БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Ректор Белорусского
государственного университета
_____А.Д.Король
10 июня 2024 г.
Регистрационный №1617/м.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ В ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:

7-06-0533-05 Прикладная математика и информатика

Профилизация: Интеллектуальные системы

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 7-06-0533-05-2023 и учебного плана БГУ №М53-5.3-79/уч. от 11.04.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Е.С. Чеб – доцент кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

А.А. Дудкин – заведующий лабораторией идентификации систем ОИПИ НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой информационных систем управления БГУ
(протокол № 16 от 23.05.2024);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 8 от 31.05.2024)

Заведующий кафедрой
информационных систем управления _____ А.М. Недзьведь

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Функциональный анализ в практических приложениях» знакомит студентов магистратуры с теоретическими основами и новейшими практическими методами интегральных преобразований для решения задач обработки информации.

Цель учебной дисциплины – дальнейшее развитие у студентов магистратуры навыков применения интегральных преобразований для решения актуальных прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Создание теоретического математического аппарата, необходимого для обоснования методов интегральных преобразований.
2. Изучение различных классов интегральных преобразований для решения актуальных прикладных задач.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина относится **к модулю** «Интеллектуальная обработка данных» компонента учреждения образования.

Программа составлена с учетом межпредметных связей с учебными дисциплинами. Основой для изучения учебной дисциплины являются следующие учебные дисциплины первой ступени высшего образования: «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения» и дисциплина второй ступени высшего образования «Программные средства анализа данных».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Функциональный анализ в практических приложениях»должно обеспечить формирование следующих компетенций:

специализированные компетенции:

СК. Развивать способность выбирать методологию и технологию проектирования компьютерных систем.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- базовые понятия теории гильбертовых пространств;
- классические непрерывные и дискретные интегральные преобразования;
- алгоритмы классических интегральных преобразований;

уметь:

- применять конкретное прямое и обратное интегральное преобразование для заданного класса решаемых задач;
- реализовывать быстрые алгоритмы дискретных интегральных преобразований;

владеть:

- методами построения спектральных характеристик информационных функций;

– навыками применения интегральных преобразований для анализа решения прикладных задач.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3-ем семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ в практических приложениях» отведено:

– для очной формы получения углубленного высшего образования: 198 часов, в том числе 66 аудиторных часов, из них: лекции – 22 часа, практические занятия – 22 часа, семинарские занятия – 22 часа (ДОТ).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации– экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. *ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ*

Тема 1.1. Введение. Непрерывное преобразование Фурье аналоговых функций

Ряд Фурье и интеграл Фурье. Непрерывное преобразование Фурье и его свойства. Преобразование Фурье в пространстве квадратично суммируемых функций. Преобразование Фурье типичных функций. Преобразование Фурье неинтегрируемых функций. Спектр непериодической функции и его представление. Амплитудный и фазовый спектры и их графическое представление. Связь между функцией и ее спектром.

Тема 1.2. Свертка и корреляция функций

Формула обращения преобразования Фурье. Свертка двух функций и ее свойства. Основная теорема о свертке. Корреляция двух функций и автокорреляционная функция. Теорема Планшереля. Анализ линейных стационарных систем. Корреляционный анализ.

Тема 1.3. Дискретное преобразование Фурье в задачах обработки информации

Дискретизация информационной функции. Дискретное преобразование Фурье и его свойства. Техника быстрого преобразования Фурье и основные подходы к ее реализации. Вычисление автокорреляционной функции. Анализ линейных дискретных систем. Дискретное преобразование Фурье в ЦОС. Линейные дискретные фильтры. Сжатие данных.

Тема 1.4. Многомерное преобразование Фурье и сжатие изображений

Двумерное косинусное преобразование Фурье (ДКП). Применение ДКП для сжатия информационных функций. Оконное преобразование Фурье. Виды оконных функций.

РАЗДЕЛ 2. *ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА, ХАРТЛИ И ХАФА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ*

Тема 2.1. Преобразование Радона

Преобразование Радона и его интерпретация. Свойства преобразования Радона. Преобразование Радона осесимметричных функций. Формулы обращения преобразования Радона на основе интегральных преобразований. Понятие о некорректной по Тихонову задаче. Обращение преобразования Радона с помощью преобразования Фурье. Применение преобразование Радона в компьютерной томографии.

Тема 2.2. Преобразование Хартли и Хафа

Дискретное преобразование Хартли вещественных последовательностей и его связь с дискретным преобразованием Фурье. Двумерное преобразование Хартли. Вычисление циклических сверток с помощью дискретного преобразования Хартли. Дискретное преобразование Хафа.

Тема 2.3. Применение преобразований Хартли и Хафа

Обработка изображений с использованием обобщенного преобразования Хафа. Применение преобразования Хартли в цифровой обработке сигналов.

РАЗДЕЛ 3. *ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХААРА В ОБРАБОТКЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ*

Тема 3.1. Непрерывное вейвлет-преобразование

Вейвлеты. Масштабирующие и вейвлет-функции, их основные характеристики. Ортогональные функции Хаара.

Тема 3.2. Алгоритмы вычисления преобразования Хаара

Прямое и обратное дискретное преобразование Хаара и его свойства. Аппроксимация функциями Хаара.

Тема 3.3. Применение вейвлетов для сжатия изображений

Основные понятия предварительной обработки изображений. Упрощенная схема вейвлет-сжатия. Применение вейвлетов для хранения и обработки изображений.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	
1	2	3	4	5	6
1	**Интегральное преобразование Фурье и его применение**	**10**	**10**	**10**	
1.1	Введение. Непрерывное преобразование Фурье аналоговых функций	4	4	4 (ДОТ)	Опрос и проверка отчета по практике
1.2	Свертка и корреляция функций	2	2	2 (ДОТ)	Опрос и проверка отчета по практике, контрольная работа №1
1.3	Дискретное преобразование Фурье в задачах обработки информации	2	2	2 (ДОТ)	Выступление с докладом на семинаре, контрольная работа №2
1.4	Многомерное и оконное преобразование Фурье и сжатие изображений	2	2	2 (ДОТ)	Коллоквиум
2	**Интегральные преобразования Радона, Хартли и Хафа и их применение**	**6**	**6**	**6**	
2.1	Преобразование Радона	2	2	2 (ДОТ)	Опрос и проверка отчета по практике, контрольная работа №3
2.2	Преобразования Хартли и Хафа	2	2	2 (ДОТ)	Опрос и проверка отчета по практике

2.3	Применение преобразований Хартли и Хафа	2	2	2 (ДОТ)	Выступление с докладом на семинаре, контрольная работа №4
3	**Преобразование Хаара в обработке изображений**	**6**	**6**	**6**	
3.1	Непрерывное вейвлет-преобразование	2	2	2 (ДОТ)	Опрос и проверка отчета по практике
3.2	Алгоритмы вычисления преобразования Хаара	3	3	3 (ДОТ)	Выступление с докладом на семинаре
3.3	Применение вейвлетов для сжатия изображений	1	1	1 (ДОТ)	Коллоквиум
	Всего:	**22**	**22**	**22**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Блаттер, К.Вейвлет-анализ. Основы теории / К. Блаттер. – М.: Техносфера, 2006. – 271 с.

2. Брейуэлл, Р. Преобразование Хартли. Пер. с англ. / Р.Брейуэлл. – М.: Мир, 1990. – 175 с.

3. Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. – М.: Мир, 1972. – 312 с.

4. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.

5. Зорич, В.А. Математический анализ. В 2-ч частях. Ч.2. /В. А.Зорич. – М.:МЦНМО, 2019. – 688 с.

6. Петухов, А.П. Введение в теорию базисов всплесков (вейвлеты) / А.П. Петухов. – СПб.:СПбГТУ, 1999. – 132 с.

7. Хелгасон, С. Преобразование Радона. Пер. с англ./ С. Хелгасон. – М.: Мир, 1983. – 152 с.

Дополнительная литература

1. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры приложений/ Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. – 1998. – Т.166, № 11. – С. 1145–1170.

2. Воскобойников, Ю.Е. Фильтрация сигналов: фурье и вейвлет алгоритмы/ Ю.Е. Воскобойников, А.В. Горчаков, А.Б. Колкер. – М.: Наука, 2010. – 195 с.

3. Короновский, А.А. Непрерывный вейвлет-анализ и его приложения / А.А. Короновский, А.Е. Храмов. – М.: Физматлит, 2003. – 176 с.

4. Малла, С. Вэйвлеты в обработке сигналов / С.Малла. – М.: Мир, 2005. – 671 с.

5. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: БХВ Петербург, 2011. – 768 с.

6. Сэломон, Д. Сжатие данных, изображений и звука / Д. Сэлмон. – М.: Техносфера, 2012. – 368 с.

7. Фомин, Я.А. Распознавание образов: теория и приложения/ Я.А. Фомин. – М.: ФАЗИС, 2014. – 429 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики результатов учебной деятельности в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: устный опрос, коллоквиум, выступление с докладом на семинаре.
2. Письменная форма: отчет по практике, контрольные работы.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Функциональный анализ в практических приложениях» учебным планом предусмотрен экзамен.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- отчёты по практике – 20 %;
- доклады на семинарах – 30%;
- контрольные работы – 30 %;
- устный опрос – 20%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) 40 % и экзаменационной отметки 60 %.

Примерная тематика семинарских занятий

1. Спектральный анализ периодических информационных функций.
2. Преобразование Фурье простейших информационных функций: линейно-ступенчатых, двойной экспоненты, периодической последовательности треугольных, пилообразных, прямоугольных импульсов.
3. Спектральный анализ непериодических информационных функций.
4. Свертка и корреляция.
5. Дискретное преобразование Фурье типичных функций, построение спектра.
6. Вычисление дискретной линейной и циклической сверток.
7. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье и их реализация.
8. Преобразование Радона осесимметрических функций.
9. Реализация преобразования Хартли.
10. Реализация преобразования Хафа.
11. Дискретное преобразование Хаара и его реализация.

Рекомендуемая тематика контрольных работ

1. Контрольная работа №1. Непрерывное преобразование Фурье и спектральный анализ основных информационных функций.
2. Контрольная работа №2. Дискретное преобразование Хартли: алгоритмы быстрого преобразования.
3. Контрольная работа №3. Дискретное преобразование Хаара на прямой и его применение.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса большинства практических занятий используется ***практико-ориентированный подход***, который предполагает освоение содержания учебного материала через решение практических задач, а также приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Кроме этого, при организации образовательного процесса используется комбинация ***методов группового обучения, проектного обучения*** *и* ***учебной дискуссии***. Комбинация методов предполагает: ориентацию на генерирование идей, приобретение навыков для решения исследовательских, творческих и коммуникационных задач, появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов магистратуры по учебной дисциплине следует использовать информационно коммуникационные технологии:

Образовательный портал БГУ https://edufpmi.bsu.by/course/view.php?id=744разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, презентации лекций, методические указания к практическим занятиям, электронные версии домашних заданий, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в том числе вопросы для подготовки к экзамену, задания, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Ряд Фурье и интеграл Фурье: связь между ними.
2. Спектр периодических функций.
3. Непрерывное преобразование Фурье и его свойства.
4. Амплитудный и фазовый спектры типичных функций.
5. Спектральный анализ непериодических функций.
6. Преобразование Фурье сверток и его использование.
7. Корреляция и автокорреляционная функция, ее применение.
8. Теоремы отсчетов и Планшереля.
9. Дискретное преобразование Фурье и его свойства.
10. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье по основанию 2.

11. Двумерное и оконное преобразование Фурье, его применение.
12. Применение преобразования Фурье в ЦОС.
13. Преобразование Радона и его свойства.
14. Формулы обращения преобразования Радона.
15. Двумерное преобразование Радона в томографии.
16. Непрерывное и дискретное преобразование Хартли.
17. Вычисление свертки с использованием быстрого преобразования Хартли.
18. Двумерное преобразование Хартли.
19. Преобразование Хафа. Алгоритмы обнаружения линий.
20. Вейвлеты и их свойства. Примеры вейвлетных базисов. Базис Хаара на прямой.
21. Диадное вейвлет-преобразование на основе системы Хаара.
22. Кратномасштабный анализ на прямой и его применение. Приложение вейвлет-преобразования для обработки дискретных функций.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Обработка пространственных данных	Информационных систем управления	Изменений не требуется	Протокол № 16 от 23.05.2024

Заведующий кафедрой
информационных систем управления _____ А.М. Недзьведь

23. мая 2024 г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____(протокол № ____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

_____ _____
(ученая степень, ученое звание) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____ _____
(ученая степень, ученое звание)(И.О.Фамилия)