ddot{w}_2 - m_4 \ddot{w}_{2,xx} = 0. \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $a_i$  и  $m_j$  – жесткостные и массовые коэффициенты стержня,  $k_0$  – коэффициент постели упругого основания; запятая в нижнем индексе обозначает производную по следующей за ней координате; две точки над перемещениями – вторую производную по времени.

Решение системы (1) проводится методом Бубнова –Галеркина. Для этого искомые перемещения  $u_1(x)$ ,  $u_2(x)$ ,  $w_1(x)$ ,  $w_2(x)$  и нагрузку  $q(x, t)$  представляется в виде разложения в ряды:

$$u_1(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{1m}(x) T_{m1}(t), \quad u_2(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{2m} T_{m2}(t),$$

$$w_1(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{3m} T_{m3}(t), \quad w_2(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{4m} T_{m4}(t), \quad q(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{5m} q_m(t),$$

где  $q_m(t)$  – коэффициенты разложения нагрузки в ряд,  $\psi_{im}$  – базисные функции, удовлетворяющие граничным условиям задачи ( $i = 1 \dots 5$ ),  $T_{mi}(t)$  – функция времени.

Рассмотрены частные случаи импульсного воздействия: локальная равномерно-распределенная нагрузка, сосредоточенная сила и момент. Для каждого нагружения определены параметры разложения  $q_m(t)$ . Проведен численный анализ.

Таким образом, в работе поставлена и решена задача о вынужденных колебаниях трехслойного стержня, скреплённого с упругим основанием Винклера при действии импульсного локального нагружения. Численный анализ показал, что импульсная нагрузка и очень жесткое основание в совокупности могут оказывать серьезное влияние на напряженно-деформированное состояние трехслойного стержня.

### Литература

1. Болотин, В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин Ю.Н. Новичков. – Москва: «Машиностроение», 1980. – 375 с.
2. Старовойтов, Э. И. Трехслойные стержни в терморadiационных полях / Э. И. Старовойтов, М. А. Журавков, Д. В. Леоненко. – Минск: Беларуская навука, 2017. – 276 с.
3. Старовойтов, Э.И. трехслойного стержня в температурном поле/ Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко. // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – № 1 (22). – С. 31–35.
4. Starovoitov, É.I. Dynamics of three-layer bars / É.I. Starovoitov, D.V. Leonenko, A.V. Yarovaya // Strength of Materials. – 2006. – Vol. 41, no. 7. – Pp. 668–679.