

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

15 июля 2024 г.

Регистрационный №УД-13231/уч.



ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика

(математические методы и компьютерное моделирование в экономике)

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 06-2021 и учебного плана БГУ №G31-1-215/уч. от 22.03.2022.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Н.М. Дмитрук, заведующий кафедрой методов оптимального управления факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

О.И. Костюкова, главный научный сотрудник отдела математической теории систем Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси» доктор физико-математических наук, профессор;

И.К. Асмыкович, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного технологического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой методов оптимального управления БГУ
(протокол № 10 от 22.05.2024)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 28.06.2024)

Заведующий кафедрой методов
оптимального управления
Белорусского государственного университета,
кандидат физико-математических наук, доцент



Н.М. Дмитрук

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Оптимальное управление в экономической теории» знакомит студентов с задачами оптимизации макро- и микро- экономических моделей в непрерывном времени и основным методом анализа таких задач – принципом максимума Л.С. Понтрягина.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цели учебной дисциплины «Оптимальное управление в экономической теории»:

1. формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;
2. формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
3. формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений;
4. формирование у студентов знаний в области теории и методов решения задач оптимального управления;
5. формирование у студентов знаний, умений и навыков в области моделирования и анализа динамических процессов микро- и макроэкономики;
6. демонстрация того, как изученные математические методы могут применяться для получения обоснованных выводов о природе и закономерностях принятия решений в экономике.

Задачи учебной дисциплины «Оптимальное управление в экономической теории»:

1. изучение основных результатов качественной теории оптимального управления;
2. знакомство с основными современными микро- и макроэкономическими проблемами, основными моделями и инструментами экономического анализа;
3. формирование навыков математического моделирования экономических процессов и формулировки для них экстремальных задач;
4. освоение методов решения задач оптимального управления.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Оптимальное управление в экономической теории» относится к **дисциплинам специализации** компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины модуля «Математический анализ», дисциплины «Линейная алгебра», «Методы

оптимизации». Сведения из дисциплины «Оптимальное управление в экономической теории» являются базовыми для изучения следующих дисциплин специализации: «Программные средства решения задач оптимизации», «Оптимизация многошаговых процессов». Также служат базой для выполнения курсовых и дипломных работ.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Оптимальное управление в экономической теории» должно обеспечить формирование следующей **универсальной компетенции:**

УК. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- постановки задач оптимального управления;
- основные результаты теории оптимального управления;
- методы решения задач оптимального управления;
- базовые математические модели микро- и макроэкономики;

уметь:

- оперировать экономико-математическими понятиями;
- формулировать задачи оптимального управления для экономических процессов;
- применять методы оптимального управления к решению экономических задач;
- проводить анализ решения;

иметь навыки:

- использования основных аналитических инструментов для построения математических моделей экономики;
- решения задач оптимального управления;
- самостоятельной исследовательской работы для проведения экономических и математических исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Оптимальное управление в экономической теории» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины 3 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

ВВЕДЕНИЕ

Статические и динамические задачи оптимизации, возникающие в экономике. Примеры задач. Историческая справка. Цели и задачи курса.

РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Тема 1.1 Динамические системы

Содержательные примеры. Математическая модель динамической системы. Математическая модель управляемой системы. Классификация систем управления: непрерывные, дискретные, стационарные, нестационарные. Линейные системы управления. Формула Коши. Множество достижимости.

Тема 1.2. Задачи оптимального управления

Классы доступных управлений. Ограничения на управления. Ограничения на траекторию: задачи со свободными, закрепленными, подвижными концами траекторий, фазовые и смешанные ограничения. Допустимые управления. Типы критериев качества, эквивалентность критериев. Оптимальное управление. Математические формулировки задач оптимального управления для механических и экономических систем.

Тема 1.3. Простейшая задача терминального управления

Формулировка простейшей задачи оптимального управления. Гамильтониан. Сопряженная система. Условия трансверсальности. Формула приращения критерия качества. Принцип максимума Понтрягина в задаче терминального управления. Задачи с критериями качества типа Больца и Лагранжа. Обсуждение принципа максимума. Случаи достаточности принципа максимума. Связь с правилом множителей Лагранжа. Схема решения задач с помощью принципа максимума. Краевая задача принципа максимума. Решение модельных примеров.

Тема 1.4. Задачи с ограничениями на траекторию

Принцип максимума для задач с подвижным правым концом траектории. Задачи с закрепленными концами траектории. Формулировка задачи оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Функциональные множители Лагранжа. Сопряженная траектория и скачки сопряженной траектории. Условия оптимальности в общей задаче, случай достаточности условий. Задачи быстрогодействия. Экономическая интерпретация принципа максимума.

РАЗДЕЛ 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ

Тема 2.1. Неоклассическая модель экономического роста Солоу-Свона

Введение в теорию экономического роста. Неоклассическая производственная функция. Балансовое тождество. Норма накопления.

Интенсивные переменные. Основное дифференциальное уравнение модели. Траектория сбалансированного роста. Темпы роста капитала, труда и выпуска продукции. Золотое правило накопления. Остаток Солоу. Основные выводы из модели и ее недостатки.

Тема 2.2 Модель Рамсея оптимизации поведения потребителя

Функционал полезности потребления. Понятие дисконтирования. Математическая формализация модели. Условия оптимальности, условие трансверсальности. Анализ фазовой диаграммы. Оптимальное управление для модели Рамсея. Условия оптимальности в форме принципа максимума. Понятие дуги. Общая схема решения. Анализ дуг. Оптимальные траектории. Магистралы.

Тема 2.3. Модель Видала-Вульфа оптимизации рекламной стратегии фирмы

Уравнение динамики объема продаж товара фирмы с учетом инвестиций в рекламу. Критерий качества и ограничения задачи. Анализ условий принципа максимума. Анализ фазовых диаграмм. Построение оптимальных управлений и траекторий.

Тема 2.4. Динамическая модель фирмы, внедряющей новые технологии

Математическая модель фирмы с учетом внедрения новой технологии в один момент времени. Критерий качества и ограничения задачи. Схема решения. Оптимизация по управлениям. Оптимизация по моменту внедрения технологии. Анализ решения.

Тема 2.5. Оптимальное планирование выпусков товаров длительного пользования

Математическая модель фирмы, выпускающей товар длительного пользования. Задачи на полубесконечных интервалах времени. Сведение к задаче на конечном интервале. Применение принципа максимума в исследуемой задаче. Оптимизация по управлениям. Оптимальный выбор цены. Анализ решения. Варианты задачи с выпуском новых версий товара, подходы к решению.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
	Введение	2			
1	Основы теории оптимального управления				
1.1	Динамические системы	2			Устный опрос
1.2	Задачи оптимального управления	4	2		Устный опрос
1.3	Простейшая задача терминального управления	6	6	2	Решение задач. Расчетно-графическое задание №1
1.4	Задачи с ограничениями на траекторию	2	4		Решение задач
2	Исследование динамических моделей экономики				
2.1	Неоклассическая модель экономического роста Солоу-Свона	2	2		Устный опрос. Решение задач
2.2	Модель Рамсея оптимизации поведения потребителя	4	4		Расчетно-графическое задание №2
2.3	Модель Видала-Вульфа оптимизации рекламной стратегии фирмы	4	4		Решение задач Контрольная работа
2.4	Динамическая модель фирмы, внедряющей новые технологии	4	4		Решение задач
2.5	Оптимальное планирование выпусков товаров длительного пользования	4	4	2	Расчетно-графическое задание №3
	Итого	34	30	4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Методы оптимизации : электронный учебно-методический комплекс для специальностей: 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)»; 1-31 03 04 «Информатика»; 1-31 03 05 «Актуарная математика»; 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» / В. В. Альсевич [и др.] ; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. методов оптимального управления. – Минск : БГУ, 2020. – 203 с. – URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/243989>.
2. Гамкрелидзе, Р.В. Основы оптимального управления / Р.В. Гамкрелидзе. – URSS, 2019. – 200 с.
3. Васильев Ф. Методы оптимизации / Ф. Васильев – М.: Litres, 2022.
4. Оптимальное управление / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин [и др.]. – ЛЕНАНД, 2022.

Дополнительная литература

5. Габасов, Р. Принцип максимума в теории оптимального управления / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. – Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2018.
6. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе [и др.]. – М.: Наука, 1983.
7. Дыхта, В.А. Оптимальное управление в моделях экономики : уч. пособие / В.А. Дыхта. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2015.
8. Ногин, В.Д. Введение в оптимальное управление. Учебно-методическое пособие / В.Д. Ногин – СПб: Изд-во «ЮТАС», 2008. – URL: https://pureportal.spbu.ru/files/100739379/_pdf

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций используются следующие формы:

Устная форма:

– устный опрос.

Письменная форма:

– контрольная работа;

– расчетно-графические задания.

Устно-письменная форма:

– решение задач;

– зачет по учебной дисциплине.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Оптимальное управление в экономической теории» предусматривается изложение теории с включением проблемного подхода к изучению отдельных тем.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Оптимальное управление в экономической теории» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- устный опрос – 10 %;
- расчетно-графические задания – 60 %;
- контрольная работа – 30 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 50 % и отметки на зачете – 50 %.

Перечень используемых средств диагностики результатов управляемой самостоятельной работы студентов: расчетно-графические задания с использованием ЭВМ.

Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.3. «Простейшая задача терминального управления». (2 ч)

Задание 1. Применить принцип максимума Л.С. Понтрягина для решения простейшей задачи оптимального управления (по вариантам индивидуальных заданий)

Задание 2. Проанализировать решение, привести фазовые графики, графики оптимальных управлений.

Форма контроля – Решение задач, Расчетно-графическое задание №1.

Тема 2.5. «Оптимальное планирование выпусков товаров длительного пользования». (2 ч)

Задание 1. Для задачи фирмы, планирующей выпуск товаров длительного пользования, рассмотреть вариант оптимального выбора цены товара.

Задание 2. Составить модель фирмы и предложить подход к решению для случая последовательного выпуска N товаров длительного пользования.

Форма контроля – Расчетно-графическое задание №3.

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении лабораторных заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия, размещенные в электронной библиотеке университета.

Для самоконтроля усвоения учебного материала рекомендуется использовать образовательный портал EDUFPMI, где размещены:

- учебно-методические материалы,
- учебные издания для теоретического изучения дисциплины,
- расчетно-графические задания и примеры их решений,
- материалы текущего контроля и текущей аттестации.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Управляемые системы, основные понятия.
2. Формулировки задач оптимального управления, классификация задач.
3. Принцип максимума в простейшей задаче терминального управления.
4. Задачи с критериями качества типа Больца и Лагранжа.
5. Схема решения задач с помощью принципа максимума. Краевая задача принципа максимума.
6. Случаи достаточности принципа максимума.
7. Принцип максимума для задач с подвижным правым концом траектории.
8. Задачи оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями.
9. Экономическая интерпретация принципа максимума.
10. Неоклассическая модель экономического роста Солоу-Свона.
11. Модель Рамсея оптимизации поведения потребителя
12. Модель Видала-Вульфа оптимизации рекламной стратегии фирмы
13. Динамическая модель фирмы, внедряющей новые технологии
14. Оптимальное планирование выпусков товаров длительного пользования

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой методов
оптимального управления

Белорусского государственного университета,
кандидат физико-математических наук, доцент



Н.М. Дмитрук

22.05.2024

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
____ (протокол № ____ от ____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)