

УДК 535.33:621.374.825

## РЕЖИМ АВТОКОЛЕБАНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЛАЗЕРА С РЕЗОНАНСНОЙ ФАЗОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Е. В. ТИМОЩЕНКО<sup>1)</sup>, В. А. ЮРЕВИЧ<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Могилёвский государственный университет им. А. А. Кулешова,  
ул. Космонавтов, 1, 212022, г. Могилёв, Беларусь

<sup>2)</sup>Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий,  
пр. Шмидта, 3, 212027, г. Могилёв, Беларусь

**Аннотация.** Представлена резонансная модель генерации полупроводникового лазера, излучающего на длинах волн ИК-диапазона, в которой учтена нелинейная фазовая перестройка резонансного материального отклика среды и поля вынужденного излучения. Схема моделирования генерации основывается на модификации уравнений Максвелла – Блоха для материалов с квантово-размерными эффектами. При условии относительно высокой концентрации квантовых точек, представляемых дипольными частицами, для этих сред типично сочетание нелинейных эффектов, вызывающих динамику фазового соотношения поля и резонансной поляризованности. К ним относят взаимное влияние ближних полей дипольных частиц, резонансную нелинейную рефракцию, оптический эффект Штарка. Результаты численного расчета и качественный анализ модели показали, что особая неустойчивость излучения обусловлена оптическим эффектом Штарка, которым поддерживается действенный уровень амплитудно-фазовой связи в схеме лазера. Продемонстрировано, что именно фактор нелинейного штарковского смещения резонансной линии усиления способен дестабилизировать устойчивые состояния лазерной системы. Во взаимосвязи с остальными механизмами фазовой нелинейности эффект Штарка порождает автомодуляционную динамику в вынужденном излучении, стимулируя интересный с практической точки зрения режим самоподдерживающихся пульсаций интенсивности.

**Ключевые слова:** лазерное излучение; полупроводниковые квантово-размерные структуры; самопульсации интенсивности; оптический эффект Штарка.

---

### Образец цитирования:

Тимошенко ЕВ, Юревич ВА. Режим автоколебаний излучения лазера с резонансной фазовой нелинейностью. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2024; 3:41–49.

EDN: AWQNUL

### For citation:

Timoshchenko EV, Yurevich VA. Self-oscillation mode of laser radiation with resonant phase nonlinearity. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2024;3:41–49. Russian. EDN: AWQNUL

---

### Авторы:

**Елена Валерьевна Тимошенко** – кандидат физико-математических наук, доцент; заведующий кафедрой физики и компьютерных технологий факультета математики и естествознания.

**Владимир Антонович Юревич** – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры техносферной безопасности и общей физики механического факультета.

### Authors:

**Elena V. Timoshchenko**, PhD (physics and mathematics), docent; head of the department of physics and computer technology, faculty of mathematics and natural sciences.

*timoshchenko@msu.by*

**Vladimir A. Yurevich**, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of technosphere safety and general physics, mechanical faculty.

*va\_yurevich@mail.ru*

## SELF-OSCILLATION MODE OF LASER RADIATION WITH RESONANT PHASE NONLINEARITY

*E. V. TIMOSHCHENKO<sup>a</sup>, V. A. YUREVICH<sup>b</sup>*

<sup>a</sup>*Mogilev State A. Kuleshov University,  
1 Kasmanawtaw Street, Magiliow 212022, Belarus*

<sup>b</sup>*Belarusian State University of Food and Chemical Technologies,  
3 Shmidta Avenue, Magiliow 212027, Belarus*

*Corresponding author: E. V. Timoshchenko (timoshchenko@msu.by)*

**Abstract.** The paper presents a resonance model of generation of a semiconductor laser emitting at wavelengths in the IR-range, which takes into account the nonlinear phase transformation of the resonant material response of the medium and the field of stimulated emission. The scheme for modelling the generation is based on a modification of the Maxwell – Bloch equations for materials with quantum-size effects. Under the condition of a relatively high concentration of quantum dots represented by dipole particles, a combination of nonlinear effects causing the dynamics of the phase relationship of the field and resonant polarisation is typical for these media. These include the mutual influence of near fields of dipole particles, resonant nonlinear refraction, and the optical Stark effect. The results of numerical calculation and qualitative analysis of the model showed that a special instability of the radiation is caused by the optical Stark effect, which maintains an effective level of amplitude-phase coupling in the laser scheme. It is shown that it is the factor of the nonlinear Stark shift of the resonant gain line that is capable of destabilising stable states of the laser system. In conjunction with other mechanisms of phase nonlinearity, the Stark effect generates self-modulation dynamics in forced emission, stimulating, among other things, a regime of self-sustaining intensity pulsations that is interesting from a practical point of view.

**Keywords:** laser radiation; semiconductor quantum-dimensional structures; intensity self-pulsations; optical Stark effect.

### Введение

Стабильное получение регулярных серий контрастных импульсов субпико- и пикосекундной длительности обычно требует использования высокотехнологичных лазерных систем. Особые перспективы в миниатюризации таких лазеров, применяемых в предельно компактных устройствах нанофотоники, связаны с возможностью использования квантово-размерных полупроводниковых структур в качестве материалов для активных элементов [1–3]. Целенаправленное изменение характеристик структуры излучения в устройствах пониженной размерности происходит за счет вариации уровня постоянного во времени тока накачки или параметров компактного пассивного дисперсионного элемента в схеме обратной связи<sup>1</sup>. Структурные элементы (например, квантовые точки) используемых в лазерной оптике полупроводниковых слоев с квантово-размерными эффектами характеризуются большими дипольными моментами, связанными с экситонными переходами (их величина оценивается в несколько десятков дебаев) [4]. Субмикронные и нанометровые слои на основе подобных сред с выраженным резонансным откликом на поле когерентного излучения могут обладать сильной нелинейностью, в этих объектах возможно наблюдение когерентных оптических эффектов [4–6] и нелинейных фазовых вариаций действующего в слое поля. Баланс энергии источника возбуждения, коррелирующего и излучаемого поля в такой структуре может быть рассмотрен традиционно, т. е. в рамках двухуровневой схемы образующих ее резонансных частиц – квантовых излучателей (КИ), представленных элементарными диполями.

Характерными следствиями проявления нелинейности резонансного материального отклика квантово-размерных структур на поле когерентного излучения являются факторы, обуславливающие перенормировку фазового соотношения действующего светового поля и поляризационного отклика вещества. К ним относят влияние диполь-дипольного взаимодействия на резонансную частоту усиливающего слоя [7], резонансную нелинейную рефракцию [8] и оптический эффект Штарка [9; 10]. В работе, положенной в основу настоящей статьи, представлена нестационарная балансная модель динамики вынужденного излучения с учетом вышеупомянутых взаимосвязанных нелинейных фазовых эффектов, типичных для резонансного взаимодействия светового поля с веществом квантово-размерных структур. Численное моделирование процесса излучения проведено для параметров полупроводниковых лазеров на квантовых точках.

### Постановка задачи и формулировка схемы расчета

Возможность проявления нелинейных фазовых эффектов оказывается высокой в условиях сравнительно большой концентрации элементарных активных центров, представленных дипольными КИ. Эффекты фазовой перестройки излучения связаны с оптическим эффектом Штарка, диполь-дипольным

<sup>1</sup>Жуков А. Е. Лазеры и микролазеры на основе квантовых точек : учеб. пособие. СПб. : Политех-пресс, 2019. 42 с.

взаимодействием и автомодуляционным смещением частоты вынужденного излучения из-за влияния поглощения в квазирезонансных переходах. Известно, что в ряде твердотельных лазеров, включая полупроводниковые, при возбуждении релаксационных колебаний (т. е. колебаний, параметры которых зависят только от соотношения времен релаксации поля в среде и резонаторе со скоростью возбуждения) могут развиваться переходные серии достаточно коротких пульсаций. Регулярная последовательность импульсов возникает даже в условиях постоянного уровня накачки и отсутствия модулирующих элементов в резонаторе. В работе поставлена задача оценки следствий нелинейности в материальном отклике массива КИ, образующих усиливающий элемент, на динамику светового поля как фактора произвольного перехода излучения лазера в режим самоподдерживающихся пульсаций.

Анализ нелинейной динамики излучения в относительно низкоразмерном массиве КИ проводится в рамках балансного приближения для напряженности поля  $E(t)$  с частотой  $\omega$  в усиливающем элементе и для вероятностных переменных, определяющих его реакцию на световое поле и возбуждение накачкой. При предположении однородного уширения спектральной линии усиления с центральной частотой  $\omega_{12}$  эти вероятностные переменные являются согласованными с переменной поля величинами вероятности поляризованности  $\rho$  и разности населенностей уровней резонансного перехода  $n$ . Исходные уравнения для переменных поля и резонансного отклика известны как система Максвелла – Блоха [11] и традиционно используются для анализа динамики генерации в одночастотном приближении. Система формулируется с применением представлений двухуровневой квантово-механической матрицы плотности:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{1}{T_c}(R - \sigma E), \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{\mu}{\hbar} n E - \frac{\rho}{T_2}(1 - i\Delta), \\ \frac{dn}{dt} &= \frac{j - n}{T_1} - \frac{\mu}{2\hbar}(\rho^* E + \rho E^*), \quad \Delta = \Delta_0 - \pi \frac{\Delta\alpha}{\hbar} \varepsilon_0 |E|^2 T_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $R$  – комплексная переменная, определяемая вероятностью поляризованности  $\rho$ ;  $\mu$  – матричный элемент дипольного момента перехода;  $N$  – объемная концентрация активных центров;  $T_c$  и  $\sigma$  – время прохода света по резонатору и коэффициент потерь в резонаторе соответственно;  $T_1$  и  $T_2$  – времена продольной и поперечной (фазовой) релаксации перехода соответственно (в случае полупроводниковых активных сред эти величины соответствуют временам межзонной и внутризонной релаксации);  $\frac{j}{T_1}$  – компонент,

характеризующий скорость накачки. В выражение для частотной отстройки  $\Delta$  включены нормированная линейная отстройка частоты поля от частоты резонанса  $\Delta_0 = (\omega - \omega_{12})T_2$  и записанный аналогично, например, в [12; 13] нелинейный компонент, определяющий смещение частоты из-за оптического эффекта Штарка, где  $\Delta\alpha$  – дефект поляризуемости (различие поляризуемостей КИ на уровнях основного перехода).

Далее ставится задача учета резонансной нелинейной рефракции, которая может быть решена путем обобщения двухуровневой схемы взаимодействия в соответствии с подходом, обоснованным в [12]. Аналогично [14] переменная поляризованности в этом представлении определяет вклад квазирезонансной поляризуемости:

$$R = \frac{N}{\varepsilon_0} [\mu\rho + i2\pi\Delta\alpha\varepsilon_0(n - n_0)E], \quad (2)$$

где  $N$  – объемная концентрация КИ;  $n_0$  – некоторое начальное значение инверсии.

Перераспределение КИ по уровням перехода в процессе накачки и при насыщении приводит к безынерционному в отношении вариаций инверсии смещению фазового соотношения поля и резонансной поляризованности. В таком случае учет оптического эффекта Штарка вполне правомерно сочетается с рассмотрением следствий резонансной нелинейной рефракции, поскольку коэффициент нелинейности, определяющий величину эффекта, также пропорционален дефекту поляризуемости  $\Delta\alpha$ .

В связи с поставленной задачей учета фазовой резонансной нелинейности особо важна перенормировка фазового соотношения поля и поляризованности из-за влияния ближних полей диполей на положение резонансной частоты спектральной линии усиления. Именно поэтому допускается, что в формировании отклика среды под действием поля существенна локальная поправка Лоренца, устанавливающая отличие действующего на КИ поля  $E'$  от поля  $E$ . В дальнейшей модификации системы кинетических уравнений рассматривается следующее соотношение действующего и коррелирующего (излучаемого) поля:

$E' = E + \frac{iR}{3}$ . Производится соответствующая замена переменной для напряженности поля в уравнениях Блоха в системе (1) и представлении поляризованности (2).

В последующих представлениях удобно использовать нормированные переменные, а также ввести новые обозначения параметров нелинейности и накачки:

$$e = \frac{\mu}{\hbar} \sqrt{T_1 T_2} E, \quad p = \rho \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}, \quad y = \frac{n}{\sigma}, \quad \kappa = \frac{j}{\sigma}, \quad \beta = \frac{2\pi\Delta\alpha\hbar}{\mu^2 T_2} \varepsilon_0, \quad \gamma = \frac{\mu^2 N}{3\varepsilon_0 \hbar} T_2.$$

Для записи балансной схемы энергообмена излучения и накачки в усиливающем элементе далее применяем адиабатическое приближение системы (1). Его считают допустимым при большом различии времен релаксации  $T_1 \gg T_2$  (в случае некогерентного взаимодействия поля излучения с активной средой, когда характерное время развития излучения, например длительность светового импульса, может значительно превышать время фазовой релаксации). В этом предположении поляризованность оценивается как безынерционно «следящая» за полем, и в сингулярном пределе уравнения для вероятности поляризованности получаем

$$p = \frac{ye}{B}, \quad e' = \frac{1 - i\Delta}{B} e, \quad (3)$$

$$B = A - i(A\Delta + \gamma y), \quad A = 1 + \beta\gamma(y - y_0), \quad \Delta = \Delta_0 - \beta \frac{T_2}{2T_1} |e|^2.$$

Принимая во внимание соотношения (3), запишем модификацию скоростных уравнений, следующих из системы (1), в виде

$$\frac{dX}{d\tau} = \frac{1}{\tau_r} (Gy - 1)X, \quad \frac{dy}{d\tau} = \kappa - (1 + GX)y, \quad (4)$$

$$G = \left\{ A^2 + \left[ A \left( \Delta_0 - \beta \frac{T_2}{2T_1} X \right) + \gamma y \right]^2 \right\}^{-1}.$$

В представлениях системы (4) для характеристики излучения использованы переменная интенсивности  $X(\tau) = |e(\tau)|^2$ , нормированная по величине характерной интенсивности насыщения усиления, переменная времени  $\tau = \frac{t}{T_1}$  и скоростной параметр времени жизни фотона в резонаторе  $\tau_r$ , нормированные по величине  $T_1$ , в дальнейших оценках предполагается также, что  $y_0 = 1$ .

Выражение  $G$  в системе (4) описывает, в сущности, нелинейный форм-фактор линии усиления и наряду с линейной отстройкой частоты содержит три нелинейных компонента, включение которых определено значимостью диполь-дипольного взаимодействия, резонансной нелинейной рефракции и оптического эффекта Штарка.

### Устойчивость решений и режим автоколебаний

В скоростных уравнениях (4) отражен ряд взаимосвязанных нелинейных эффектов, возможных при динамических сценариях развития вынужденного излучения в структурах из КИ, представляющих экситоны или квантовые точки в используемых в лазерной оптике полупроводниках.

Качественное изучение поведения решений для  $X(\tau)$  вблизи равновесного состояния с ненулевой мощностью  $X_S$  прежде всего дает возможность оценить зону параметров системы (4), в которой это состояние устойчиво. На временной шкале кривые, описывающие решения для обеих переменных, выходя из начальных точек, после ряда осцилляций затухают к равновесным значениям. Выражения для равновесных значений  $X_S, y_S$  следуют из сингулярных пределов системы (4):

$$\kappa = X_S + y_S, \quad \frac{\beta T_2}{2T_1} X_S = \Delta_0 + \frac{\gamma y_S - \sqrt{y_S - A_S^2}}{A_S}, \quad A_S = 1 + \beta\gamma(y_S - 1). \quad (5)$$

Линеаризация системы (4) в окрестности точек равновесия (5) позволяет записать аналог балансной схемы (4) для относительно малых решений  $\Delta X(\tau)$  и  $\Delta y(\tau)$  в некоторой области фазовой плоскости  $(X, y)$ , содержащей геометрическое место точек  $X_S, y_S$ . Линеаризованный аналог схемы представляется в виде системы линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\tau_r \frac{d\Delta X}{d\tau} &= -\frac{FX_S}{y_S} \Delta X + \frac{1-M}{y_S} X_S \Delta y, \\ \frac{d\Delta y}{d\tau} &= \left(\frac{FX_S}{y_S} - 1\right) \Delta X - \left[1 + (1-M) \frac{X_S}{y_S}\right] \Delta y, \\ F &= \beta \frac{T_2}{T_1} A_S \left[ A_S \left( \Delta_0 - \beta \frac{T_2}{2T_1} X_S \right) + \gamma y_S \right], \\ M &= 2\gamma \left\{ \beta A_S + \left[ 1 + \beta \left( \Delta_0 - \beta \frac{T_2}{2T_1} X_S \right) \right] \left[ A_S \left( \Delta_0 - \beta \frac{T_2}{2T_1} X_S \right) + \gamma y_S \right] \right\}.\end{aligned}\tag{6}$$

На основе (6) формулируется характеристический полином относительно  $\chi$  – комплексного коэффициента затухания в показателе экспоненциального решения  $\exp(\chi\tau)$  системы (6).

Наиболее реальные осциллирующие решения, но если осцилляции определенно релаксирующие, т. е. затухают к равновесным значениям, то система (4) описывает переход лазера к установившемуся стационарному режиму излучения. Тогда особая точка  $(X_S, y_S)$  на фазовой плоскости  $(X, y)$  системы (3) представляет собой устойчивый фокус и является аттрактором фазовых кривых. Характеристический полином, выраженный квадратным уравнением, должен обладать комплексно-сопряженными корнями

$$\chi_{1,2} = \frac{(\operatorname{Re}\chi \pm i\sqrt{D})}{2}.$$

Выражения для вещественной части корней и дискриминанта характеристического уравнения записываются следующим образом:

$$\operatorname{Re}\chi = -\left[ 1 + \left( 1 - M - \frac{F}{\tau_r} \right) \frac{X_S}{y_S} \right], \quad D = \frac{4}{\tau_r} (1 - M - F) X_S - \left[ 1 + \left( 1 - M - \frac{F}{\tau_r} \right) \frac{X_S}{y_S} \right]^2.\tag{7}$$

Совместно с соотношениями (5) значения корней (7) могут быть положены в основу критерия характеристики поведения траекторий на фазовой плоскости  $(X, y)$  в окрестности равновесного состояния  $(X_S, y_S)$ . Устойчивость фокуса  $X_S, y_S$  допустима при условии  $\operatorname{Re}\chi < 0$ . Представление в (7) величин  $\operatorname{Re}\chi$  и  $D$  функциями  $y_S$  удобно для последующего параметрического расчета зависимостей типа  $\operatorname{Re}\chi(\kappa)$ . Переменная величина  $y_S$  при этом считается неотрицательным линейно нарастающим в определенном диапазоне параметром.

При определении условия автоколебаний, очевидно, следует выделить зоны параметров (4), где точки  $X_S, y_S$  нестабильны по типу неустойчивого фокуса. Уход траекторий, соответствующих осцилляторным решениям (4), из окрестности точки равновесия должен означать, что их аттрактором окажется предельный цикл. Такое поведение решений обусловлено неизбежным периодически происходящим насыщением роста  $y(\tau)$  при увеличении мощности вынужденного излучения  $X(\tau)$  с последующим снижением (сбросом инверсии). Особая точка оказывается неустойчивым фокусом, если

$\operatorname{Re}\chi > 0$ . Такого рода неустойчивость соответствует периодическому решению с частотой  $\Omega = \frac{\sqrt{D}}{2}$

у линеаризованных уравнений. Исходная система (4) характеризуется осцилляторными решениями для  $X(\tau)$  и  $y(\tau)$ , амплитуды которых стабилизируются. Тогда моделью описывается развитие сценария регулярных незатухающих пульсаций. Такой режим излучения, реализуемый при постоянном уровне накачки, интересен с практической точки зрения. Условие его достижимости удобно иллюстрировать на шкале параметра возбуждения  $\kappa$  для разных значений отстройки частоты (рис. 1, а). Положением точек пересечения кривых  $\operatorname{Re}\chi(\kappa)$  с горизонтальной осью определяется так называемый второй порог генерации (уровень накачки  $\kappa$ , начиная с которого возможна самопроизвольная неустойчивость вынужденного излучения). Частота релаксационных пульсаций с ростом накачки должна увеличиваться (рис. 1, б).

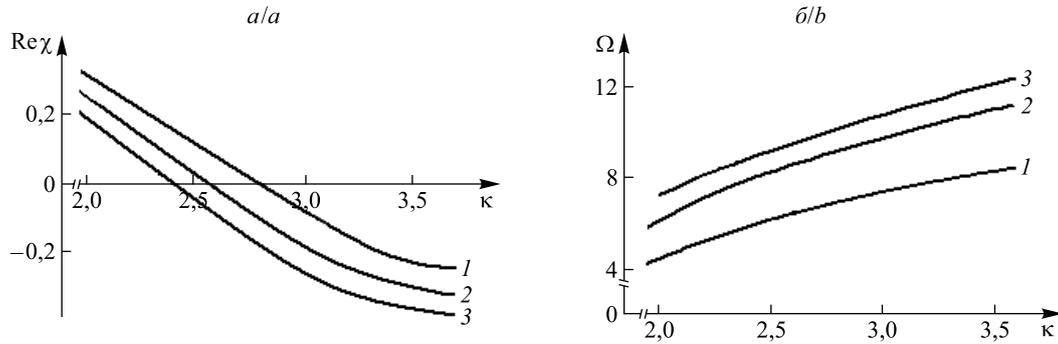


Рис. 1. Зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей корней характеристического уравнения от уровня возбуждения (накачки):  
 $\Delta_0 = -0,04$  (1),  $\Delta_0 = 0$  (2),  $\Delta_0 = 0,04$  (3),  $\beta = 0,15$ ,  $\gamma = 0,34$ ,  
 $\tau_r = 7,0 \cdot 10^{-3}$ ,  $T_1 = 2,0 \cdot 10^{-9}$  с,  $T_2 = 5,0 \cdot 10^{-12}$  с

Fig. 1. Dependences of the real (a) and imaginary (b) parts of the roots of the characteristic equation on the excitation (pumping) level:  
 $\Delta_0 = -0,04$  (1),  $\Delta_0 = 0$  (2),  $\Delta_0 = 0,04$  (3),  $\beta = 0,15$ ,  $\gamma = 0,34$ ,  
 $\tau_r = 7,0 \cdot 10^{-3}$ ,  $T_1 = 2,0 \cdot 10^{-9}$  s,  $T_2 = 5,0 \cdot 10^{-12}$  s

В оценке масштаба предсказываемых явлений (как при расчете пороговых характеристик согласно соотношениям (5) и (7), так и при численном моделировании на основе уравнений (4)) исходили примерно из тех параметров для квантово-размерных лазеров, которые взяты из литературы для структуры квантовых точек в слоях *InAs/(Al)GaAs* на подложках *GaAs* и слоях *InGaAs/InAlAs* на подложках *InP*, излучающих в зависимости от концентрации квантовых точек и уровня оптических потерь (в расчетах  $N \sim (1..4) \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup>,  $\sigma \sim 0,5$ ) в диапазоне длин волн 1250–1290 нм [2; 3] и 1030–1195 нм [15].

### Моделирование релаксационной динамики излучения

Расчеты процессов излучения основывались на численном интегрировании кинетической системы (4) методом Рунге – Кутты. Начальные условия соответствовали выполнению амплитудного условия генерации, т. е. предполагалось, что  $y(\tau = 0) = y_s$ . При этом величина  $X(\tau = 0)$  на несколько порядков меньше равновесного значения, т. е. на начальном этапе моделирования процесса вынужденного излучения решалась задача усиления слабого сигнала. Ход кривых, описывающих решения (4) для нормированной мощности в этом диапазоне величин  $X(\tau = 0)$ , не зависел от их выбора. На рис. 2 и 3 развертки динамической картины вынужденного излучения для переменной мощности  $X(t)$ , полученные путем моделирования процесса, приведены в наносекундном диапазоне времени.

На рис. 2 представлены результаты моделирования, которые дают возможность сравнить развитие колебательного процесса в динамике переменных  $X, y$  в условиях полного учета нелинейных механизмов модуляции (см. рис. 2, а) и пренебрежения факторами, вызывающими неустойчивость процесса излучения (см. рис. 2, б и в).

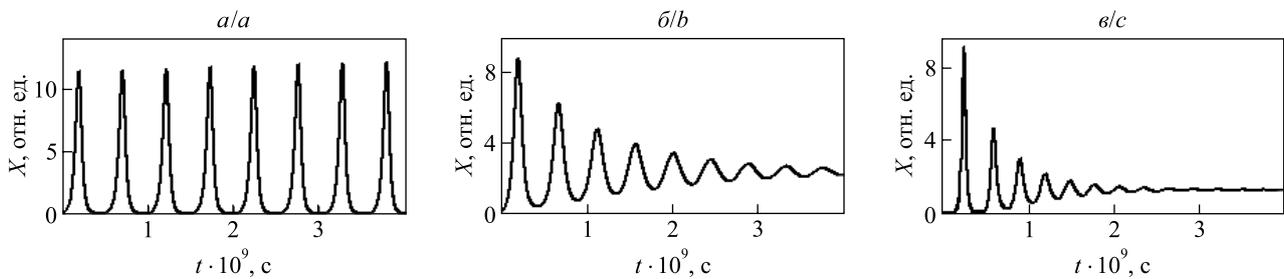


Рис. 2. Временная структура нормированной мощности вынужденного излучения:

$$\beta = 0,15 \text{ (a, б)}, \beta = 0 \text{ (в)}, \frac{\beta T_2}{T_1} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ (a)}, \frac{\beta T_2}{T_1} = 0 \text{ (б, в)},$$

$$\gamma = 0,34 \text{ (a, б)}, \gamma = 0 \text{ (в)}, \kappa = 2,6, \Delta_0 = 0, \tau_r = 7 \cdot 10^{-3}, T_1 = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

Fig. 2. Temporal structure of normalised stimulated emission power:

$$\beta = 0,15 \text{ (a, b)}, \beta = 0 \text{ (c)}, \frac{\beta T_2}{T_1} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ (a)}, \frac{\beta T_2}{T_1} = 0 \text{ (b, c)},$$

$$\gamma = 0,34 \text{ (a, b)}, \gamma = 0 \text{ (c)}, \kappa = 2,6, \Delta_0 = 0, \tau_r = 7 \cdot 10^{-3}, T_1 = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

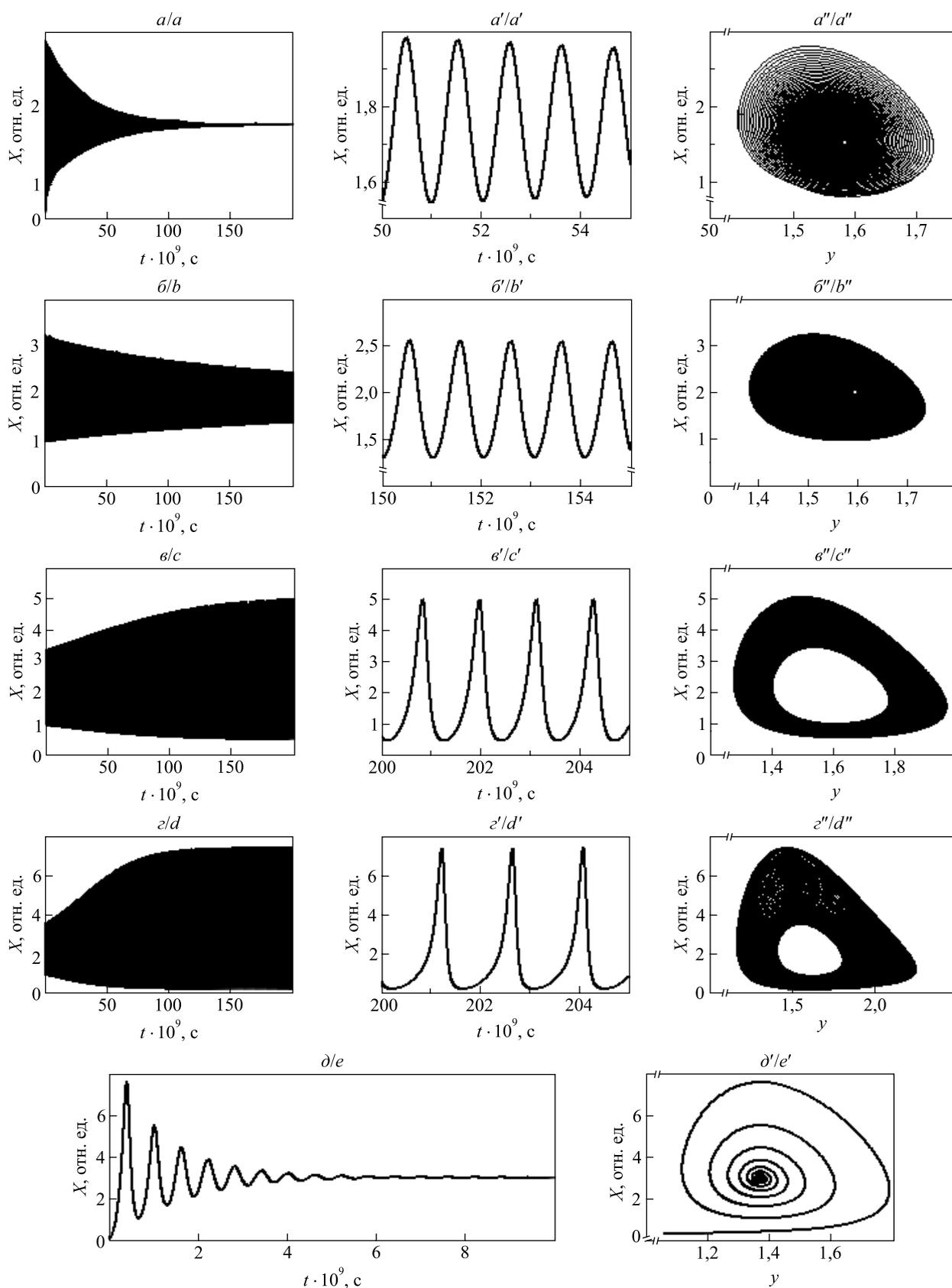


Рис. 3. Временная развертка мощности вынужденного излучения ( $a-d$ ), мощность в более высоком разрешении ( $a'-d'$ ) и фазовые портреты решений ( $a''-d''$ ,  $e'$ ):  $\kappa = 2,3$  ( $a$ ),  $\kappa = 2,4$  ( $b$ ),  $\kappa = 2,45$  ( $c$ ),  $\kappa = 2,5$  ( $d$ ,  $e$ ),  $\beta = 0,12$  ( $a-d$ ),  $\beta = 0$  ( $e$ ),  $\gamma = 0,34$  ( $a-e$ ),  $\gamma = 0$  ( $e$ ),  $\Delta_0 = 0,04$ ,  $\tau_r = 7 \cdot 10^{-3}$ ,  $T_1 = 5,0 \cdot 10^{-9}$  с,  $T_2 = 1,0 \cdot 10^{-12}$  с

Fig. 3. Time sweep of the stimulated emission power ( $a-e$ ), power in higher resolution ( $a'-d'$ ), phase portraits of solutions ( $a''-d''$ ,  $e'$ ):  $\kappa = 2.3$  ( $a$ ),  $\kappa = 2.4$  ( $b$ ),  $\kappa = 2.45$  ( $c$ ),  $\kappa = 2.5$  ( $d$ ,  $e$ ),  $\beta = 0.12$  ( $a-d$ ),  $\beta = 0$  ( $e$ ),  $\gamma = 0.34$  ( $a-d$ ),  $\gamma = 0$  ( $e$ ),  $\Delta_0 = 0.04$ ,  $\tau_r = 7 \cdot 10^{-3}$ ,  $T_1 = 5.0 \cdot 10^{-9}$  s,  $T_2 = 1.0 \cdot 10^{-12}$  s

Различие в ходе зависимостей на рис. 2 свидетельствует о том, что автоколебания мощности развиваются в случае присутствия штарковского смещения. «Раскачка» стационарного состояния происходит именно благодаря существованию амплитудно-фазовой связи вследствие эффекта Штарка, который является решающим дестабилизирующим фактором, и только в этих условиях может формироваться серия регулярных незатухающих импульсов (см. рис. 2, *a*). Однако режим самоподдерживающихся пульсаций возникает при превышении определенного уровня накачки, согласованного с материальными параметрами усиливающего элемента, уровнем обратной связи в резонаторе и начальной отстройкой частоты  $\Delta_0$ . Фазовые эффекты резонансной нелинейной рефракции и диполь-дипольного взаимодействия, приводящие к смещению частоты поля при перераспределении КИ по уровням перехода, дополнительно стимулируют осцилляции мощности. Эти факторы способны замедлить переходный к стационарному режиму излучения этап, но не оказывают модулирующего действия, достаточного для стимуляции автоколебаний (см. рис. 2, *b*). Численные решения (4), как и в случае полного отсутствия фазовой нелинейности (см. рис. 2, *в*), описывают переход к стационарному режиму излучения, инверсная населенность стабилизируется на значениях, соответствующих пороговому уровню усиления.

В обоснование вывода о принципиальной значимости эффекта Штарка можно исходить из оценки условий неустойчивости особых точек, определенных соотношениями (5) и (7). Выводы о характеристиках автомодуляционного режима основывались на анализе большого количества вариантов моделирования процесса излучения, подобных приведенным на фрагментах рис. 3 вариантам. Особо интересен переход к сценарию автоколебаний по мере того, как уровень накачки достигает критического значения, а затем превышает его (второй порог генерации) (см. рис. 3, *b–z*). Можно отметить, как изменяется форма образующих квазирегулярную или периодическую временную структуру всплесков интенсивности, а также их контраст и скважность.

Считалось также целесообразным привести ряд автомодуляционных разверток мощности излучения на фоне изображения фазовых кривых в плоскости  $(X, y)$ . Сочетание значений  $k$  и остальных использованных при интегрировании (4) параметров примерно соответствует зависимости, представленной кривой 3 на рис. 1, *a*. Такого рода варианты результатов моделирования приведены на рис. 3.

На фрагментах *a* и *b* рис. 3 иллюстрированы переходные режимы с «выходом» на стационарную излучаемую мощность, амплитуда и контраст осцилляций, естественно, снижаются (см. рис. 3, *a'* и *b'*). Фазовые кривые с разным темпом входят в окрестность особых точек (см. рис. 3, *a''* и *b''*). Развертка мощности на рис. 3, *d*, с фазовым портретом на рис. 3, *d'*, рассчитанная для отсутствия нелинейности ( $\beta = 0$ ) и относительно высокого значения  $k$ , типична для обычных переходных режимов, и ее быстро релаксирующая к некоторому установившемуся значению нормированной мощности динамика призвана подтвердить, что автоколебания в этом случае также не развиваются.

Режим самоподдерживающихся пульсаций в течение действия непрерывной накачки «стартует» начиная с определенной величины скорости накачки (см. рис. 3, *в* и *z*), фазовые кривые в качестве аттрактора имеют предельный цикл (см. рис. 3, *в''* и *z''*). С нарастанием параметра  $k$  увеличиваются скважность и пиковая амплитуда мощности, снижается длительность импульсов и усиливается асимметрия их фронтов (см. рис. 3, *в'* и *z'*). Такое поведение кривых может быть объяснено тем, что повышается уровень модуляции: при отстройке от резонанса инверсия нарастает в большей степени (до выполнения пороговых условий генерации). Изменение инверсии из-за нелинейного частотного смещения приобретает особую неустойчивость. В свою очередь, переход в режим автоколебаний требует довольно незначительных автомодуляционных колебаний инверсии и связанного с ней среднего уровня усиления [9]. Затем на фазе развития вынужденного излучения нелинейная перестройка частоты возвращает световое поле и отклик среды в состояние, близкое к резонансу, в результате высвечивается более мощный и короткий импульс. Импульсы, формирующие периодическую осцилляторную структуру в выходном излучении, асимметричны, что указывает на роль динамической нелинейности в формировании их фронтов.

## Заключение

Предложенная в работе резонансная модель генерации, учитывающая эффекты фазовой перестройки материального отклика среды (представлена ансамблем двухуровневых диполей) на поле излучения, позволила описать процесс автоколебаний выходной мощности полупроводниковых лазеров, излучающих в ближнем ИК-диапазоне. На основе эффектов фазовой динамики в использованном приближении описания энергообмена поля излучения и тока накачки определен лишь вид функции форм-фактора спектральной линии усиления, поэтому модель взаимодействия относительно проста. Две степени свободы (нормированные переменные мощности излучения и инверсной заселенности) дают возможность применения качественного анализа устойчивости стационарных состояний в зависимости от уровня возбуждения.

Учет фактора нелинейного штарковского смещения резонанса ввиду его способности дестабилизировать устойчивые состояния системы и обуславливать автомодуляционную динамику в вынужденном излучении представляется принципиальным. Можно предположить, что наблюдаемая в полупроводниковых квантово-размерных структурах нелинейная рефракция является следствием перераспределения резонансных КИ по уровням основного перехода с различием поляризуемости. Тогда следует учитывать оптический эффект Штарка с типичным коэффициентом нелинейности, который также пропорционален дефекту поляризуемости. Производимая им отстройка усиления зависит от интенсивности. В условиях действительности ближних полей активных центров на диэлектрическую восприимчивость усиливающего элемента и положение центра спектральной линии усиления, определяемого уровнем инверсии, оба фактора нелинейной фазовой отстройки являются конкурирующими. На разных этапах формирования импульсов, образующих структуру излучения, они способны усиливать один другого. В целом результаты моделирования и качественного анализа рассмотренной модели показали, что наряду с остальными механизмами нелинейной перестройки фазового соотношения поля и резонансной поляризованности эффект Штарка способен сильно стимулировать амплитудно-фазовую связь в излучении, обуславливая развитие самоподдерживающихся пульсаций при постоянном уровне возбуждения.

### Библиографические ссылки

1. Baimuratov AS, Rukhlenko ID, Turkov VK, Baranov AV, Fedorov AV. Quantum-dot supercrystals for future nanophotonics. *Scientific Reports*. 2013;3:1727. DOI: 10.1038/srep01727.
2. Salii RA, Mintairov SA, Nadochiy AM, Nevedomskii VN, Shvarts MZ, Kalyuzhnyy NA. Comparative analysis of the optical and physical properties of InAs and  $\text{In}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  quantum dots and solar cells based on them. *Semiconductors*. 2020;54(10):1267–1275. DOI: 10.1134/S1063782620100255.
3. Zainabidinov SZ, Saidov AS, Boboev AY, Usmonov JN. Features of the properties of the surface of  $(\text{GaAs})_{1-x-y}(\text{Ge}_2)_x(\text{ZnSe})_y$  semiconductor solid solution with ZnSe quantum dots. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2021;15(1):94–99. DOI: 10.1134/S102745102101016X.
4. Borri P, Langbein W, Schneider S, Woggon U, Sellin RL, Ouyang D, et al. Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots. *Physical Review B*. 2002;66(8):081306. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.081306.
5. Htoon H, Takagahara T, Kulik D, Baklenov O, Holmes AL Jr, Shih CK. Interplay of Rabi oscillations and quantum interference in semiconductor quantum dots. *Physical Review Letters*. 2002;88(8):087401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.087401.
6. Vasil'ev PP. Strong coupling regime and Rabi oscillations in GaAs/AlGaAs heterostructures as a consequence of electron-hole pair condensation at room temperature. *Pis'ma v ZhETF*. 2022;115(7–8):424–430. Russian. EDN: FKVUXH.
7. Sanchez F, Brunel M, Martel G, Ait Ameer K. Local field correction to the second laser threshold. *Physical Review A*. 2000; 61(3):033817. DOI: 10.1103/PhysRevA.61.033817.
8. Garmire E. Resonant optical nonlinearities in semiconductors. *IEEE Journal of Selected Topics and Quantum Electronics*. 2000; 6(6):1094–1110. DOI: 10.1109/2944.902158.
9. Unold T, Mueller K, Lienau C, Elsaesser T, Wieck AD. Optical Stark effect in a quantum dot: ultrafast control of single exciton polarizations. *Physical Review Letters*. 2004;92(15):157401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.157401.
10. Slobodeniuk AO, Koutenský P, Bartoš M, Trojánek F, Malý P, Novotný T, et al. Semiconductor Bloch equation analysis of optical Stark and Bloch – Siegert shifts in monolayer  $\text{WSe}_2$  and  $\text{MoS}_2$ . *Physical Review B*. 2022;106(23):235304. DOI: 10.1103/PhysRevB.106.235304.
11. Ханин ЯИ. *Лекции по квантовой радиофизике*. Нижний Новгород: ИПФ РАН; 2005. 224 с.
12. Oraevskii AN. Dynamics of lasers with a saturable absorber. *Kvantovaya elektronika*. 2003;33(10):849–855. Russian.
13. Апанасевич ПА. *Основы теории взаимодействия света с веществом*. Степанов БИ, редактор. Минск: Наука и техника; 1977. 496 с.
14. Timoshchenko EV. Dynamical mode of laser radiation in quantum dots structures with the optical stark effect. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2024;27(2):185–193. DOI: 10.5281/zenodo.12621694.
15. Andryushkin VV, Novikov II, Gladyshev AG, Babichev AV, Karachinsky LYa, Dudelev VV, et al. Features of epitaxial growth by MBE of thin highly strained InGaAs/InAlAs layers on InP substrates. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2023;93(8):1166–1172. Russian. DOI: 10.21883/JTF.2023.08.55979.41-23.

Получена 28.06.2024 / исправлена 17.07.2024 / принята 17.07.2024.  
Received 28.06.2024 / revised 17.07.2024 / accepted 17.07.2024.