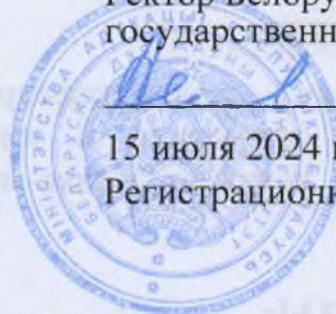


БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета



А.Д.Король

15 июля 2024 г.

Регистрационный № 1733/б.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0533-11 Прикладная информатика

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-11-2023, учебных планов БГУ: №6-5.3-59/03 от 15.05.2023, №6-5.3-59/04 от 15.05.2023, №6-5.3-59/05 от 15.05.2023, №6-5.3-59/11ин. от 31.05.2023, №6-5.3-59/12ин. от 31.05.2023, №6-5.3-59/13ин. от 31.05.2023.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Ю.Л. Орлович – доцент кафедры биомедицинской информатики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.М. Котов – заведующий кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

В.И. Бенедиктович – ведущий научный сотрудник отдела теории чисел и дискретной математики Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой биомедицинской информатики БГУ
(протокол № 12 от 13.06.2024);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 28.06.2024)

Заведующий кафедрой



В.И.Белько

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Теория графов» знакомит студентов с основами этой теории, а также с алгоритмами решения задач на графах. В программу дисциплины включены как классические разделы теории графов, так и прикладные аспекты этой теории (независимость и доминирование в графах, паросочетания, обходы графов, раскраски). Учебная дисциплина также знакомит слушателя с важными открытиями в алгоритмической теории графов. При этом предпочтение при изложении материала отдается наиболее простым для понимания алгоритмам, которые наглядно демонстрируют ту или иную идею. Приводятся примеры прикладных задач, которые могут быть сформулированы и решены в теоретико-графовых терминах.

Цель преподавания учебной дисциплины состоит в ознакомлении студентов с теоретическими основами теории графов и ее алгоритмическими аспектами, формирование у студентов современного математического кругозора, овладение навыками построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Ознакомление студентов с основными понятиями и фактами теории графов, и связями между ними.
2. Обучение методам нахождения ключевых структурных и числовых характеристик графов.
3. Ознакомление с методами построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дискретная математика и алгоритмы» государственного компонента.

Программа составлена с учетом межпредметных связей с учебными дисциплинами. Основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины государственного компонента «Алгебра и теория чисел», модуля «Высшая математика», «Дискретная математика и математическая логика» модуля «Дискретная математика и алгоритмы». Знания, полученные в учебной дисциплине, используются при изучении дисциплины государственного компонента «Алгоритмы и структуры данных» модуля «Дискретная математика и алгоритмы».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория графов» должно обеспечить формирование следующей базовой **профессиональной** компетенции:

БПК. Характеризовать предмет и объекты дискретной математики и математической логики, использовать основные приемы разработки эффективных алгоритмов и знания об основных структурах данных при решении прикладных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- базовые понятия и факты теории графов;
- соотношения между ключевыми теоретико-графовыми параметрами;
- структурные свойства специальных классов графов;
- теоретические основы независимости, доминирования и раскрасок;
- проблематику и алгоритмические аспекты паросочетаний;
- прикладные аспекты гамильтоновости графов.

уметь:

- пользоваться основными понятиями и фактами теории графов и устанавливать связи между ними;
- оценивать основные числовые параметры графов;
- выявлять ключевые структурные характеристики графов: связность, двудольность, эйлеровость, планарность;
- оценивать сложность алгоритмического решения базовых теоретико-графовых задач.

иметь навык:

- применения базовых алгоритмов анализа графов;
- построения теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3-м семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория графов» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Начальные понятия и определения

Тема 1.1. Определение графа

Определение графа. Некоторые специальные графы. Способы задания графов. Матрицы графа. Абстрактные и помеченные графы. Число помеченных графов. Изоморфизм графов. Подграфы. Степенная последовательность графа. Критерий графичности последовательности.

Тема 1.2. Операции над графами. Метрические инварианты

Локальные и алгебраические операции над графами, n -мерный куб. Метрические характеристики графов: эксцентриситет вершины, радиус и диаметр графа. Центр графа. Алгоритм поиска в ширину.

Тема 1.3. Маршруты в графах

Маршруты, цепи и циклы в графах. Связные графы. Простейшие свойства связных графов. Связь между количеством вершин, ребер и компонент связности графа. Двудольные и k -дольные графы. Критерий Кёнига двудольности графа.

Раздел 2. Деревья

Тема 2.1. Свойства деревьев

Деревья. Эквивалентные определения дерева. Центр дерева. Степенная последовательность дерева. Код Прюфера дерева. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

Тема 2.2. Остов минимального веса

Матричная теорема Кирхгофа о числе остовов связного графа. Остов минимального веса. Алгоритмы нахождения остова минимального веса.

Раздел 3. Связность

Тема 3.1. Вершинная связность и реберная связность

Вершинная (реберная) связность. Соотношения между числом вершинной связности, числом реберной связности и минимальной степенью графа. Двусвязные графы и их свойства. Блоки и точки сочленения графа. Понятие k -связного графа и k -связной компоненты.

Тема 3.2. Структурные теоремы

Теорема Менгера. Теоремы Уитни и Дирака о структурных свойствах k -связных графов.

Раздел 4. Независимость, покрытия и доминирование

Тема 4.1. Независимые множества и покрытия

Вершинная независимость и вершинные покрытия. Оценки числа независимости. Соотношения между числами независимости и покрытия.

Эвристики для задачи о наибольшем независимом множестве. Приближенный алгоритм для задачи о наименьшем вершинном покрытии. Клика.

Тема 4.2. Доминирующие множества

Доминирование в графах. Типы доминирующих множеств. Оценки числа доминирования. Прикладные и алгоритмические аспекты доминирования.

Раздел 5. Паросочетания

Тема 5.1. Свойства паросочетаний

Паросочетания и реберные покрытия. Соотношения между числами паросочетания и реберного покрытия. Совершенные паросочетания. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Холла.

Тема 5.2. Структурные теоремы

Теорема Бержа и метод увеличивающих цепей. Теорема Татта. Алгоритмические аспекты паросочетаний.

Раздел 6. Планарность

Тема 6.1. Свойства плоских и планарных графов

Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Свойства планарных графов. Плоские триангуляции. Верхняя оценка числа ребер планарного графа.

Тема 6.2. Критерии планарности

Критерий планарности Понтрягина – Куратовского. Миноры графов и критерий планарности Вагнера.

Раздел 7. Обходы в графах

Тема 7.1. Эйлеровы графы

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Покрытие графа цепями. Алгоритмические аспекты эйлеровости.

Тема 7.2. Гамильтоновы графы

Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости. Техника графовых замыканий и достаточные условия гамильтоновости: теоремы Оре, Дирака и Хватала. Прикладные и алгоритмические аспекты гамильтоновости.

Раздел 8. Раскраски

Тема 8.1. Вершинные раскраски

Вершинная раскраска и хроматическое число графа. Алгоритм последовательной раскраски. Оценки хроматического числа. Теорема Брукса.

Тема 8.2. Реберные раскраски

Реберная раскраска и хроматический индекс графа. Теорема Визинга. Прикладные аспекты графовых раскрасок.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | | | | | Количество часов УСР | Форма контроля знаний |
|---------------------|--|-----------------------------|----------------------|---------------------|----------------------|------|----------------------|--|
| | | Лекции | Практические занятия | Семинарские занятия | Лабораторные занятия | Иное | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | Начальные понятия и определения | 6 | 6 | | | | | |
| 1.1 | Определение графа | 2 | 2 | | | | | Устный опрос |
| 1.2 | Операции над графами. Метрические инварианты | 2 | 2 | | | | | Устный опрос |
| 1.3 | Маршруты в графах | 2 | 2 | | | | | Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой |
| 2 | Деревья | 4 | 3 | | | | 1 | |
| 2.1 | Свойства деревьев | 2 | 2 | | | | | Устный опрос |
| 2.2 | Остов минимального веса | 2 | 1 | | | | 1 | Собеседование |
| 3 | Связность | 4 | 4 | | | | | |
| 3.1 | Вершинная связность и реберная связность | 2 | 2 | | | | | Контрольная работа №1 |
| 3.2 | Структурные теоремы | 2 | 2 | | | | | Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой |
| 4 | Независимость, покрытия и доминирование | 4 | 4 | | | | | |

| | | | | | | | | |
|----------|-------------------------------------|-----------|-----------|--|--|--|----------|--|
| 4.1 | Независимые множества и покрытия | 2 | 2 | | | | | Устный опрос |
| 4.2 | Доминирующие множества | 2 | 2 | | | | | Собеседование |
| 5 | Паросочетания | 4 | 3 | | | | 1 | |
| 5.1 | Свойства паросочетаний | 2 | 2 | | | | | Контрольная работа №2 |
| 5.2 | Структурные теоремы | 2 | 1 | | | | 1 | Дискуссия |
| 6 | Планарность | 4 | 4 | | | | | |
| 6.1 | Свойства плоских и планарных графов | 2 | 2 | | | | | Устный опрос |
| 6.2 | Критерии планарности | 2 | 2 | | | | | Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой |
| 7 | Обходы в графах | 4 | 4 | | | | | |
| 7.1 | Эйлеровы графы | 2 | 2 | | | | | Устный опрос |
| 7.2 | Гамильтоновы графы | 2 | 2 | | | | | Контрольная работа №3 |
| 8 | Раскраски | 4 | 2 | | | | 2 | |
| 8.1 | Вершинные раскраски | 2 | 1 | | | | 1 | Собеседование |
| 8.2 | Реберные раскраски | 2 | 1 | | | | 1 | Собеседование. Контрольная работа №4. |
| | Итого | 34 | 30 | | | | 4 | |

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. – Изд. стер. – Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2021. – 383 с.

2. Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник [для вузов] / Я. М. Ерусалимский. - Изд. 2-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2023. – 472 с.– URL: <https://e.lanbook.com/book/319427>

3. Игнатъев, А. В. Теория графов. Лабораторные работы : учебное пособие / А. В. Игнатъев ; Волгоградский гос. технический ун-т. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2022. - 60 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/230342>.

Дополнительная литература

1. Алексеев, В.Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений : учебник для студ., обуч. по спец. 010200 – Прикладная математика и информатика и по направлению 510200 – Прикладная математика и информатика / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. - Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий : Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 320 с.

2. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. М.: Мир, 1982. 416 с.

3. Емеличев, В.А. Теория графов в задачах и упражнениях / В.А. Емеличев, И.Э. Зверович, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. М.: УРСС, 2013. 416 с.

4. Зыков, А.А. Основы теории графов / А. А. Зыков. - Москва : Вузовская книга, 2004. - 663с.

5. Котов, В. М. Алгоритмы и структуры данных: учеб. пособие / В. М. Котов, Е. П. Соболевская, А. А. Толстикова. – Минск: БГУ, 2011. – 267 с. – (Классическое университетское издание).

6. Оре, О. Теория графов / О. Оре. М.: Наука, 1980. 336 с.

7. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. М.: Мир, 1978. 432 с.

8. Сборник задач по теории алгоритмов: учеб.-метод. пособие / В. М. Котов [и др.] – Минск : БГУ, 2017. – 183 с.

9. Сборник задач по теории алгоритмов. Структуры данных: учеб.-метод. пособие / С. А. Соболев [и др.] – Минск : БГУ, 2020. – 159 с.

10. Теория алгоритмов: учеб. пособие / П. А. Иржавский [и др.] – Минск: БГУ, 2013. – 159 с.

11. Харари, Ф. (1921-2005). Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева ; под ред. Г. П. Гаврилова . - Изд. 4-е. - Москва: URSS : Либроком, 2009. - 300 с.

12. Bondy, J.A. Graph theory / J.A. Bondy, U.S.R. Murty. Berlin: Springer, 2008. 651 p.

13. Chartrand, G. Applied and algorithmic graph theory / G. Chartrand, O.R. Oellermann. McGraw-Hill, 1993. 395 p.

14. West, D.B. Introduction to graph theory / D.B. West. NJ: Prentice Hall, 1996. 512 p.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: устный опрос, собеседование, дискуссия.
2. Письменная форма: контрольные работы.
3. Устно-письменная форма: отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Теория графов» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- отчет по домашним упражнениям с их устной защитой – 70 %;
- контрольные работы – 30 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 60% и отметки на зачете – 40%.

Примерный перечень практических занятий

Занятие 1. Графы. Изоморфизм графов. Подграфы.

Занятие 2. Графические последовательности.

Занятие 3. Связные графы.

Занятия 4. Метрические характеристики графов.

Занятие 5. Двудольные графы и теорема Кёнига.

Занятие 6. Деревья и их свойства. Код Прюфера дерева.

Занятие 7. Связность и k -связность. Теоремы Менгера, Уитни и Дирака.
Занятие 8. Независимые множества и оценки числа независимости.
Занятие 9. Доминирование в графах. Оценки числа доминирования.
Занятие 10. Паросочетания и рёберные покрытия.
Занятие 11. Свойства планарных графов. Плоские триангуляции.
Занятие 12. Критерии планарности.
Занятие 13. Обходы в графах. Эйлеровы графы.
Занятие 14. Обходы в графах. Гамильтоновы графы.
Занятие 15. Вершинные раскраски. Оценки хроматического числа.
Прикладные аспекты графовых раскрасок.

Рекомендуемая тематика контрольных работ:

- 1) Контрольная работа № 1 «Графы, графические последовательности, метрические характеристики графов. Связность и деревья».
- 2) Контрольная работа № 2 «Независимость, доминирование и паросочетания в графах».
- 3) Контрольная работа № 3. «Эйлеровы и гамильтоновы графы».
- 4) Контрольная работа № 4. «Раскраски графов».

Примерный вариант контрольной работы:

1. Рассмотрим следующие классы графов:

- (а) A – простые цепи,
- (б) B – простые циклы,
- (в) C – полные графы,
- (г) D – двудольные графы,
- (д) E – графы, не содержащие порожденного подграфа P_4 .

Для каждой пары $\{X, Y\}$ этих классов определите все классы изоморфизма пересечения $X \cap Y$.

2. Существует ли граф со степенной последовательностью $(6^8, 5, 3^5)$? Существует ли двудольный граф с такой степенной последовательностью? Ответы обоснуйте.

3. Докажите, что для диаметра $d(G)$ любого связного графа G порядка n верно неравенство

$$d(G) \leq n - \Delta(G) + 1,$$

где $\Delta(G)$ – максимальная степень графа G .

4. Пусть T – дерево порядка $k \geq 1$. Покажите, что произвольный граф G с $\delta(G) \geq k-1$ содержит подграф, изоморфный T .

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

В качестве заданий для управляемой самостоятельной работы могут быть выданы задания для самостоятельного решения задач по следующим темам:

Тема 2.2. «Остов минимального веса»: Алгоритмы нахождения остова минимального веса. (1 ч.).

Форма контроля – собеседование.

Тема 5.2. «Структурные теоремы»: Алгоритмические аспекты паросочетаний (1 ч.).

Форма контроля – дискуссия.

Тема 8.1. «Вершинные раскраски»: Алгоритм последовательной раскраски (1 ч.).

Форма контроля – собеседование.

Тема 8.2. «Реберные раскраски»: Прикладные аспекты графовых раскрасок (1 ч.).

Форма контроля – собеседование.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса большинства практических занятий используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

При организации образовательного процесса используются следующие методы:

– *метод учебной дискуссии*, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

– *метод группового обучения*, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, 16 предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для

теоретического изучения дисциплины, презентации лекций, методические указания к практическим занятиям, электронные версии домашних заданий, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в том числе вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

На лекционных занятиях по дисциплине «Теория графов» возможно использование элементов проблемного обучения: проблемное изложение некоторых аспектов, поисковая беседа (частично-поисковый метод). На лабораторных занятиях по дисциплине рекомендуется использовать такие приемы преподавания, как сопоставление с новыми фактами, анализ известных фактов, управление исследовательской деятельностью, а также следующие приемы учения: исследование проблемы, самостоятельное выдвижение гипотезы по решению задачи, соотнесение полученных, результатов с выдвинутым предположением, обобщение по проблеме в целом.

Управляемая самостоятельная работа (консультационно-методическая поддержка и контроль) дисциплины обеспечивается средствами образовательного портала БГУ LMS Moodle.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Определение графа. Простейшие типы графов.
2. Степени вершин графа. Лемма «о рукопожатиях». Помеченные графы и изоморфизм графов.
3. Способы задания графов. Матрицы графа.
4. Подграфы. Операции над графами (локальные операции, алгебраические операции).
5. Графическая последовательность. Критерий Гавела – Хакими.
6. Алгоритм проверки последовательности на графичность.
7. Маршруты, связность, поиск в ширину.
8. Связь между числами вершин, ребер и компонент связности графа.
9. Метрические инварианты графа (радиус и диаметр) и соотношения между ними.
10. Двудольные графы. Критерий Кёнига двудольности графа.
11. Деревья. Эквивалентные определения дерева.
12. Степенная последовательность дерева.
13. Код Прюфера. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.
14. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовов связного графа.
15. Остов минимального веса. Алгоритмы нахождения остова минимального веса.
16. Вершинная (реберная) связность. Соотношения между параметрами $\kappa(G)$, $\lambda(G)$ и $\delta(G)$.
17. Теоремы Менгера, Уитни и Дирака о структурных свойствах k -связных графов.

18. Вершинная независимость и вершинные покрытия. Оценки числа независимости.
19. Жадный алгоритм для задачи о наибольшем независимом множестве.
20. Соотношения между числами независимости и покрытия.
21. Приближенный алгоритм для задачи о наименьшем вершинном покрытии.
22. Доминирование в графах. Оценки числа доминирования.
23. Жадный алгоритм нахождения наименьшего доминирующего множества.
24. Паросочетания и реберные покрытия.
25. Соотношения между числами паросочетания и реберного покрытия.
26. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Холла.
27. Теорема Бержа и метод увеличивающих цепей. Теорема Татта.
28. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Свойства планарных графов.
29. Плоские триангуляции. Критерии планарности.
30. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлера цикла.
31. Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости.
32. Техника графовых замыканий и достаточные условия гамильтоновости.
33. Вершинная раскраска и хроматическое число графа.
34. Алгоритм последовательной раскраски. Оценки хроматического числа.
35. Реберная раскраска и хроматический индекс графа. Теорема Визинга.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

| Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры | Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
|---|-------------------------------------|---|---|
| Алгоритмы и структуры данных | Дискретной математики и алгоритмики | Изменений не требуется | Протокол № 12 от 13.06.2024. |

Заведующий кафедрой
дискретной математики и алгоритмики
доктор физико-математических наук,
профессор


В.М.Котов

13 июня 2024 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

| № п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|----------|------------------------|-----------|
| | | |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
