

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

15 июля 2024 г.

Регистрационный № 1743/б.



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0511-05 Биоинженерия и биоинформатика

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 01 04-2021, учебного плана № G-5.6-37/01уч. от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Сташулёнок Сергей Павлович, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Гутор Алина Геннадьевна, ст. преп. кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

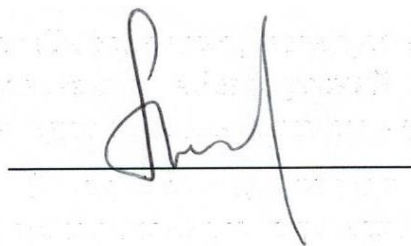
Матейко Олег Михайлович, доцент кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 28.05.2024);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 28.06.2024)

Зав. кафедрой



А.В.Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении биологических исследований.

Задачи учебной дисциплины:

1. Ознакомление студентов с основными принципами математической статистики и примерами их приложений
2. Формирование у студентов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в задачах
3. Повышение их математической культуры.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Математика» государственного компонента.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ с дисциплиной «Теория вероятностей».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математическая статистика» должно обеспечить формирование следующей базовой профессиональной компетенции:

БПК. Применять современные математические методы и модели при проведении теоретических и экспериментальных исследований в области биоинженерии и биоинформатики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- понятия математической статистики;
- математические модели случайных явлений;
- методы математической статистики;

уметь:

- использовать основные закономерности случайных явлений;
- применять методы математической статистики;

иметь навыки:

- прикладными методами математической статистики решать практические задачи, обрабатывать данные.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Математическая статистика» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 48 аудиторных часов, из них: лекции – 16 часов, практические занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачёт.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. ОЦЕНИВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ.

Тема 1.1. Предмет и задачи математической статистики.

Приближенные методы нахождения законов числовых характеристик случайных величин по результатам экспериментов или наблюдений.

Тема 1.2. Основные понятия выборочной теории.

Выборка, вариационный ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения, теорема Гливенко. Распределения порядковых статистик. Выборочные моменты. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.

Тема 1.3. Оценивание неизвестных параметров.

Состоятельность (сильная состоятельность) оценок. Смещенные и несмещенные оценки, оптимальные оценки. Неравенство Рао – Крамера. Эффективные оценки. Методы максимального правдоподобия и моментов. Достаточные статистики. Критерий факторизации. Доверительное оценивание.

Раздел 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

Тема 2.1. Проверка статистических гипотез.

Критерии хи-квадрат Пирсона для проверки гипотез о виде распределения. и др. Критерии однородности и независимости. Равномерно наиболее мощные критерии.

Тема 2.2. Параметрические гипотезы.

Критерий Неймана – Пирсона. Примеры.

Раздел 3. ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ И МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Тема 3.1. Линейная регрессия и метод наименьших квадратов.

Метод оценки параметров парной линейной регрессии, называемый методом наименьших квадратов (МНК)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Оценивание неизвестных параметров	8	16				4	
1.1.	<i>Предмет и задачи математической статистики</i>	2	2					Письменные отчеты по аудиторным практическим упражнениям.
1.2.	<i>Основные понятия выборочной теории</i>	2	4					Опрос, собеседование
1.3.	<i>Оценивание неизвестных параметров</i>	4	10				2	Контрольная работа
2.	Статистические гипотезы	6	10					
2.1.	<i>Проверка статистических гипотез</i>	4	8				2	Коллоквиум
2.2.	<i>Параметрические гипотезы</i>	2	2					Тест
3.	Линейная регрессия и метод наименьших квадратов	2	2					
3.1.	<i>Линейная регрессия и метод наименьших квадратов</i>	2	2					Опрос, дискуссия
	Всего	16	28				4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с.
2. Севастьянов, Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Механика" / Б. А. Севастьянов. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2020. - 255 с.
3. Боровков, А.А. Теория вероятностей / А.А. Боровков. – М.: URSS, 2021. – 656 с.
4. Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. А. Коган, А. А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2023
5. Дерр, В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. Я. Дерр. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 596 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>

Дополнительная литература

1. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 2 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, А. Г. Яблонская, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2014. - 175 с.: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113437>.
2. Матальцкий, М. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студ. уво по физико-математическим спец. / М. А. Матальцкий, Г. А. Хацкевич. - Минск : Вышэйшая школа, 2017. - 591 с.
3. Бахтин, В. И. Введение в прикладную статистику : курс лекций : в 2 ч. Ч. 1: Математическая статистика. Минск : БГУ, 2011. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/12767>
4. Бахтин, В. И. Введение в прикладную статистику : курс лекций : в 2 ч. Ч. 2: Методы прикладной статистики / В. И. Бахтин. Минск : БГУ, 2012. <https://elib.bsu.by/handle/123456789/12767>
5. Ивченко, Г. И., Медведев, Ю. И. Математическая статистика. М.: Высш. шк., 1984.
6. Лагутин М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. - 2-е издание. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.
7. Лазакович, Н.В., Сташулёнок, С.П., Яблонский, О.Л. Теория вероятностей : учебник. – 3-е изд., с изменен.. – Минск : БГУ, 2013: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/93935>
8. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983.
9. Боровков А. А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.

10. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1978.
11. Гихман И.И. и др. Теория вероятностей и математическая статистика. / И.И. Гихман, А.В. Скороход, М.И. Ядренко. - 2-е издание, переработанное и дополненное. - К.: Выща школа. Головное издательство, 1988. - 439 с.: ил.
12. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. URSS, 2022.
13. Жданович В.Ф., Лазакович Н.В. Радыно Н.Я. Задания к лабораторным работам по курсу теории вероятностей и математической статистики в двух частях. Ч.1. Минск, 1998.
14. Жданович В.Ф., Лазакович Н.В. Радыно Н.Я., Сташулёнок С.П. Задания к лабораторным работам по курсу теории вероятностей и математической статистики в двух частях. Ч.2. Минск, 1999.
15. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
16. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1976.
17. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Курс теории вероятностей: электронное учебное пособие. – Минск : Электронная книга БГУ, 2003: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/10291>.
18. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1964
19. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. URSS, 2021.
20. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984.Т.1,2.
21. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по экон. спец. / И. В. Белько, И. М. Морозова, Е. А. Криштапович. - Минск : Новое знание, 2016 ; Москва : ИНФРА-М. - 298 с.
22. Высшая математика. Практикум : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по естественнонаучным и экономическим специальностям : в 2 ч. / [авт.: О. М. Матейко и др.] ; под ред. С. А. Самаля. - Минск : РИВШ, 2020—. - ISBN 978-985-586 403-Ч. 2 : . - 2022. - 359 с.
23. Трушков, А. С. Статистическая обработка информации. Основы теории и компьютерный практикум + CD : учебное пособие / А. С. Трушков. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 152 с. — ISBN 978-5-8114-4322-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126947>.
24. Коршунов, Д. А. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей : учебное пособие для вузов / Д. А. Коршунов, С. Г. Фосс, И. М. Эйсымонт. — 3-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 220 с. — ISBN 978-5-8114-8328-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/187568>.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и текущей аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля: опрос, собеседование, дискуссия, коллоквиум, контрольная работа, письменные отчеты по аудиторным (домашним) практическим упражнениям.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая статистика» учебным планом предусмотрен зачет.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Тема 1.3. Оценивание неизвестных параметров. (2 ч)

Студентка (студент) вычисляет информацию Фишера для основных статистических моделей и получает эффективных оценок с помощью неравенства Рао – Крамера.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.1. Проверка статистических гипотез. (2 ч)

Студентка (студент) самостоятельно знакомится с критериями Манна – Уитни.

Форма контроля – коллоквиум.

Примерный перечень практических занятий

Занятие № 1. Повторение необходимых понятий из теории вероятностей.

Занятие № 2. Предмет и задачи математической статистики. Примеры.

Занятие № 3. Основные понятия и элементы выборочной теории. Выборка, вариационный ряд, гистограмма, полигон частот.

Занятие № 4. Основные понятия и элементы выборочной теории. Эмпирическая функция распределения, теорема Гливенко. Выборочные моменты. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.

Занятие № 5. Оценивание неизвестных параметров. Состоятельность (сильная состоятельность) оценок. Смещенные и несмещенные оценки, оптимальные оценки.

Занятие № 6. Неравенство Рао – Крамера. Критерий эффективности.

Занятие № 7. Методы максимального правдоподобия и моментов.

Занятие № 8. Достаточные статистики.

Занятие № 9. Доверительное оценивание.

Занятие № 10. Проверка статистических гипотез. Критерии хи-квадрат Пирсона для проверки гипотез о виде распределения и др.

Занятие № 11. Проверка статистических гипотез. Критерии однородности.

Занятие № 12. Проверка статистических гипотез. Критерии независимости.

Занятие № 13. Параметрические гипотезы. Критерий Неймана – Пирсона.

Занятие № 14. Линейная регрессия и метод наименьших квадратов.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **метод учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и согласования существующих позиций в определенной задаче.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний при решении задач, определение способов их решения.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов.

При самостоятельной работе рекомендуется использовать литературу из основного и дополнительного списков, а также материалы на образовательном портале по ссылке <https://edubio.bsu.by/course/view.php?id=1075>, содержащие учебное пособие, фонды оценочных средств и номера конкретных задач, рекомендуемых для освоения каждой темы.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Предмет и задачи математической статистики. Основные понятия выборочной теории: статистическая модель, выборка, выборка из распределения, гистограмма, полигон частот. Примеры статистических моделей.

2. Порядковые статистики.
3. Эмпирическая функция распределения, её свойства.
4. Теорема Гливленко. Примеры вычисления порядковых статистик.
5. Примеры вычисления эмпирической функции распределения.
6. Одномерные распределения порядковых статистик.
7. Выборочные моменты и другие выборочные характеристики.
8. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.
9. Оценивание неизвестных параметров.
10. Понятие статистики.
11. Состоятельные (сильно состоятельные) оценки. Состоятельность и несмещенность выборочных моментов.
12. Состоятельность выборочных центральных моментов.
13. Смещенные и несмещенные оценки, оптимальные оценки.
14. Теорема о единственности оптимальной оценки в классе несмещенных оценок с конечной дисперсией.
15. Функция правдоподобия.
16. Информация Фишера, содержащаяся во всей выборке и в отдельном наблюдении.
17. Примеры вычислений для пуассоновской, биномиальной, нормальной-1, нормальной-2 моделей.
18. Неравенство Рао – Крамера. Эффективные оценки.
19. Критерий эффективности.
20. Нахождение эффективных оценок для некоторых статистических моделей: пуассоновской, биномиальной, нормальной-1, нормальной-2.
21. Метод максимального правдоподобия. Пример.
22. Метод моментов. Пример.
23. Достаточные статистики. Определение. Пример. Пример вычисления.
24. Критерий факторизации (доказательство для дискретной модели).
25. Нахождение достаточных статистик для основных статистических моделей: примеры вычислений для пуассоновской, биномиальной, нормальной-1, нормальной-2, общей нормальной, равномерной-1, общей равномерной.
26. Распределение хи-квадрат с n степенями свободы, t -распределение Стьюдента.
27. Квантили. Лемма о равномерном на $[0;1]$ распределении функции $F_{\xi}(\xi)$, где F_{ξ} – непрерывная функция распределения случайной величины ξ .
28. Доверительное оценивание. Пример.
29. Центральная статистика.
30. Доверительный интервал для математического ожидания в нормальной-1 модели.
31. Проверка статистических гипотез. Понятие о статистических гипотезах и статистических критериях. Пример.
32. Проверка простой гипотезы о виде распределения с помощью критерия согласия хи-квадрат Пирсона.

- 33. Понятие о других критериях (критерий независимости и однородности хи-квадрат).
- 34. Критерий согласия хи-квадрат для сложной гипотезы
- 35. Критерий согласия Колмогорова.
- 36. Критерий однородности Смирнова.
- 37. Критерий Манна – Уитни.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой
профессор, профессор
 (ученая степень, ученое звание)



А.В.Лебедев

28.05.2024г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)