

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

15 июля 2024 г.

Регистрационный №УД-13413/уч.



ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности:

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021 и учебного плана № G31-1-016/уч. от 25.05.2021, G31-1-010уч-ин. 31.05.2021, G31-1-208/уч. 22.03.2022, G31-1-220 уч.ин. от 27.05.2022.

СОСТАВИТЕЛИ:

Ромашенко Галина Станиславовна, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 12 от 28.05.2024);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 9 от 28.06.2024)

Заведующий кафедрой ФАиАЭ,
Профессор



А.В.Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – повышение уровня профессиональной компетентности в исследовании проблем оптимизации сложной организационной деятельности и разрешении конфликтных ситуаций в социальных и производственных структурах.

Задачи учебной дисциплины:

Привить навыки построения математических моделей различных прикладных задач с помощью теории графов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дискретная математика» компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплины «Алгебра и теория чисел». Дисциплина имеет тесную связь с курсами «Дискретная математика», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Исследование операций» должно обеспечить формирование следующих специализированных компетенций.

***специализированные* компетенции:**

Применять основные понятия, утверждения и методы решения базовых задач дискретной математики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- приложения линейного программирования в исследовании операций;
- понятия и алгоритмы, связанные с дискретными задачами оптимизации, которые формулируются на языке ориентированных графов.

уметь:

- использовать симплекс-метод для решения задач линейного программирования;
- строить модели комбинаторных задач в терминах линейного и целочисленного программирования;
- использовать основные методы и алгоритмы теории математического программирования для решения задач дискретной оптимизации;
- строить математические модели дискретных задач оптимизации, задач линейного программирования.

владеть:

- методами решения экстремальных задач теории графов;

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 7 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций» отведено:

– для очной формы получения высшего образования: 90 часов, в том числе 54 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Экстремальные задачи на графах

Тема 1.1. Элементарные понятия, связанные с неориентированными графами.

В данной теме изучаются способы задания неориентированного графа, операции над графами, основная лемма теории графов и следствия из нее, теоремы об эйлеровости графа, о свойствах графа-дерево, рассмотрены алгоритмы построения эйлерового цикла, остовного дерева минимального веса.

Тема 1.2. Элементарные понятия, связанные с ориентированными графами.

Изучаются алгоритм Дейкстры и модифицированный алгоритм Дейкстры для графов с отрицательными ребрами.

Тема 1.3. Алгоритмы нахождения минимального расстояния между фиксированной вершиной и остальными, и между любыми двумя вершинами.

Здесь изучаются алгоритмы нахождения кратчайших путей между вершинами ориентированного графа, рассмотрена проблема поиска отрицательного цикла в графе, приведена модификация алгоритма Флойда для решения задачи об узких местах.

Тема 1.4. Сети, потоки.

В данной теме изучаются алгоритмы построения потоков максимальной мощности и потоков заданной мощности минимальной стоимости.

Тема 1.5. Метод ветвей и границ.

Решается задача поиска в графе гамильтонового цикла минимальной суммарной длины. Рассматривается применение алгоритма Литтла к задаче коммивояжера.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия		
1	2	3	4	5	6	8	9
1	Экстремальные задачи на графах	36	14			4	
1.1	Элементарные понятия, связанные с неориентированными графами.						
1.1.1	Неориентированные графы. Способы задания графов. Операции над графами.	2	1				Проверка домашней работы, устный опрос
1.1.2	Деревья. Алгоритмы построения остовного дерева минимального веса.	5	2				Проверка домашней работы, устный опрос
1.1.3	Эйлеровый цикл	1	1				Проверка домашней работы, устный опрос
1.2	Элементарные понятия, связанные с ориентированными графами.						
1.2.1	Ориентированные графы. Маршруты, цепи, циклы.	2					
1.3	Алгоритмы нахождения минимального расстояния между фиксированной						

	вершиной и остальными, и между любыми двумя вершинами						
1.3.1	Задача о нахождении кратчайшей цепи между двумя заданными вершинами. Алгоритм Дийкстры. Поиск всех кратчайших путей в графе. Модифицированный алгоритм Дийкстры.	4	2				Проверка домашней работы, устный опрос
1.3.2	Алгоритм Флойда. Нахождение отрицательных циклов в графе. Задача об узких местах.	5	2			2	Контрольная работа. Проверка домашней работы, устный опрос
1.4	Сети, потоки.						
1.4.1	Мощность потока, разрезы, дивергенция на разрезе, пропускная способность разреза. Теорема о разложении положительного потока. Алгоритмы нахождения потока максимальной мощности (алгоритм Форда-Фалкерсона)/ Задачи, сводящиеся к алгоритму Форда-Фалкерсона	8	2				Проверка домашней работы, устный опрос
1.4.2	Алгоритмы нахождения потоков заданной мощности, минимальной стоимости (алгоритмы Басакера-Гоуэна, Клейна).	3	2				Проверка домашней работы, устный опрос
1.5	Метод ветвей и границ.						
1.5.1	Гамильтоновы циклы. Задача коммивояжера и алгоритм Литтла.	6	2			2	Контрольная работа. Проверка домашней работы
	Всего по дисциплине	36	14			4	зачет

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Катаргин, Н. В. Сетевые модели в задачах экономики : учебник / Н. В. Катаргин, В. П. Невежин. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 172 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126936>.
2. Донкова, И. А. Исследование операций и методы оптимизации : учебное пособие / И. А. Донкова ; Тюменский гос. ун-т. - Москва : ПРОСПЕКТ, 2020. – 195 с.
3. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие для специальности 1-40 05 01 "Информационные системы и технологии (по направлениям)" / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина ; М-во образования Республики Беларусь, БГУИР, Инженерно-экономический факультет, Кафедра экономической информатики. - Минск : БГУИР, 2021. - 121 с.

Дополнительная литература

1. Алгоритмы: построение и анализ : [пер. с англ.] / Томас Кормен [и др.]. - 3-е изд. - Москва; Санкт-Петербург : Вильямс, 2018. - 1323 с
2. Ху, Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях / Т. Ху – М.: МИР, 1974. – 520 с.
3. Форд, Л.Р. Потоки в сетях. / Л.Р. Форд, Д.Р. Фалкерсон – М.: МИР, 1966. – 276 с.
4. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари – М.: МИР, 1973. – 300 с.
5. Оре, О. Теория графов / О. Оре – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. Лит., 1980. – 336 с.
6. Майника, Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах / Э. Майника – М.: Мир, 1981. – 324 с.
7. Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2021. - 383 с.
8. Вентцель, Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель – М.: ЮСТИЦИЯ, 2018. – 192 с.
9. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций: Учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – М.: Дашков и К, 2016. – 400 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Исследование операций» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются: – устный опрос; проверка домашних заданий, контрольные работы.

Отметка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов и т. д. Отметка за домашние задания включает правильность выполнения заданий, корректность используемых методов исследования, привлечение знаний из сопредельных областей. Полученные студентом количественные результаты учитываются как составная часть итоговой отметки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Контрольные работы проводятся в письменной форме два раза за время обучения по разделу по темам **1.1 - 1.3** и **1.4 - 1.5**. На выполнение отводится 80 минут.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Исследование операций» учебным планом предусмотрен зачет.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- устный опрос на аудиторных занятиях – 20%;
- проверка домашних работ – 20%;
- контрольные работы – 60%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) - 50 %, и отметки на зачете - 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.3. Алгоритмы нахождения минимального расстояния между фиксированной вершиной и остальными, и между любыми двумя вершинами

Изучить алгоритмы построения эйлерового цикла и остовного дерева для неориентированных графов. Для ориентированных графов найти кратчайший путь между заданной вершиной и остальными.

Форма контроля — контрольная работа

Тема 1.5. Метод ветвей и границ.

Найти поток максимальной мощности, потоки заданной мощности минимальной стоимости. Решить задачу коммивояжера.

Форма контроля — контрольная работа

Примерная тематика лабораторных занятий

1. Элементарные понятия, связанные с неориентированными графами. Решение олимпиадных задач с помощью теории графов, построение матриц, задающих граф. Операции с графами. Граф-дерево. Решение задач. Коды Прюфера.

2. Построение остовного дерева минимального веса. Алгоритмы Прима, Краскала и др. Эйлеровы графы, алгоритм построения эйлерового цикла.

3. Элементарные понятия, связанные с ориентированными графами. Алгоритмы нахождения минимального расстояния между фиксированной вершиной и остальными, и между любыми двумя вершинами. Алгоритм Дийкстры. Модифицированный алгоритм Дийкстры.

4. Алгоритм Флойда. Применение алгоритма Флойда для нахождения в графе циклов отрицательной длины.

5. Сети, потоки. Определение допустимого потока, мощности потока. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в сети. Применение модификации алгоритма Форда-Фалкерсона для задачи поиска «узких мест». Модификации алгоритма Форда-Фалкерсона для сетей с несколькими источниками и стоками, неориентированными ребрами, пропускными способностями вершин и т. п.

6. Алгоритмы построения потоков минимальной стоимости заданной мощности. Алгоритм Басакера-Гоуэна. Алгоритм Клейна.

7. Метод ветвей и границ. Алгоритм Литтла на примере решения задачи коммивояжера.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При организации образовательного процесса используются **методы и приёмы развития критического мышления**, которые представляют собой

систему, формирующую навыки работы с информацией, понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления, углубления и расширения полученных теоретических знаний, обучающихся;
- формирования умений использовать специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности обучающихся творческой инициативы, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине на учебных занятиях выполняется под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия. При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы обучающийся имеет право обращаться к преподавателю за консультацией.

Основным видом аудиторной самостоятельной работы при изучении учебной дисциплины являются подготовка ответов на тесты, решение качественных задач, предложенных в ходе занятия, участие в дискуссиях во время лекций и практических занятий.

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендуется использовать современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале смешанного и дистанционного обучения БГУ, содержащие учебные материалы (курс лекций, задания к домашним работам и т. д.).

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Неориентированный граф.
2. Вершина графа, ребро графа.
3. Порядок графа.
4. Полный граф.
5. Нулевой граф.
6. Псевдограф.
7. Мультиграф.
8. Смежные вершины.
9. Инцидентные ребра.
10. Степень вершины.
11. Изолированная вершина.
12. Теорема Эйлера о степенях вершин.

13. Матрица инцидентности.
14. Матрица смежности.
15. Маршрут.
16. Цепь.
17. Простая цепь.
18. Циклический маршрут.
19. Цикл.
20. Простой цикл.
21. Подграф.
22. Связная компонента графа.
23. Объединение графов.
24. Пересечение графов.
25. Разность графов.
26. Эйлеровый граф.
27. Теорема об эйлеровости графа.
28. Лес.
29. Дерево.
30. Теорема о признаках дерева.
31. Остовное дерево.
32. Ориентированный граф.
33. Дуга.
34. Ориентированный маршрут.
35. Ориентированная цепь.
36. Путь.
37. Контур.
38. Достижимые вершины.
39. Гамильтонов цикл.
40. Сеть.
41. Полюса.
42. Дивергенция.
43. Внутренние вершины.
44. Поток.
45. Циркуляция.
46. Мощность потока.
47. Разрез.
48. Дивергенция потока на разрезе.
49. Пропускная способность дуги.
50. Допустимый поток.
51. Пропускная способность разреза.
52. Максимальный поток.
53. Увеличивающая цепь.
54. Пропускная способность вершины.
55. Удельная стоимость.
56. Граф модифицированных стоимостей. Как строится, для каких

алгоритмов применяется.

57. Отличие обычного алгоритма Флойда от модификации для поиска узких мест.

58. Как найти в графе циклы отрицательной длины?

59. Когда нужно применять модифицированный алгоритм Дейкстры?

60. Для каких графов строятся коды Прюфера?

61. Как построить максимальный поток минимальной стоимости?

62. Дизъюнктное объединение графов.

63. Какие алгоритмы применяются для построения остовных деревьев?

64. В чем сходство и в чем различие алгоритмов Прима и Краскала?

65. Какой граф называется смешанным?

66. Что значит «вершина v достижима из вершины u »?

67. Чем отличается модифицированный алгоритм Дейкстры от обычного алгоритма Дейкстры?

68. Как модифицируется алгоритм Форда-Фалкерсона, если в сети несколько источников или стоков?

69. Как модифицировать алгоритм Форда-Фалкерсона, если вершины имеют пропускную способность?

70. Пропускная способность вершины.

71. Как модифицировать алгоритм Форда-Фалкерсона, если в сети есть неориентированные дуги?

72. Чем отличается алгоритм Басакера-Гоуэна от алгоритма Клейна?

73. В каких алгоритмах используется граф модифицированных стоимостей?

74. Что является результатом работы алгоритма Форда-Фалкерсона?

75. В чем смысл «штрафов» алгоритма Литтла?

76. Как строится стянутая матрица в алгоритме Литтла? На что нужно обратить внимание?

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой
Доктор физ.-мат. наук,
профессор



А.В. Лебедев

28. мая 2024 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)