

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета
А.Д.Король



10 июня 2024 г.

Регистрационный № 1651/б.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальностей:

6-05-0533-09 Прикладная математика

6-05-0533-10 Информатика

6-05-0533-12 Кибербезопасность

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-09-2023, ОСВО 6-05-0533-10-2023, ОСВО 6-05-0533-12-2023 и учебных планов № 6-5.3-57/01, № 6-5.3-57/02, № 6-5.3-57/03, № 6-5.3-57/04, № 6-5.3-58/01, № 6-5.3-58/02, № 6-5.3-58/03, № 6-5.3-58/04, № 6-5.3-58/05, № 6-5.3-60/02 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

О.А.Кастрица, доцент кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.А.Леваков, профессор кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

С.А.Мазаник, профессор кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Н.В.Бровка, профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор;

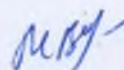
С.И.Зенько, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики Белорусского государственного педагогического университета им. М.Танка, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики БГУ
(протокол № 10 от 24.05.2024);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 8 от 31.05.2024).

Заведующий кафедрой
высшей математики
доктор физико-математических наук
профессор



М.М.Васьковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» разработана в соответствии с учебными планами и образовательным стандартом первой ступени высшего образования по специальностям 6-05-0533-09 Прикладная математика, 6-05-0533-10 Информатика, 6-05-0533-12 Кибербезопасность.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» знакомит студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными комплексными величинами. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Основой для изучения теории функций комплексного переменного являются математические дисциплины, изучаемые в средней школе и математический анализ, изучаемый в предыдущих семестрах.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основные цели изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»:

- формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;

- формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;

- овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии;

- формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного»:

- дать студентам базу, необходимую для усвоения материала учебных дисциплин учебного плана специальности;

- сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к государственному компоненту и входит в модуль «Математический анализ» для специальностей **6-05-0533-09 Прикладная математика, 6-05-0533-10 Информатика** и в модуль «Высшая математика» для специальности **6-05-0533-12 Кибербезопасность**.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

«Теория функций комплексного переменного» используется при изучении учебных дисциплин «Уравнения математической физики», «Теоретическая механика», «Численные методы», «Численные методы математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» должно обеспечить формирование следующих **универсальных компетенций**

УК. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

УК. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий

УК. Работать в команде, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные, культурные и иные различия

УК. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности

УК. Проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности

базовых профессиональных компетенций:

БПК. Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа для построения математических моделей и решения прикладных задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории функций комплексного переменного;
- методы исследования функций комплексного переменного с использованием аппарата дифференциального исчисления;
- принципы построения и использования функций комплексного переменного при решении задач математики и прикладных задач;
- связи между интегралами функций действительного и комплексного переменного;

уметь:

- дифференцировать функции комплексного переменного;
- находить первообразные, вычислять интегралы функций комплексного переменного;

иметь навыки:

- использования основного аппарата теории функций комплексного переменного;
- исследования функциональных зависимостей методами теории функций комплексного переменного;
- построения математических моделей естественных процессов;

– использования аппарата дифференциального и интегрального исчисления при проведении математических исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3-ем семестре для специальностей **6-05-0533-10 Информатика** и **6-05-0533-12 Кибербезопасность**, и в 4-м семестре для специальности **6-05-0533-09 Прикладная математика**.

Всего на изучение учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» отведено

- для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 64 аудиторных часа, из них: лекции – 32 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачеты в 3-ем семестре и экзамен в 4-м семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Функции комплексной переменной (ФКП), непрерывность и дифференцируемость

Функции комплексной переменной (ФКП). Дробно-линейная функция. Степенная функция. Показательная функция. Логарифм комплексного числа и логарифмическая функция. Тригонометрические и гиперболические функции.

Непрерывность ФКП. Дифференцируемость ФКП. Геометрический смысл производной. Конформность. Условия Коши-Римана. Гармонические функции.

Тема 2. Интеграл от функции комплексной переменной

Интегрирование ФКП. Интегральная теорема Коши. Первообразная ФКП. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.

Тема 3. Комплексные числовые и функциональные ряды

Последовательности комплексных чисел. Основной критерий сходимости комплексных последовательностей.

Ряды комплексных чисел. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства суммы степенного ряда. Регулярные функции. Связь между регулярностью и дифференцируемостью функции. Теоремы Вейерштрасса. Нули регулярной функции. Теорема единственности. Понятие об аналитическом продолжении и аналитической функции. Многозначные функции.

Ряд Лорана. Множество сходимости ряда Лорана. Представление функции рядом Лорана. Изолированные особые точки функции. Поведение функции в окрестности особой точки.

Тема 4. Вычеты

Вычет функции в особой точке. Основная теорема теории вычетов. Вычисление вычетов. Применение вычетов для вычисления интегралов. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

Тема 5. Конформные отображения

Конформное отображение. Принцип соответствия границ. Основные свойства отображений, задаваемых линейной, степенной, дробно-линейной, показательной, логарифмической функциями. Функция Жуковского.

Тема 6. Элементы операционного исчисления

Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Свойства преобразования Лапласа. Изображения основных элементарных функций. Отыскание оригинала по известному изображению. Формула Меллина. Использование операционного исчисления для решения дифференциальных и интегральных уравнений и систем.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия		
3, 4 семестр					
I.	Функции комплексной переменной (ФКП), непрерывность и дифференцируемость	4	4		Собеседование Отчеты по практическим заданиям
II.	Интеграл от функции комплексной переменной	6	6		Отчеты по практическим заданиям Коллоквиум. Контрольная работа
III	Комплексные числовые и функциональные ряды	6	6		Собеседование. Отчеты по практическим заданиям Контрольная работа
IV	Вычеты	4	6		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа
V	Конформные отображения	4	2	2	Собеседование. Отчеты по практическим заданиям.
VI	Элементы операционного исчисления	8	6		Собеседование. Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Теория функций комплексного переменного: учебник для студ. учреждений высшего образования по математическим специальностям / [В. Г. Кротов и др.]. - Минск: Адукацыя і выхаванне, 2024. - 448 с.
2. Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие для студ. вузов, обуч. Понаправлению "Прикладная математика" / А. В. Пантелеева, А. С. Якимова. - Изд. 3-е, испр. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2024. - 446 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/212138>.
3. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной. Лекции и практикум: учебное пособие / [кол. авт.: И. М. Петрушко и др.]; под общ. ред. И. М. Петрушко. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2024. - 363 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210425>.
4. Коган, Е. А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Е. А. Коган, Г. С. Жукова ; Финансовый ун-т при Правительстве Российской Федерации. - Москва : ИНФРА-М, 2020. - 179 с. - URL: <https://znanium.com/read?id=357377>.
5. Ганичева, А. В. Основы теории функции комплексной переменной. Операционное исчисление : учебное пособие / А. В. Ганичева. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2021. - 145 с. - URL: <https://reader.lanbook.com/book/173082>.

Дополнительная литература

1. Ю.В. Сидоров, М.Ф. Федорюк, М.И. Шабунин. Лекции по ТФКП. М.: Наука, 1989.
2. Б.В. Шабат. Введение в комплексный анализ. Ч. I. М.: Наука, 1976.
3. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
4. Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.
5. А.И. Маркушевич. Теория аналитических функций. Т. 1, 2. М.: Наука, 1968.
6. М.А. Евграфов. Аналитические функции. М.: Наука, 1968 и другие издания.
7. А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1974 и другие издания.
8. А. Гурвиц, Р. Курант. Теория функций. М.: Наука, 1968.
9. Сборник задач по теории аналитических функций / Под ред. М.А. Евграфова, М., 1972.

10. Л.И. Волковысский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1970.

11. Теория функций комплексного переменного: электронный учебно-методический комплекс / В, Г. Кротов, Э. И. Зверович, А. А. Ворошилов, Т. Н. Жоровина, А. Я. Радыно; БГУ, ММФ. Режим доступа:
<http://elib.bsu.by/handle/123456789/32148>

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы используются оценочные средства, включающие следующие формы:

Устные формы:

– собеседование.

Письменные формы:

– коллоквиум;

– контрольная работа;

– отчеты по практическим заданиям.

Устно-письменные формы:

– зачет;

– экзамен по учебной дисциплине.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» учебным планом предусмотрен зачет в 3 семестре и экзамен в 4 семестре.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

– отчеты по практическим заданиям – 40 %;

– выполнение всех контрольных работ – 60 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) 40 % и экзаменационной отметки 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Тема 5. Конформные отображения (2ч.)

Принцип соответствия границ. Функция Жуковского и обратная к ней (Форма контроля – Собеседование)

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении практических заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия и методические разработки кафедры, большая часть которых размещена в электронной библиотеке университета.

Для самоконтроля усвоения учебного материала рекомендуется использовать разработанные кафедрой тесты, размещенные в системе “E-University”.

Примерный перечень вопросов к зачёту и экзамену

1. Комплексные числа. Свойства и геометрическая интерпретация. Показательная и тригонометрическая форма комплексных чисел. Последовательность комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция.

2. Комплекснозначные функции. Кривые и области в $\mathbb{C}$. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Линеарная функция. Свойства и конформное отображение. Степенная функция. Свойства и конформное отображение. Экспонента и логарифм. Свойства и конформные отображение. Функция $w=1/z$. Свойства и конформное отображение. Обратные

тригонометрические и гиперболические функции. Выражение этих функций через логарифм.

3. Дифференцируемые ФКП и их свойства. Условия Коши-Римана. Сопряженные гармонические функции. Геометрический смысл аргумента производной ФКП. Геометрический смысл модуля производной ФКП. Вычисления длин дуг и площадей образов при отображении $w = f(z)$.

4. Определение интеграла ФКП. Сведение к КРИ-2. Вычисление интеграла ФКП и его свойства. Интегральная теорема Коши. Неопределенный интеграл ФКП. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем для дифференцируемых ФКП и гармонических функций.

5. Принцип максимума модуля дифференцируемой ФКП. Ряды с комплексными членами (числовые, функциональные, степенные). Критерий регулярности функции. Интегральное представление для производной регулярной функции.

6. Теоремы Лиувилля и Мореры.

7. Первая теорема Вейерштрасса о рядах. Вторая теорема Вейерштрасса о рядах.

8. Представление регулярных функций рядом Тейлора. Нули регулярной функции. Множество сходимости ряда Лорана. Представление функций рядами Лорана. Свойства ряда Лорана. Ряд Лорана в окрестности особой точки.

9. Классификация особых точек. Поведение функции в окрестности устранимой особой точки. Поведение функции в окрестности полюса. Поведение функции в окрестности существенно особой точки. Теорема Сохоцкого.

10. Вычисление вычета в простом полюсе. Вычисление вычета в полюсе порядка n . Исследование бесконечно удаленной особой точки и вычисление вычета в ней. Основная теорема о вычетах и ее следствия.

11. Вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\sin t, \cos t) dt$.

12. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$.

13. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{iax} dx$.

Вычисление v.p. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{iax} dx$.

14. Логарифмический вычет и его вычисление. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

15. Преобразование Лапласа. Достаточные условия существования изображения. Построение изображений основных элементарных функций.

16. Свойства изображений: линейность; теоремы подобия, запаздывания, смещения; дифференцирование и интегрирование оригинала; дифференцирование и интегрирование изображения. Свертка функций. Теорема Бореля.

17. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных и интегральных уравнений.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Методы оптимизации	Кафедра методов оптимального управления	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)
Теоретическая механика	Кафедра методов оптимального управления	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)
Функциональный анализ и интегральные уравнения	Кафедра компьютерных технологий и систем	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)
Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)
Численные методы	Кафедра вычислительной математики	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)
Численные методы математической физики	Кафедра вычислительной математики	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Изменений не требуется	(протокол № 10 от 24 мая 2024)

Заведующий кафедрой
методов оптимального управления

кандидат физ.-мат. наук, доценте
(ученая степень, ученое звание)

(подпись)



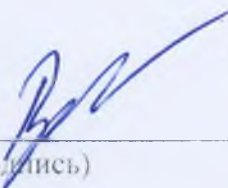
Н.М.Дмитрук
(И.О.Фамилия)

06 мая 2024 г.

Заведующий кафедрой
компьютерных технологий и систем

доктор пед. наук, профессор
(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

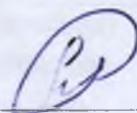


В.В.Казаченок
(И.О.Фамилия)

07 мая 2024 г.

Заведующий кафедрой
вычислительной математики

кандидат физ.-мат. наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)

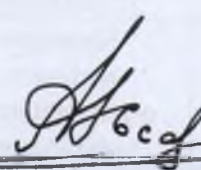

(подпись)

В.И.Репников
(И.О.Фамилия)

13 мая 2024 г.

Заведующий кафедрой
теории вероятностей и
математической статистики

доктор физ.-мат. наук, профессор
(ученая степень, ученое звание)


(подпись)

А.Ю.Харин
(И.О.Фамилия)

20 мая 2024 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____(протокол № ____ от _____ 202_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(И.О.Фамилия)