

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г.Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД –13477/уч.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОННЫХ И АТОМНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 03

Прикладная математика (по направлениям)

направление специальности

1-31 03 03-01
деятельность)

Прикладная математика (научно-производственная

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования I ступени ОСВО 1-31 03 03-2013 по специальности 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям) и учебного плана №G31-173/уч. от 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

Л.Ф. Макаренко, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Е.А. Левчук, старший преподаватель кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета

РЕЦЕНЗЕНТ:

С.Б. Ластовский, заведующий лабораторией радиационных созддействий института физики твердого тела и полупроводников НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики БГУ
(протокол № 18 от 08.06.2023);

Учебно-методической комиссией факультета прикладной математики и информатики БГУ
(протокол № 9 от 27.06.2023)

Заведующий кафедрой
вычислительной математики



В.И.Репников

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Аналитические и численные модели электронных и атомных процессов в полупроводниковых структурах» – формирование у студентов знаний и навыков в области моделирования полупроводниковых приборов и технологии их изготовления.

В рамках поставленной цели **задачи учебной дисциплины** состоят в следующем:

- обучение основным понятиям физики полупроводников;
- ознакомление с дифференциальными задачами, используемыми при моделировании электронных и атомных процессов в полупроводниках, технологических процессов создания полупроводниковых структур;
- обучение студентов основным приближенным методам решения задач математического моделирования полупроводниковых структур;
- обучение студентов основам моделирования физических процессов с использованием системы Matlab.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием: учебная дисциплина «Аналитические и численные модели электронных и атомных процессов в полупроводниковых структурах» относится к **циклу** дисциплин специализации (1-31 03 03-01 11 математическая кибернетика) компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами. Основой для изучения данной дисциплины являются такие дисциплины как: "Уравнения математической физики", "Основы математического моделирования электромагнитных полей", "Методы численного анализа", "Численные методы математической физики". Учебная дисциплина связана с дисциплинами "Метод конечных элементов", "Компьютерный сервис вычислительного эксперимента", "Математическое моделирование".

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины "Аналитические и численные модели электронных и атомных процессов в полупроводниковых структурах" должно обеспечить формирование следующих компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и прикладных задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-2. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области прикладной математики.

ПК-19. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-23. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия физики полупроводников и принципы функционирования простейших полупроводниковых приборов;

- математические модели, используемые для описания функционирования и создания различных полупроводниковых приборов и структур;

уметь:

- реализовывать численные методы моделирования базовых полупроводниковых приборов;

- применять вычислительный эксперимент для исследования характеристик полупроводниковых структур;

владеть:

- навыками использования системы Matlab для компьютерного моделирования физических процессов в полупроводниковых структурах и методов их создания.

Структура учебной дисциплины.

Дисциплина изучается в 7 семестре очной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Аналитические и численные модели электронных и атомных процессов в полупроводниковых структурах» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 159 часов, в том числе 68 аудиторных часа, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 ч.

Трудоемкость учебной дисциплины – 4.5 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет и экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Основные свойства полупроводников

Основные понятия физики полупроводников. Электроны и дырки. Доноры и акцепторы. Легирование полупроводников. Энергетическая зонная структура полупроводников. Полупроводники в условиях равновесия. Зона проводимости и валентная зона. Плотность состояний в разрешенных зонах. Уровень Ферми. Уравнение электронейтральности. Температурная зависимость концентрации носителей заряда в легированных полупроводниках. Математическое описание процессов диффузии, дрейфа и рекомбинации.

Тема 2. Моделирование физических процессов в системе Matlab

Основы работы в Matlab. Знакомство с интерфейсом Matlab. Типы данных. Матрицы и операции с ними. Программирование в Matlab. Решение основных задач линейной алгебры.

Средства визуализации функций. Графики функций одной переменной. Трехмерная графика. Форматирование графиков. Линии уровня.

Функции Matlab численного решения задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы для решения жестких задач.

Пакеты расширения Toolbox в Matlab. Основные пакеты расширения для приближенных расчетов. PDE Toolbox. Curve Fitting Toolbox. Symbolic Math Toolbox. Optimization Toolbox. Parallel Computing Toolbox.

Тема 3. Моделирование характеристик диодных и транзисторных структур

Уравнения физико-топологической модели. p-n переход в условиях равновесия. Уравнение ВАХ идеального диода. Емкостные свойства p-n перехода. Плотность квантовых состояний. Сужение ширины запрещенной зоны. Модели подвижности. Модели процессов рекомбинации-генерации. Макроскопическая модель диэлектрика. Граничные условия. Адекватность макроскопических моделей.

Эмпирические модели электрофизических параметров легированного кремния. Подвижность основных носителей. Модели параметров неосновных носителей. Лавинная генерация носителей.

Основные элементы транзистора. Принципы работы биполярного транзистора. Принципы работы полевого транзистора. Биполярный транзистор как ключевой элемент интегральных схем. Инверторы на МОП-транзисторах.

Тема 4. Численное моделирование простейших диодных и транзисторных структур

Численное моделирование распределения электрического поля в одномерном р-п переходе. Метод интегрального тождества. Функции Matlab численного решения нелинейных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Аппроксимация уравнений непрерывности. Аппроксимация граничных условий.

Моделирование стационарных электрических полей и токов в полупроводниках в двумерном случае. Использование метода конечных элементов для решения двумерного уравнения Пуассона.

Тема 5. Математические модели технологических процессов изготовления интегральных схем

Общее описание технологии изготовления интегральных схем. Подготовительные операции. Эпитаксия. Диффузия примесей. Термическое окисление, фотолитография, травление, локальное легирование.

Модели процессов окисления и эпитаксии. Математическое описание процессов диффузии. Законы Фика. Влияние электрического поля на диффузию заряженных примесей.

Тема 6. Аналитическое и численное моделирование диффузионных процессов в полупроводниках

Аналитические модели линейной диффузии в полубесконечном полупроводнике. Аналитические методы решения диффузионных задач. Методы интегральных преобразований.

Разностные схемы для задач диффузии. Характеристика разностных схем. Реализация метода конечных разностей для параболических задач в Matlab. Решение смешанных задач для нелинейных уравнений в частных производных в Matlab. Численное решение нелинейной задачи диффузии.

Математическое описание процесса окисления кремния. Зависимость толщины окисла от времени и условий окисления. Сегрегация примесей на границе кремний-окисел.

Решение задач сопряжения для уравнения диффузии в Matlab. Численное моделирование диффузии в неоднородных средах с помощью задач сопряжения.

Тема 7. Моделирование процессов ионной имплантации

Описание процессов ионной имплантации примесей в полупроводники. Гауссово распределение ионно-имплантированных примесей. Распределение Пирсона ионно-имплантированных примесей. Моделирование имплантации в многослойную структуру. Метод построения функции распределения концентрации имплантированной примеси в двумерных структурах.

Моделирование процессов имплантации на основе кинетического уравнения. Моделирование ионной имплантации методом Монте-Карло. Метод молекулярной динамики.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские (практические) занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Основные свойства полупроводников	6					Экспресс-опрос
2	Моделирование физических процессов в системе Matlab				10		Отчет по лабораторной работе
3	Моделирование характеристик диодных и транзисторных структур	10					Экспресс-опрос
4	Численное моделирование простейших диодных и транзисторных структур				8	2	Отчет по лабораторной работе, контрольная работа
5	Математические модели технологических процессов изготовления интегральных схем	6					Экспресс-опрос, коллоквиум
6	Аналитическое и численное моделирование диффузионных процессов в полупроводниках	4			8	2	Отчет по лабораторной работе, контрольная работа
7	Моделирование процессов ионной имплантации	8			4		Экспресс-опрос, коллоквиум
	Всего	34			30	4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Васильев, В.Ю. Современное производство изделий микроэлектроники. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2019. – 88 с.
2. Вабищевич, П.Н. Численные методы. Вычислительный практикум / П.Н. Вабищевич. – М.: Либроком, 2010. – 320 с.
3. Поклонский, Н.А. Физика полупроводниковых систем. Основные понятия / Н.А. Поклонский, С.А. Вyrко, О.Н. Поклонская. – Мн.: Беларуская навука, 2023. – 311 с.
4. Грундман, М. Основы физики полупроводников. Нанозифика и технические приложения / М. Грундман ; пер. с англ. под ред. В.А. Гергея. – М.: Физматлит, 2012. – 771 с.
5. Абрамов, И.И. Основы моделирования элементов микро- и наноэлектроники / И.И. Абрамов. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 437 с.
6. Королёв, М. А. Технология, конструкции и методы моделирования кремниевых интегральных микросхем : в 2 ч. / М. А. Королёв, Т. Ю. Крупкина, М. А. Ревелева. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2021. – Ч. 1 : Технологические процессы изготовления кремниевых интегральных схем и их моделирование. – 397 с.

Перечень дополнительной литературы

7. Бубенников, А.Н. Моделирование интегральных микротехнологий, приборов и схем / А.Н. Бубенников. – М.: Высшая школа, 1989. – 320 с.
8. Маллер, Р., Кейминс Т. Элементы интегральных схем / Р. Маллер, Т. Кейминс. – М.: Мир, 1989. – 630 с.
9. Тилл, У.. Интегральные схемы. Материалы, приборы, изготовление / У. Тилл, Дж. Лаксон. – М.: Мир, 1985. – 501 с.
10. Абрамов, И.И. Моделирование физических процессов в элементах кремниевых интегральных микросхем / И.И. Абрамов. – Мн.: БГУИР, 1999. – 189 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- отчеты по лабораторным работам;
- письменные контрольные работы;
- устные экспресс-опросы;
- коллоквиум.

Лабораторные работы, как правило, представляют собой задания, включающие постановку дифференциальной задачи, описывающей заданную физическую систему, а также программную реализацию указанного численного метода в системе Matlab, проведение вычислительного эксперимента и комментарии по его итогам. Рекомендуемая форма отчетности по лабораторной работе – письменный отчет. Лабораторная работа оценивается по 10-балльной шкале. Отметка за лабораторную работу может быть снижена в случае несвоевременного выполнения.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким темам дисциплины. Они включают 4–5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной отметки контрольная работа может быть переписана.

Устный экспресс-опрос студентов проводится в свободной форме в течение лабораторных и лекционных занятий. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении рейтинговой оценки в конце семестра.

Коллоквиум проводится в устной форме и оценивается по 10-балльной шкале.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Аналитические и численные модели электронных и атомных процессов в полупроводниковых структурах» учебным планом предусмотрены **зачет** и **экзамен**.

Используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- отчеты по лабораторным работам – 50 %;
- контрольные работы – 20 %;
- коллоквиум – 20 %,
- устный экспресс-опрос – 10 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 40% и экзаменационной отметки – 60%.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 4. Численное моделирование простейших диодных и транзисторных структур.

Задание: Провести численный расчет распределения электрического поля в двумерной полупроводниковой структуре. (2 ч)

1. Записать постановку задачи для нелинейного уравнения Пуассона, описывающего распределение стационарного электрического поля для указанной в варианте полупроводниковой структуры.

2. Построить алгоритм решения задачи для нелинейного уравнения Пуассона с помощью метода конечных элементов и метода Ньютона решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

3. Реализовать построенные алгоритмы, используя средства пакета расширения Matlab PDE Toolbox.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Тема 6. Аналитическое и численное моделирование диффузионных процессов в полупроводниках.

Задание: Провести численное моделирование диффузии примеси в неоднородной среде с использованием задач сопряжения. (2 ч)

1. Записать постановку задачи для уравнения диффузии в слоистой среде (конфигурация области указывается в варианте).

2. Построить разностную схему поставленной задачи.

3. Реализовать разностную схему в среде Matlab. Построить профили распределения примесей в различные моменты времени. Исследовать влияние параметров модели на распространение примесей.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Примеры заданий к контрольным работам

Контрольная работа 1

1. Записать постановку задачи для распределения стационарного электрического поля в р-п переходе. Найти аналитическое решение в приближении области обеднения. Концентрация акцепторной примеси в р-области ($-2 < x < 0$) $N_a = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, концентрация донорной примеси в п-области ($0 < x < 2$) задается функцией:

$$N_d(x) = \begin{cases} 10^{14} \cdot (2x - x^2) \text{ см}^{-3}, & x < 1 \\ 10^{14} \text{ см}^{-3}, & x \geq 1 \end{cases}.$$

2. Найти численное решение задачи из задания 1 с помощью Matlab.

3. Найти аналитическое решение линеаризованных уравнений непрерывности для концентрации электронов и дырок. Концентрации легирующих примесей $N_d = 8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $N_a = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, приведенные плотности состояний $n_1 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $p_1 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, равновесные концентрации заполненных и незаполненных ловушек $N_t^- = N_t^0 = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, скорости захвата $\alpha_n = 2 \cdot 10^{-13} \text{ с}^{-1}$, $\alpha_p = 4 \cdot 10^{-13} \text{ с}^{-1}$ Генерация электронно-дырочных пар происходит по закону: $g(t) = 10^{15} \cdot \exp(-t) \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$.

4. Найти численное решение задачи из задания 3 с помощью Matlab.

Контрольная работа 2

1. Записать постановку задачи для диффузии примеси в области $0 < x < 1$ при начальной концентрации $N_0 = 10$. Границу $x = 0$ полагать связывающей, границу $x = 1$ – отражающей, коэффициент диффузии $D = 1$.

2. Найти решение задачи из задания 1 с помощью метода разделения переменных.

3. Найти численное решение задачи из задания 1 с помощью функций Matlab.

4. Построить разностную схему второго порядка аппроксимации по пространственной переменной для задачи из задания 1.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации занятий используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используется **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Аналитические и численные модели электронных и атомных процессов в полупроводниковых структурах» следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения

студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Типы данных Matlab. Матрицы и операции над ними.
2. Функции Matlab численного решения задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Метод интегрального тождества для расчета электрического поля в одномерном p-n переходе.
4. Расчет распределения электрического поля в одномерном p-n переходе с помощью функций Matlab.
5. Аппроксимация уравнений непрерывности и граничных условий при моделировании электрического поля в одномерном p-n переходе.
6. Использование метода конечных элементов для решения двумерного уравнения Пуассона.
7. Метод интегральных преобразований решения диффузионных задач в полубесконечном полупроводнике.
8. Реализация метода конечных разностей для параболических задач в Matlab.
9. Решение смешанных задач для нелинейных параболических уравнений в Matlab.
10. Моделирование диффузии в неоднородных средах с помощью задач сопряжения в Matlab.
11. Моделирование ионной имплантации с помощью решения кинетических уравнений.
12. Моделирование ионной имплантации с помощью метода Монте-Карло.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Чистые и легированные полупроводники. Доноры и акцепторы. Уравнение электронейтральности.
2. Движение свободных носителей заряда в полупроводниках – диффузия и дрейф. Вывод выражений, определяющих плотности диффузионных и дрейфовых токов. Соотношение Эйнштейна.
3. Вывод уравнения непрерывности.
4. p-n переход в равновесии. Распределение носителей заряда в p-n переходе.
5. Ширина области пространственного заряда в p-n переходе.
6. Вывод уравнения ВАХ идеального p-n перехода.
7. ВАХ p-n перехода с учетом рекомбинации
8. Технологические процессы изготовления интегральных схем

9. Вывод законов Фика
10. Применение преобразования Фурье для решения диффузионных задач. Вывод формулы Пуассона.
11. Применение преобразования Лапласа для решения диффузионных задач. Интеграл Дюамеля.
12. Нахождение решений для уравнения диффузии в случае полуограниченного тела.
13. Краевые задачи диффузии при наличии границы двух фаз и с учетом электрических полей.
14. Краевые задачи диффузии для моделирования перераспределения примеси при эпитаксии и окислении.
15. Практическая реализация процесса ионной имплантации. Физические процессы при взаимодействии ионов с полупроводниками.
16. Использование кинетического уравнения для моделирования ионной имплантации.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Компьютерный сервис вычислительного эксперимента	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет предложений	Изменений не требуется (протокол № 18 от 08.06.2023)
2. Математическое моделирование	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет предложений	Изменений не требуется (протокол № 18 от 08.06.2023)
3. Метод конечных элементов	Кафедра вычислительной математики	Нет предложений	Изменений не требуется (протокол № 18 от 08.06.2023)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на _____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
вычислительной математики (протокол №____ от _____)

Заведующий кафедрой

доцент, канд. ф.-м. н.

(степень, звание)

(подпись)

В.И. Репников

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

доцент, канд. ф.-м. н.

(степень, звание)

(подпись)

Ю.Л. Орлович

(И.О.Фамилия)