
ОПТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

OPTICAL DATA PROCESSING

УДК 528.8, 004.932.4

МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ЭФФЕКТА ДВОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПОСЛЕ ОТРАЖЕНИЯ ОТ СВЕТОДЕЛИТЕЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

**А. О. МАТИНОВ¹⁾, Г. С. ЛИТВИНОВИЧ¹⁾,
С. И. ГУЛЯЕВА¹⁾, Л. А. СМОЛЕНЦЕВА²⁾, И. В. РАССКАЗОВ²⁾**

¹⁾Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко БГУ,
ул. Курчатова, 7, 220045, г. Минск, Беларусь

²⁾Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королева,
ул. Ленина, 4а, 141070, г. Королев, Россия

Образец цитирования:

Мартинов АО, Литвинович ГС, Гуляева СИ, Смоленцева ЛА, Рассказов ИВ. Метод математической коррекции эффекта двоения изображения после отражения от светоделительной пластины. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2024;3:25–40.
EDN: AABHFI

For citation:

Martinov AO, Litvinovich HS, Guliaeva SI, Smolentseva LA, Rasskazov IV. Method for mathematical correction of ghosts in an image after reflection from the beam splitter plate. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2024;3:25–40. Russian.
EDN: AABHFI

Авторы:

Антон Олегович Мартинов – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник лаборатории оптико-физических измерений.

Глеб Святославович Литвинович – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник лаборатории оптико-физических измерений.

Светлана Игоревна Гуляева – научный сотрудник лаборатории оптико-физических измерений.

Лилия Алексеевна Смоленцева – главный специалист.

Игорь Владимирович Рассказов – инженер 1-й категории.

Authors:

Anton O. Martinov, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the laboratory of optical and physical measurements.
antonmartenov@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6871-1173>

Hleb S. Litvinovich, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the laboratory of optical and physical measurements.
litvinovichgs@yandex.by

<https://orcid.org/0000-0002-1841-8013>

Svetlana I. Guliaeva, researcher at the laboratory of optical and physical measurements.

ms.bruchkovskaya@yandex.by

<https://orcid.org/0000-0002-5191-8466>

Liliya A. Smolentseva, chief specialist.

lilka26@yandex.ru

<https://orcid.org/0009-0009-4705-1503>

Igor V. Rasskazov, engineer of the 1st category.

igor.rasskazov1@rsce.ru

<https://orcid.org/0000-0001-9426-7854>

Аннотация. При тестировании научной аппаратуры «Видеоспектральная система», разработанной для использования в рамках космического эксперимента «Ураган» на российском сегменте Международной космической станции, обнаружена проблема двоения изображения (возникновения призраков). Установлено, что данный эффект обусловлен особенностями оптической схемы аппаратуры: изображение формируется на приемной матрице в отраженном от светоделительной пластины свете. Предложен программный метод коррекции призраков на изображениях, и оценена его эффективность. Построена первичная модель формирования призраков на изображениях. По результатам исследования возникновения призраков на снимках, полученных научной аппаратурой «Видеоспектральная система» при съемке коллимированного излучения точечного источника на оптическом стенде, определены более сложные законы пространственного формирования призраков по сравнению с первичной моделью, которые уточнены в новой модели. Совмещение разработанной пространственно-яркостной модели формирования призраков и рекурсивного метода их коррекции позволило устранить призраки с изображений, получаемых научной аппаратурой «Видеоспектральная система».

Ключевые слова: двукратное отражение; паразитное отражение; призраки; светоделитель; обработка изображений; программная коррекция.

Благодарность. Авторы выражают признательность И. И. Бручковскому за идею и проведение экспериментов с лазерными диодами и В. С. Федосееву за помощь в обработке полученных данных.

METHOD FOR MATHEMATICAL CORRECTION OF GHOSTS IN AN IMAGE AFTER REFLECTION FROM THE BEAM SPLITTER PLATE

A. O. MARTINOV^a, H. S. LITVINOVICH^a,
S. I. GULIAEVA^a, L. A. SMOLENTSEVA^b, I. V. RASSKAZOV^b

^aA. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems, Belarusian State University,
7 Kurchatava Street, Minsk 220045, Belarus

^bRocket and Space Corporation «Energia» named after S. P. Korolev,
4a Lenina Street, Koroljov 141070, Russia

Corresponding author: A. O. Martinov (antonmartenov@gmail.com)

Abstract. When testing the scientific equipment «Videospectral system», developed for use as part of the space experiment «Uragan» on the Russian segment of the International Space Station, a problem of double image (ghosts) was discovered. It has been established that this effect is due to the peculiarities of the optical design of the equipment: the image is formed on the matrix in light reflected from the beam splitter plate. A software method for correcting ghosts in images is proposed and its effectiveness is assessed. A primary model for the formation of ghosts in the image has been constructed. Based on the results of a study of the appearance of ghosts in images obtained by the scientific equipment «Videospectral system» when shooting collimated radiation from a point source on an optical stand, more complex laws of the spatial formation of ghosts were determined, in comparison with the primary model, which were clarified in the new model. The combination of the developed spatial-brightness model for the formation of ghosts and the recursive method of their correction made it possible to eliminate ghosts from images obtained by the scientific equipment «Videospectral system».

Keywords: double reflection; parasitic reflection; ghosts; beam splitter; image processing; software correction.

Acknowledgements. The authors would like to thank I. I. Bruchkovsky for the idea and conducting experiments with laser diodes and V. S. Fedoseev for assistance in processing the obtained data.

Введение

При использовании оптических систем со светоделителем возникает проблема двукратного отражения от его граней (рис. 1), что приводит к появлению двоящегося изображения (*ghost reflection*). Для формирующегося паразитного изображения в данной работе используется термин «призрак». Визуально фотоснимок с призраками представляет собой двоящееся изображение, в котором одна компонента четкая и яркая (I_0), а другая, паразитная, менее интенсивная (I_g) (см. рис. 1).

На текущий момент существует возможность аппаратного устранения двукратного отражения путем применения особых оптических схем – тонкопленочных просветляющих покрытий, светоделительного куба. Так, в работе [1] в качестве светоделительного элемента предложено использовать клин с небольшим углом, таким, чтобы падающее излучение, отражающееся от второй грани, претерпевало полное внутреннее отражение и оставалось внутри клина. Однако подобное решение работает только в случае с квазипараллельным

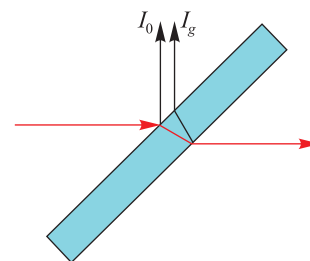


Рис. 1. Явление двукратного отражения от граней светоделителя

Fig. 1. The phenomenon of double reflection from the edges of the beam splitter

пучком. Кроме того, отсутствует прошедший пучок, который может использоваться (как, например, в рассматриваемом приборе). Известны решения¹ с применением тонких пленок на основе нитроцеллюлозной мембраны. Из-за небольшой толщины пленки (около 2 мкм) призрак практически сливается с оригинальным отражением. Но описанное решение не может использоваться в оптической аппаратуре, подверженной вибрации, ввиду чувствительности пленки к акустическим колебаниям. В литературе описано применение светоделительного куба, однако он имеет проблему множественных отражений.

Любой из описанных аппаратных методов решения проблемы двукратного отражения накладывает ограничения на геометрию оптической системы. В силу этого перспективными являются методы программной коррекции, ставшие возможными с ростом производительности компьютеров.

Существующие методы устранения отражений делятся на три категории в зависимости от типа входных данных, используемых для создания скорректированных изображений без призраков: 1) коррекцию по одиночному изображению [2–5]; 2) коррекцию по нескольким изображениям [6–8]; 3) удаление мультимодального отражения [9; 10].

В работе [2] используется база данных с так называемыми естественными участками изображений. Предложенный в публикации [3] алгоритм основывается на классификации пикселей краев объектов. В статье [6] используются несколько изображений, снятых с коротким временным интервалом. В работе [7] несколько изображений с отражениями корректируются с помощью алгоритма на основе расширенного множителя Лагранжа. Примененный в публикации [8] подход использует тонкие изменения в отражении относительно фона в небольшом наборе изображений, полученных с немного различающихся точек обзора. В работе [9] используются данные датчиков, которые имеют два фотодиода на пиксел, для получения двух субапертурных изображений сцены из одного снятого изображения. В статье [10] описывается коррекция изображений, снятых пленочной камерой.

Имеются работы, посвященные созданию физической модели отражения от полупрозрачной среды с учетом поляризации прошедшего и отраженного излучения [11]. Предлагаются методы на основе алгоритмов глубокого обучения [12], требующие существенных компьютерных мощностей. Хорошие результаты показывает алгоритм, использующий модель гауссовой смеси (*Gaussian mixture model*, GMM) [5]. Данный метод является универсальным и не требует предварительных лабораторных измерений. Однако время обработки одного изображения размером 400×600 пк занимает 22 мин при использовании 22 ядер процессора. Если предположить, что сложность алгоритма линейно зависит от числа пикселей, то для больших изображений (100 Мпк) время коррекции составит 120 ч. Вместе с тем зависимость может быть не только линейной, но и более высокого порядка. Представленные выше алгоритмы описывают другую геометрию, когда фотографирование объекта происходит через полупрозрачный материал (например, окно). В настоящей работе рассматривается случай, когда прибор регистрирует паразитную сдвинутую копию исходного объекта из-за особенностей своей оптической схемы. По этой причине был предложен собственный метод коррекции призраков на изображениях.

Аппаратура и получение экспериментальных данных

Дистанционное зондирование Земли (ДЗЗ) в современном мире все больше проникает в разные сферы деятельности человека. Сельское хозяйство, геодезия, картографирование, мониторинг состояния поверхности Земли, Мирового океана и атмосферы – основные, но не единственные области применения ДЗЗ.

Одной из задач космического эксперимента (КЭ) «Ураган» [13–17], который проводится на борту российского сегмента Международной космической станции (РС МКС), является отработка научной аппаратуры и методов изучения Земли. Наибольшее внимание в КЭ «Ураган» уделяется наблюдению за потенциально опасными и катастрофическими явлениями, возникающими на Земле. Для изучения объектов и явлений на поверхности Земли и в ее атмосфере применяются разные виды научной аппаратуры, в том числе приборы, работающие в различных областях спектра электромагнитного излучения. По этой причине для реализации КЭ «Ураган» создается и используется научная аппаратура, способная работать в различных спектральных диапазонах, что позволяет комплексно исследовать изучаемые в рамках эксперимента объекты и явления. Обнаружение какого-либо фактора в исследуемом явлении или процессе любым из используемых в КЭ «Ураган» приборов может сигнализировать о начале важного, иногда даже катастрофического, события на Земле. Одним из приборов спектральной съемки является научная аппаратура «Видеоспектральная система» (НА «ВСС») [18], которая была разработана Институтом прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко БГУ по техническому заданию Ракетно-космической корпорации «Энергия» имени С. П. Королева в рамках выполнения государственного контракта. Улучшенная модификация НА «ВСС», отличающаяся большим разрешением фотоснимка и рассматриваемая в данной работе, доставлена на борт РС МКС в мае 2023 г. Постановщиком КЭ «Ураган» (Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С. П. Королева) в 2023 г. в ходе тестовых включений НА «ВСС»

¹Pellicle beamsplitters // Edmund Optics, Ltd. : website. York, 2024. URL: <https://www.edmundoptics.eu/f/pellicle-beamsplitters/12443/> (date of access: 10.01.2024).

выполнена съемка международных полигонов сети RadCalNet в целях верификации данных. В рамках государственного контракта совместно с разработчиком (Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко БГУ) проведен анализ полученных данных.

НА «ВСС» предназначена для проведения научно-прикладных исследований в ходе КЭ «Ураган» [19] с борта РС МКС. Она представляет собой устройство, позволяющее получать фотоизображения ($11\,600 \times 8700$ пк) в видимом диапазоне длин волн и более 270 спектров отраженного излучения подстилающих поверхностей трех спектрометров в диапазоне 400–950 нм с разрешением 2–5 нм.

Особенностью НА «ВСС» является используемая соосная схема (рис. 2): с помощью светоделителя (плоскопараллельная полупрозрачная пластина 4 из стекла марки К8 толщиной 8 мм, расположенная под углом 45° к оптической оси и имеющая интерференционное покрытие для отражения 20 % излучения в представленной геометрии) световой поток, спроецированный объективом 1–3, разделяется на два потока. Один из них проецируется на приемную матрицу 5 блока изображений, а другой используется для формирования трех областей спектрометрирования матричных спектрометров 7–11. Применение светоделителя приводит к возникновению эффекта двоящегося изображения на получаемых фотоснимках, так как световой поток отражается не только от передней, но и от задней грани светоделителя.

На рис. 3 показано изображение контрольной миры, полученное с помощью НА «ВСС». Невооруженным глазом видно двоящееся изображение: темные линии миры дублируются и накладываются на однотонный фон с некоторым смещением вверх.

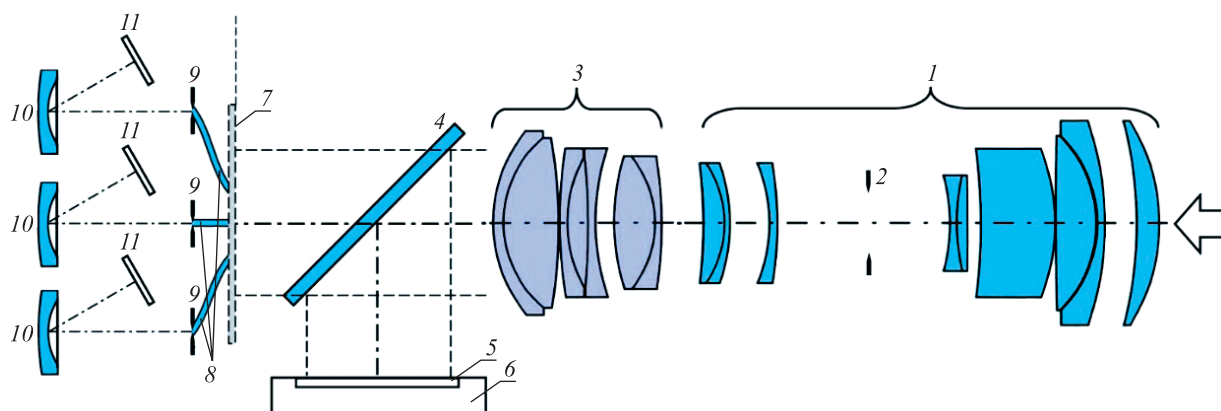


Рис. 2. Упрощенная оптическая схема НА «ВСС»:

- 1 – входной объектив; 2 – электромеханический затвор; 3 – конвертер;
4 – плоскопараллельная полупрозрачная пластина узла светоделителя; 5 – цветная приемная матрица;
6 – цифровой адаптер (задник); 7 – вторая плоскость изображения; 8 – световоды;
9 – входные щели полихроматоров; 10 – вогнутые голографические решетки;
11 – приемные матрицы полихроматоров

Fig. 2. Simplified optical design of the scientific equipment «Videospectral system» (SE «VSS»):

- 1 – input lens; 2 – electromechanical shutter; 3 – converter;
4 – plane-parallel translucent plate of the beam splitter assembly; 5 – color photodetector matrix;
6 – digital adapter (back); 7 – second image plane; 8 – light guides;
9 – entrance slits of polychromators; 10 – concave hologram gratings;
11 – receiving matrices of polychromators

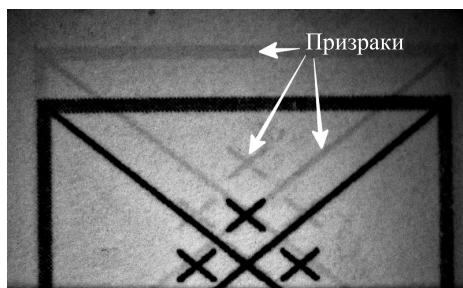


Рис. 3. Полученный НА «ВСС» фотоснимок тестовой миры с паразитным изображением (призраком)

Fig. 3. The image of a test target with a ghost reflection taken by SE «VSS»

Модели формирования и коррекции призраков

Первичная модель формирования призраков. Ниже представлена упрощенная модель формирования призраков в описанной геометрии. Основную идею модели можно изложить, рассмотрев процесс формирования итогового изображения, регистрируемого фотокамерой. Часть падающего на переднюю грань полупрозрачной пластины (светоделителя) светового пучка отражается в направлении приемной матрицы фотокамеры и формирует на ней изображение. Часть светового пучка проходит сквозь светоделитель, отражается от его задней грани и выходит через переднюю грань в сторону приемной матрицы, где формируется паразитное изображение. Таким образом, итоговое изображение на приемной матрице является результатом сложения (по интенсивностям) двух изображений. Эти два изображения (в первом приближении) геометрически сдвинуты друг относительно друга на постоянную величину d , определяемую толщиной светоделителя. Основной вклад в итоговое изображение дает изображение, полученное при отражении от передней грани. После коррекции его необходимо оставить, убрав из итогового изображения компоненту, сформированную отражением от задней грани светоделителя. Изображение, полученное в результате отражения от передней грани, будем называть неискаженным изображением, изображение, полученное в результате отражения от задней грани, – изображением-призраком, а итоговое изображение, регистрируемое фотокамерой, – искаженным изображением. Неискаженное изображение и изображение-призрак отличаются только двумя параметрами – интенсивностью (первое ярче второго) и константным сдвигом друг относительно друга.

На рис. 4 смоделировано искаженное изображение, регистрируемое приемной матрицей фотокамеры при съемке светлого круга на темном фоне (см. рис. 4, *а*) или темного круга на светлом фоне (см. рис. 4, *б*). Более контрастный круг 1 (неискаженное изображение) возникает из-за отражения светового пучка от передней грани светоделителя, а менее контрастный круг 2 (искаженное изображение) является результатом отражения от задней грани. Данное смоделированное изображение (см. рис. 4, *б*) аналогично реальному изображению тестовой миры с черными полосами и их призраками, полученному НА «ВСС» (см. рис. 3).

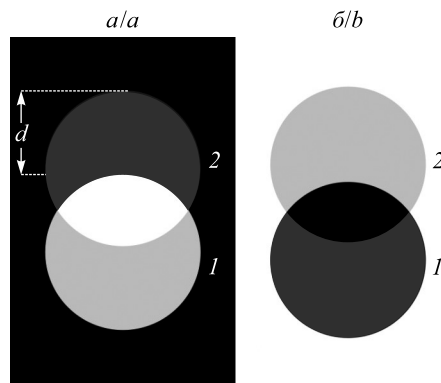


Рис. 4. Смоделированное искаженное изображение на приемной матрице, полученное при съемке круга в результате отражения светового пучка от передней (1) и задней (2) граней полупрозрачной пластины:

a – изображение светлого круга на темном фоне;

б – изображение темного круга на светлом фоне

Fig. 4. Simulated distorted circle image on the matrix, as a result of the light beam reflection from the front (1) and back (2) edges of the translucent plate:

a – image of a light circle on a dark background;

b – image of a dark circle on a light background

Рассмотрим процессы отражения, происходящие на светоделителе (рис. 5). Схема отображена в приближении, что падающий на светоделитель световой пучок является параллельным (в действительности он сходящийся от объектива), а отражение от задней грани происходит лишь однократно (дальнейшее рассмотрение отражений нецелесообразно ввиду их очень слабого влияния). Для удобства восприятия ход двух разных световых лучей, падающих на светоделитель, обозначен красным и синим цветом. Представим интенсивность падающего луча в виде слагаемых I_0 и I_t , где I_0 – интенсивность луча, который будет полностью (суммарно от передней и задней граней) отражен от светоделителя; I_t – интенсивность луча, который пройдет через светоделитель (поглощением светоделителя пренебрегаем). Интенсивность светового луча, отраженного от передней грани светоделителя, можно представить в виде

$(1 - p)I_0$, а интенсивность светового луча, отраженного от задней грани, – в виде pI_0 . Сумма этих двух интенсивностей равна I_0 , а параметр p лежит в диапазоне от 0 до 1. Параметр p можно интерпретировать как отношение интенсивности отраженного от задней грани излучения ко всей интенсивности отраженного излучения. Рассмотрим формирование значения интенсивности конкретного пиксела на приемной матрице. Синий световой луч отражается от передней грани светоделителя и падает на пиксел с координатами (x, y) в приемной матрице фотокамеры. Красный световой луч в результате отражения от задней грани также попадает в пиксел (x, y) . Таким образом, интенсивность излучения I , падающего на пиксел (x, y) приемной матрицы, состоит из интенсивности отраженного от передней грани луча («неискаженного» пиксела) и интенсивности отраженного от задней грани луча («призрачного» пиксела). Красный световой луч после отражения от передней грани попал бы в пиксел $(x, y + d)$ приемной матрицы, но этот ход луча на схеме не отображен.

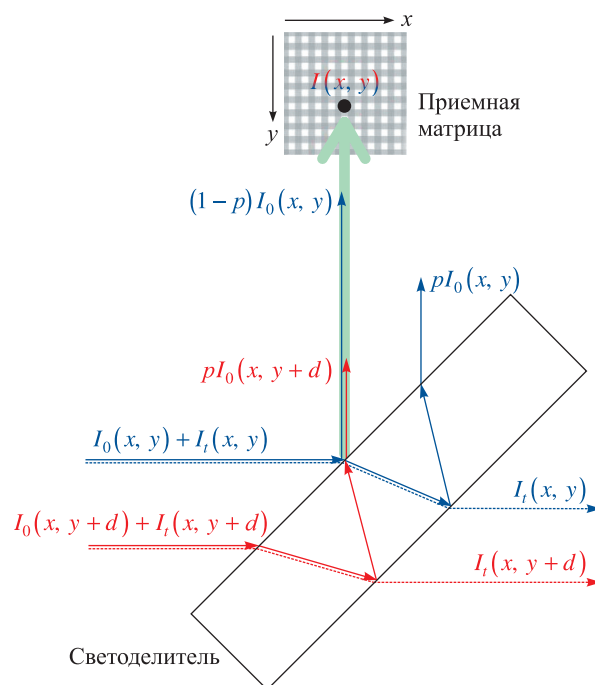


Рис. 5. Ход световых лучей, формирующих изображение на приемной матрице фотокамеры

Fig. 5. The light rays path which form image on the camera matrix

Модель возникновения призраков можно сформулировать следующим образом: на неискаженное изображение накладывается смещенное по вертикали идентичное изображение с определенным процентом непрозрачности. Данную модель можно выразить в виде

$$I(x, y) = (1 - p)I_0(x, y) + pI_g(x, y), \quad (1)$$

$$I_g(x, y) = I_0(x, y + d), \quad (2)$$

где x, y – координаты изображения (начало координат находится в левом верхнем углу); $I(x, y)$ – значение интенсивности пиксела изображения с призраком в соответствующих RGB-каналах; $I_0(x, y)$ – значение интенсивности пиксела неискаженного изображения (без призрака); $I_g(x, y)$ – значение интенсивности пиксела изображения-призрака; p – доля непрозрачности (от 0 до 1) изображения-призрака при наложении на неискаженное изображение; d – величина смещения по вертикали изображения-призрака относительно неискаженного изображения.

Стоит отметить, что 24-битное RGB-изображение использует по 8 бит для представления красной, синей и зеленой составляющих. Чтобы не перегружать формулы, индексы для обозначения конкретного канала ($I_{\text{red}}(x, y)$, $I_{\text{green}}(x, y)$, $I_{\text{blue}}(x, y)$) не вводились, и далее в статье они опускаются. Все интенсивности I означают интенсивность в каждом из каналов изображения и рассматриваются независимо.

Выражения (1) и (2) – это первичная упрощенная модель формирования результирующего изображения, которая дает представление о процессе возникновения изображения-призрака, но не учитывает сходимость пучка от объектива и другие оптические эффекты, характерные для реальной НА «ВСС». В ней учитывается только двукратное отражение от граней светоделиителя.

Первичная модель коррекции призраков. Вторым этапом была разработка методов устранения призраков с изображения. Основной особенностью восстановления исходного изображения по искаженному изображению с призраком является то, что для анализа имеется только изображение I , а компонента-призрак I_g отсутствует.

Из формулы (1) можно выразить пиксели неискаженного изображения:

$$I_0(x, y) = \frac{I(x, y) - pI_g(x, y)}{1 - p}.$$

Если в выражении (2) сделать приближение и заменить I_0 на I (изображение I формируется в основном из I_0 , так как отражение от задней грани слабое), то получим формулу для записи первого разработанного метода коррекции призраков:

$$I_0(x, y) = \frac{I(x, y) - pI(x, y + d)}{1 - p}. \quad (3)$$

Графическая интерпретация метода: имеется искаженное изображение I , которое нужно избавить от призраков. Из этого изображения путем линейного сдвига на d по вертикали создаем изображение, которое считаем псевдопризраком I_g . Вычитаем (с учетом доли непрозрачности) из изображения I псевдопризрак I_g . Параметры d и p должны быть определены заранее.

Рекурсивная модель коррекции призраков с учетом нелинейной пространственной модели формирования призраков. При детальном анализе фотоснимков, сделанных НА «ВСС» (в том числе рис. 3), можно заметить, что призраки формируются по более сложному закону, чем просто смещение изображения по вертикали. Если применять метод коррекции изображения, полученного НА «ВСС», с простой моделью формирования призраков, не учитывающей аберраций и эффектов, которые возникают при отражении от пластины сходящихся пучков, то призраки будут устранены лишь частично.

Для уточнения пространственной модели формирования призраков был проведен лабораторный эксперимент (рис. 6), в ходе которого регистрировались изображения лазерного пучка и его призраков с помощью НА «ВСС». Непрозрачная диафрагма, имеющая отверстие диаметром 0,1 мм, с расположенным за ней полупроводниковым лазером размещалась в фокальной плоскости сферического зеркала ($F = 1,4$ м). Сформированный параллельный монохроматический пучок подавался на входной объектив НА «ВСС», которая располагалась на гониометрической установке, обеспечивающей вращение прибора в двух взаимно перпендикулярных осях, что позволило перемещать сформированное объективом изображение квазиточечного источника по плоскости детектора. Всего было зарегистрировано 25 изображений, в каждом из которых положение лазерного пучка и, соответственно, призрака по отношению к полю изображения менялось. На рис. 7 представлено комбинированное изображение, полученное наложением этих 25 изображений, на котором видны все зарегистрированные лазерные пучки и их призраки.

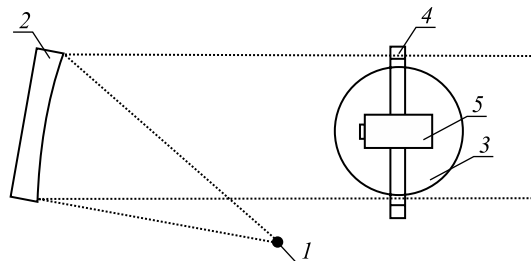


Рис. 6. Схема эксперимента по определению пространственной модели формирования призраков:
1 – лазерный диод с диафрагмой; 2 – сферическое зеркало;
3 – поворотная платформа (горизонтальная плоскость);
4 – поворотная платформа (вертикальная плоскость); 5 – НА «ВСС»

Fig. 6. Experiment scheme for determine the spatial model of ghosts:
1 – laser diode with a diaphragm; 2 – spherical mirror;
3 – rotating platform (horizontal plane); 4 – rotating platform (vertical plane); 5 – SE «VSS»

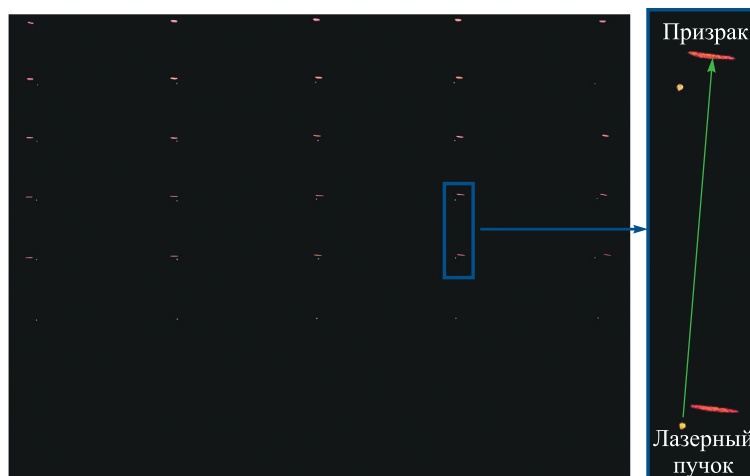


Рис. 7. Зарегистрированные лазерные пучки (желтые точки) и их призраки (красные вытянутые овалы)

Fig. 7. Registered laser beams (yellow dots) and their ghosts (red elongated ovals)

Рассчитана матрица с координатами призраков для каждого из 101 082 464 пикселей. Ее визуализация (в виде векторного поля) представлена на рис. 8. Стрелка указывает, куда пиксел-«прообраз» (начало стрелки) изображения дает свой призрак (конец стрелки). Начало системы координат традиционно находится в левом верхнем углу изображения. Значения по осям x и y соответствуют номеру столбца и номеру строки интересующего пикселя соответственно. Таким образом, используемое ранее приближение формирования призрака константным сдвигом на d можно улучшить введением $g_x(x)$ и $g_y(y)$ – функций координат пикселя-призрака от координат его «прообраза». Далее также будут использоваться обратные функции $g_x^{-1}(x)$ и $g_y^{-1}(y)$, которые являются функциями координат пикселя-«прообраза» от координат пикселя-призрака.

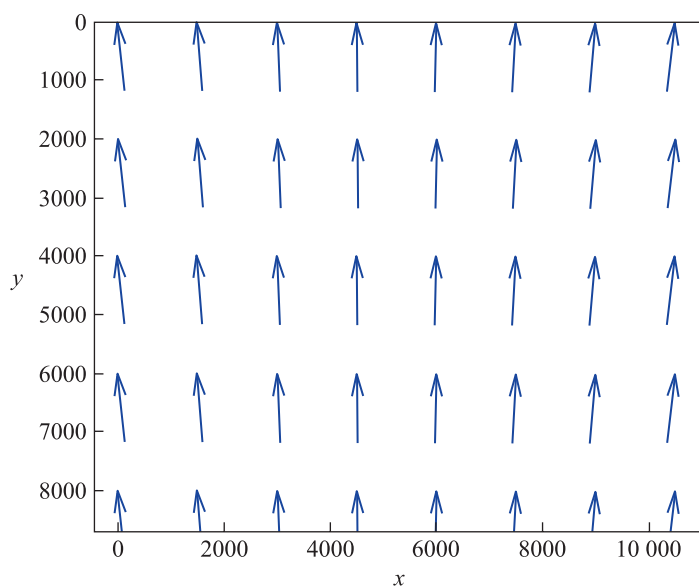


Рис. 8. Векторное поле «прообразов» и их призраков:

Начало стрелки (x, y) – «прообраз» призрака;

конец стрелки $(g_x(x), g_y(y))$ – призрак

Fig. 8. Vector field of prototypes and their ghosts:

the beginning of the arrow (x, y) is a prototype of a ghost;

the end of the arrow $(g_x(x), g_y(y))$ is a ghost

Интерполированные поверхности значений разности dx и dy между соответствующими координатами пикселей (i, j) и их призраков, вычисляемых по формулам

$$\begin{aligned} dy_{ij} &= y_{ij} - g_y(y_{ij}), \\ dx_{ij} &= x_{ij} - g_x(x_{ij}), \end{aligned}$$

где x_{ij} и y_{ij} – координаты пиксела (i, j) , представлены на рис. 9. Приведенные поверхности подтверждают сложный характер формирования призраков в НА «ВСС».

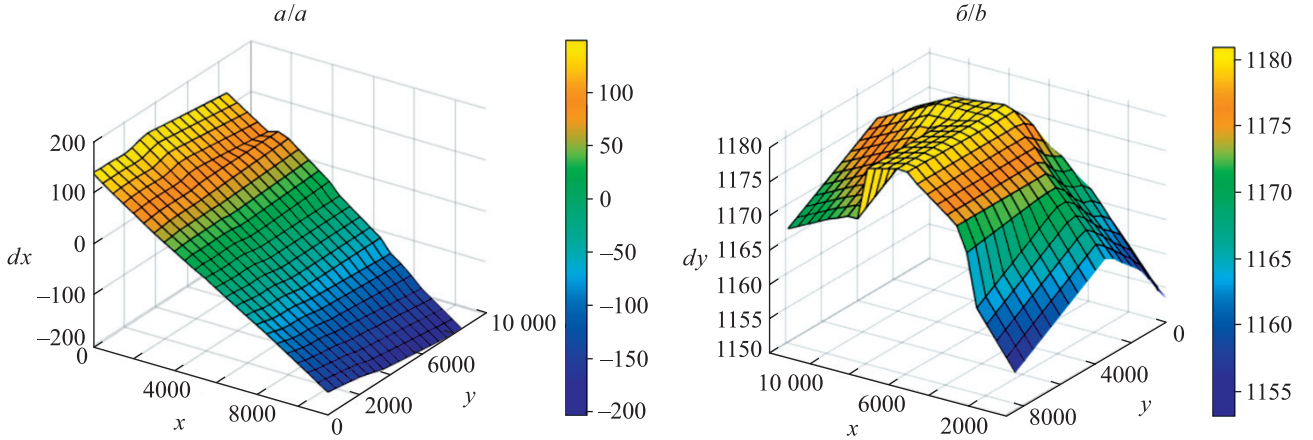


Рис. 9. Интерполированные поверхности значений разности между x -координатами (а) и y -координатами (б) пикселей-«прототипов» и их призраков

Fig. 9. Interpolated surfaces of the difference between x -coordinates (a) and y -coordinates (b) of pixels-prototypes and their ghosts

Следующее уточнение первичной модели коррекции призраков связано с лучшим учетом модели формирования призраков. На значения интенсивности пиксела с координатами (x, y) влияют значения интенсивности пиксела с координатами $(g_x^{-1}(x), g_y^{-1}(y))$. Однако пиксел с координатами $(g_x^{-1}(x), g_y^{-1}(y))$ также является результатом наложения призрака на неискаженное изображение, т. е. на этот пиксел оказывает влияние пиксел с координатами $(g_x^{-1}(g_x^{-1}(x)), g_y^{-1}(g_y^{-1}(y)))$ и т. д. Данная модель описывается формулой

$$\begin{cases} I_0(x, y) = \frac{I(x, y) - pI_{g1}(x, y)}{1 - p}, \\ I_{g1}(x, y) = \frac{I(g_x^{-1}(x), g_y^{-1}(y)) - pI_{g2}(x, y)}{1 - p}, \\ \dots \\ I_{gn-1}(x, y) = \frac{I\left(\underbrace{g_x^{-1}(g_x^{-1} \dots (g_x^{-1}(x)))}_{n-1}, \underbrace{g_y^{-1}(g_y^{-1} \dots (g_y^{-1}(y)))}_{n-1}\right) - pI_{gn}(x, y)}{1 - p}, \\ I_{gn}(x, y) = I\left(\underbrace{g_x^{-1}(g_x^{-1} \dots (g_x^{-1}(x)))}_n, \underbrace{g_y^{-1}(g_y^{-1} \dots (g_y^{-1}(y)))}_n\right), \end{cases} \quad (4)$$

где x, y – координаты изображения (начало координат находится в левом верхнем углу); $I(x, y)$ – значение интенсивности пиксела изображения с призраком в соответствующих RGB-каналах; $I_0(x, y)$ –

значение интенсивности пиксела неискаженного изображения (без призрака); $I_g(x, y)$ – значение интенсивности пиксела изображения-призрака; p – доля непрозрачности (от 0 до 1) изображения-призрака при наложении на неискаженное изображение; n – количество итераций по учету влияния на пиксел-призрак его «прообраза»; $g_x(x)$ и $g_y(y)$ – функции координат пиксела-призрака от координат его «прообраза»; $g^{-1}(x)$ и $g^{-1}(y)$ – функции координат пиксела-«прообраза» от координат пиксела-призрака.

С точки зрения программной реализации модели (4) функции $g^{-1}(x)$ и $g^{-1}(y)$ представляют собой две матрицы с тем же числом строк и столбцов, что и в изображении, которое нужно скорректировать. В каждом элементе (i, j) матрицы, соответствующей функции $g^{-1}(x)$, хранятся x -координаты пиксела изображения, который является «прообразом» призрака для этого элемента матрицы. Аналогично устроена и вторая матрица с y -координатами призрака.

Предложенная модель включает в себя первичную модель (3), которая является частным случаем рекурсивной модели с количеством максимальных итераций $n = 1$. Временная сложность алгоритма коррекции призраков линейно зависит от n , а также от числа пикселей изображения. Можно говорить о том, что алгоритм работает за линейное время, или за время $O(n)$, что является хорошей характеристикой алгоритма [20].

Такая рекурсивная модель определения значения интенсивности неискаженного пиксела имеет свои ограничения, которые связаны с конечностью размеров самого изображения. Для пиксела вблизи края изображения может отсутствовать пиксел-«прообраз».

Непрозрачность призрака. В моделях формирования изображений с призраками (1) и (4) присутствует параметр p , который можно интерпретировать как долю непрозрачности (от 0 до 1) изображения-призрака при наложении на неискаженное изображение. В явном виде p выражается следующим образом:

$$p = \frac{I_0(x, y) - I(x, y)}{I_0(x, y) - I_g(x, y)}. \quad (5)$$

Данный параметр можно оценить по результатам лабораторных измерений лазерных пучков. Для этого на рис. 7 выбирается пара лазерный образ – его призрак. В локализованной пространственной области лазерного призрака (x_g, y_g) на изображении $I_0(x_g, y_g) = 0$ (абсолютно черное изображение), поэтому p упрощается до выражения

$$p = \frac{I(x_g, y_g)}{I_g(x_g, y_g)}. \quad (6)$$

Стоит отметить, что лазерные образы и их призраки представлены не в виде одного пиксела, а в виде пятен сложной формы, поэтому формула (6) примет адаптированный вид

$$p = \frac{\sum_{x, y \in S_g} I(x, y)}{\sum_{x, y \in S_0} I(x, y)}, \quad (7)$$

где в числителе находится сумма интенсивностей пикселей в области светового пятна призрака S_g , а в знаменателе – сумма интенсивностей пикселей в области светового пятна лазерного образа S_0 .

Проведены расчеты параметра p для каждой пары лазерный образ – его призрак, и получено усредненное значение $p = 0,16$. Однако часть пикселей в лазерных образах имеют максимально возможные значения 255 в красном канале, что говорит о недостатке динамического диапазона при данных условиях съемки. То есть знаменатель формулы (7) должен быть больше, чем знаменатель, полученный по результатам эксперимента. Указанное обстоятельство приводит к тому, что равенство $p = 0,16$ преобразуется в неравенство $p < 0,16$.

Повторить эксперимент со съемкой лазеров с применением НА «ВСС» в других условиях не представлялось возможным, поэтому параметр p был рассчитан другим способом. В качестве данных для анализа использовался фотоснимок тестовой миры, полученный НА «ВСС» (см. рис. 3). Он характеризуется наличием черных линий, их призраков и одинаковым равномерным окружающим фоном. Методика расчета параметра p выглядит следующим образом. Берется усредненная по области 5×5 пк интенсивность пикселей на темной линии (I_g), усредненная по области 5×5 пк интенсивность пикселей равномерного окружающего фона (I_0) и усредненная по области 5×5 пк интенсивность пикселей на призраке линии (I). Далее по формуле (5) вычисляется параметр p . Расчеты повторяются для разных участков изображения, и полученные значения усредняются. Результаты измерений представлены в табл. 1.

Таблица 1

Доля непрозрачности призраков, рассчитанная по изображению
тестовой миры, полученному НА «BCC»

Table 1

The proportion of ghosts calculated from the image of a test target taken by SE «VSS»

Номер точки	Средняя интенсивность пикселей на темной линии				Средняя интенсивность пикселей равномерного фона				Средняя интенсивность пикселей на призраке линии				Доля непрозрачности призрака
	R	G	B	RGB	R	G	B	RGB	R	G	B	RGB	
1	1	66	45	37,3	0	137	90	75,7	1	128	85	71,3	0,11
2	1	48	31	26,7	1	161	108	90,0	0	148	98	82,0	0,13
3	0	68	49	39,0	0	156	103	86,3	0	148	99	82,3	0,09
4	0	75	52	42,3	0	150	99	83,0	0	140	93	77,7	0,13
5	0	58	38	32,0	1	117	76	64,7	0	114	73	62,3	0,07

В результате применения данной методики получено значение $p = 0,09$ со стандартным отклонением по выборке 0,026, что согласуется с ранее приведенным неравенством $p < 0,16$.

Таким образом, по итогам лабораторных исследований уточнена пространственно-яркостная модель формирования призраков и предложена их рекурсивная коррекция.

Результаты коррекции призраков

Коррекция смоделированного изображения. Выбор числа итераций. Разработано программное обеспечение на языке Matlab, реализующее предложенный метод коррекции призраков. Для оценки качества устранения призраков разными программными методами использовалась первичная модель формирования призраков. Взято тестовое изображение городской застройки² с большим числом разнообразных объектов, и согласно модели (1) сгенерирован и наложен призрак (рис. 10). Характеристики проверочной модели: размер изображения 3840×2360 пк; доля непрозрачности призрака $p = 0,1$; смещение призрака по вертикальной оси $d = 132$ пк. Данные характеристики являются достаточно типовыми и могут использоваться как тестовые.

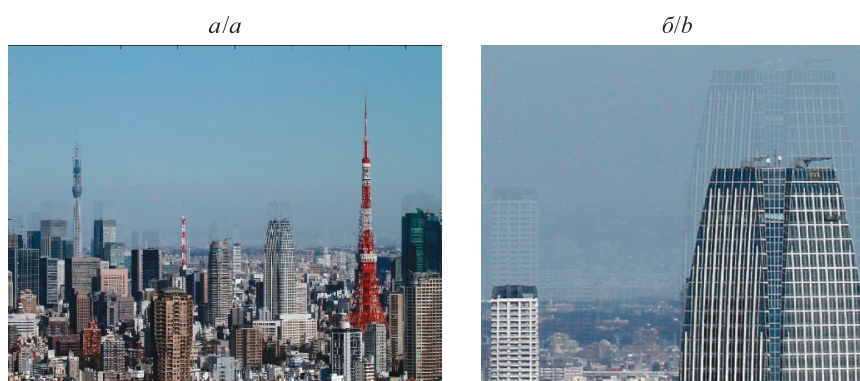


Рис. 10. Фотоснимок Токио со сгенерированным призраком (а)
и его увеличенный фрагмент (б)

Fig. 10. A photograph of Tokyo with a generated ghost (a)
and its enlarged fragment (b)

Протестирован рекурсивный метод устранения призраков (4). Результаты представлены в табл. 2. Исследовано влияние максимального числа итераций n по учету призраков. Качество устранения призраков с фотоснимка оценивалось следующим образом. Для неискаженного и скорректированного изображений проводится попиксельное усреднение трех цветовых каналов в один (расчет средней интенсивности пиксела). Далее из такого одноканального неискаженного изображения попиксельно вычитается одноканальное скорректированное изображение, и получается разностное изображение, все отрицательные интенсивности пикселей которого заменяются на положительные. Все пиксели разностного изображения

²File: Tokyo Tower and Tokyo Sky Tree 2011 January. jpg [Electronic resource]. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tokyo_Tower_and_Tokyo_Sky_Tree_2011_January.jpg (date of access: 10.01.2024).

суммируются и делятся на количество пикселей изображения. Таким образом, рассчитывается средняя разность (diff) интенсивностей пикселей неискаженного и скорректированного изображений.

Таблица 2

Влияние максимального числа итераций
в рекурсивном методе устранения призраков
на среднюю разность интенсивностей пикселей
исходного и скорректированного изображений

Table 2

The influence of the maximum number of iterations
in the recursive ghost removal method on the average difference
in pixel intensities of the original and corrected images

Число итераций	Средняя разность интенсивностей пикселей
0 (без коррекции)	3,082
1	0,389
2	0,110
3	0,095
4	0,093
5	0,093

Средняя разность интенсивностей пикселей неискаженного изображения и изображения с призраком (diff_0) составляет 3,082. После применения рекурсивного метода устранения призраков значение данного параметра (diff_i , $i = 1, \dots, 5$) снижается. Увеличение максимального числа итераций n уменьшает величину diff , что подтверждает предположение о том, что рост числа итераций приводит к лучшему результату устранения призраков. Если построить зависимость значений $\frac{\text{diff}_0}{\text{diff}_i}$ от числа итераций n , то можно оценить, во сколько раз увеличивается качество скорректированного изображения по сравнению с качеством исходного изображения (рис. 11).

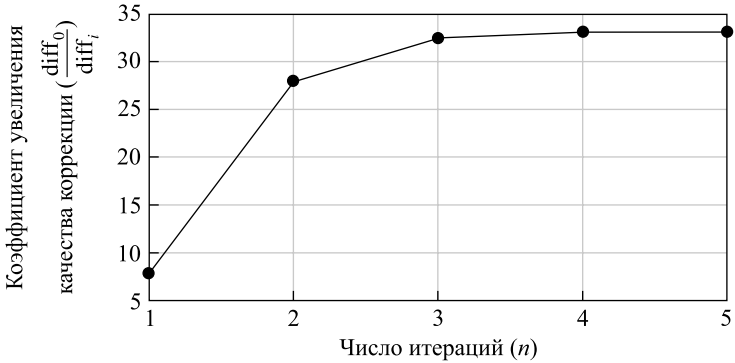


Рис. 11. Увеличение качества коррекции призраков
с ростом максимального числа итераций
рекурсивного метода устранения призраков

Fig. 11. Increasing the quality of ghost correction with an increase
in the maximum number of iterations of the recursive ghost removal method

По характеру графика этой зависимости можно сделать вывод о том, что с увеличением числа итераций рост точности коррекции замедляется. При $n > 3$ он становится совсем незначительным, а именно 0,002 в абсолютных значениях интенсивностей.

Кроме численной оценки качества устранения призраков, учитывалась экспертная оценка ввиду высокой контрастной чувствительности человеческого глаза. Так, на результатах коррекции тестового изображения, представленного на рис. 10, при $n = 1$ видны едва заметные очертания здания на фоне однотонного неба. При $n = 2$ эти остаточные призраки были устранены (рис. 12).

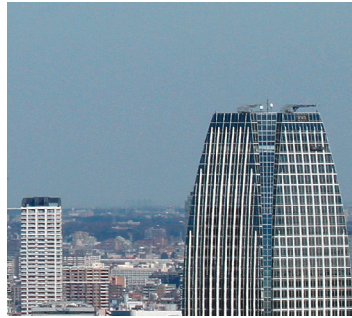


Рис. 12. Результат устранения призраков при $n = 2$

Fig. 12. Result of eliminating ghosts with $n = 2$

Дальнейшее увеличение n визуально не изменяло результат коррекции. Такое поведение легко обосновывается тем, что при $p = 0,09$ на интенсивность пиксела-призрака влияет 9 % интенсивности первого пиксела-«прообраза» ($n = 1$) и лишь 0,81 % интенсивности второго пиксела-«прообраза» ($n = 2$). Очевидно, что дальнейшее увеличение n приведет к еще меньшим вкладам последующих пикселей-«прообразов» (0,07 % и т. д.). По этой причине при использовании метода коррекции с $n = 2$ достигается оптимальный баланс между точностью устранения призраков и временем на проведение вычислений.

Коррекция призраков на фотоснимках, сделанных НА «ВСС». После исследования особенностей устранения призраков на тестовом изображении была выполнена проверка устранения призраков на изображениях, полученных НА «ВСС». На рис. 13 представлен фотоснимок Минска, зарегистрированный НА «ВСС» из здания Института прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко БГУ.

Для устранения призраков на изображении, снятом НА «ВСС», выбран рекурсивный метод с $n = 2$. В целях демонстрации различий между простой пространственной моделью формирования призраков и уточненной моделью, полученной в результате лабораторных измерений, выполнена коррекция призраков с помощью этих двух пространственных моделей. На рис. 14, б, остались следы призраков, в то время как на рис. 14, в, призраки устранены.



Рис. 13. Фотоснимок Минска, зарегистрированный НА «ВСС»

Fig. 13. A photograph of Minsk registered by SE «VSS»

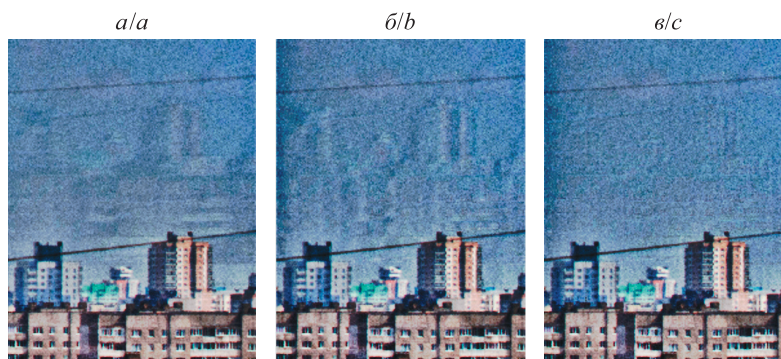


Рис. 14. Результат устранения призраков на увеличенном фрагменте изображения, полученного НА «ВСС»:
а – изображение с призраком; б – результат устранения призраков рекурсивным методом с простой пространственной моделью; в – результат устранения призраков рекурсивным методом с уточненной пространственной моделью

Fig. 14. The result of eliminating ghosts on an enlarged fragment of the image obtained by SE «VSS»:
а – an image with a ghost; б – the result of eliminating ghosts by the recursive method with a simple spatial model;
в – the result of eliminating ghosts using a recursive method with a refined spatial model

В отличие от исследования качества устранения сгенерированных призраков, как на рис. 10, дать количественную оценку качеству устранения призраков на изображениях, полученных НА «ВСС», довольно проблематично, так как отсутствует неискаженное изображение, с которым можно проводить сравнение. Качественную (экспертную) оценку дать проще. Так, на рис. 15 представлен фотоснимок тестовой миры, полученный НА «ВСС» и симметрично разделенный на две части. Левая часть изображения (см. рис. 15, *а*) не подвергалась коррекции, а для правой части изображения (см. рис. 15, *б*) выполнено устранение призраков рекурсивным методом с $n = 2$. Все призраки темных линий были устранены по всему полю изображения, кроме полосы в нижней части фотоснимка с высотой, составляющей 14 % от высоты изображения. Эта область возникает, так как необходимая для устранения призраков информация отсутствует на фотоснимке.

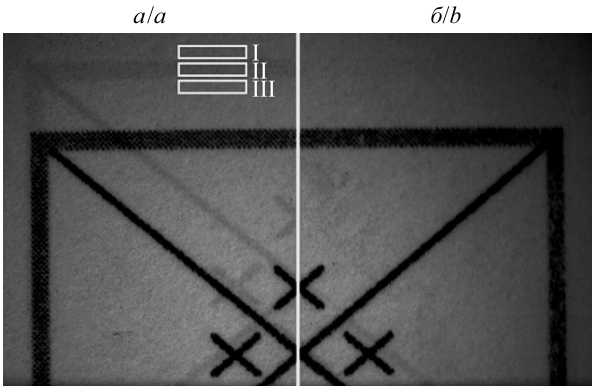


Рис. 15. Фотоснимок тестовой миры, полученный НА «ВСС»:
а – часть изображения, не подвергавшаяся коррекции;
б – часть изображения, для которой выполнено устранение призраков

Fig. 15. A photograph of the test target obtained by SE «VSS»:
a – part of the image that has not been corrected;
b – part of the image that has been deghosted

Предложен численный способ дать количественную оценку качеству устранения призраков. Как и в случае расчета доли непрозрачности призраков, используется изображение тестовой миры. Оно характеризуется наличием черных линий, их призраков и одинаковым равномерным окружающим фоном. На рис. 15 была выбрана прямоугольная область II, покрывающая призрак темной линии. Выше и ниже этой области выбраны аналогичные по размеру прямоугольные области I и III, на которых отсутствуют призраки темных линий. Для этих областей рассчитаны средние значения интенсивности пикселей (табл. 3).

Таблица 3

Различия между областями I–III для изображений с призраками
и изображений с устранением призраков рекурсивным методом

Table 3

Differences between regions I–III for ghosted images
and images with recursive deghosting

Область	Средняя интенсивность пикселей для изображения с призраками				Средняя интенсивность пикселей для изображения с устранением призраков			
	R	G	B	RGB	R	G	B	RGB
I	1	138	91	76,67	1	137	90	76,00
II	0	135	89	74,67	0	138	91	76,33
III	1	143	94	79,33	1	137	91	76,33

Отношение средней яркости области II к усредненной яркости областей I и III для изображения с призраками равно 0,957, а для изображения с выполненной коррекцией призраков составляет 1,002. Другими словами, до коррекции призрак темной линии темнее окружающего фона на $(1 - 0,957) \cdot 100 = 4,3 \%$, а после коррекции область с устраненным призраком ярче окружающего фона на $(1,002 - 1) \cdot 100 = 0,2 \%$. Полученный результат свидетельствует о качественном устранении призраков на изображении.

Заключение

Построена первичная модель формирования призраков на изображениях. Разработан рекурсивный метод коррекции призраков на изображениях, и оценена его эффективность.

Проанализировано влияние максимального числа итераций на результат устранения призраков. Выбрано оптимальное значение числа итераций ($n = 2$), дальнейшее увеличение которого продолжает увеличивать время расчета, но практически не влияет на качество коррекции (рост числа итераций до $n = 3$ позволит дополнительно учитывать вклады всего 0,07 % составляющей призрака).

Исследовано формирование призраков на изображениях, полученных НА «ВСС» при съемке коллимированного излучения точечного источника на оптическом стенде. По результатам исследования определены более сложные законы пространственного формирования призраков по сравнению с первичной моделью, которые уточнены в новой модели. Выведена зависимость координат призраков от координат их «прообразов». Определена доля исходного изображения, полученного НА «ВСС», в призраке.

Совмещение новой пространственно-яркостной модели формирования призраков и рекурсивного метода их коррекции позволило устранить призраки на получаемых НА «ВСС» снимках. Различие между призраком тестовой миры и однородным фоном на изображении до коррекции составляло 4,3 %, а после коррекции – 0,2 %.

Однако программной коррекции призраков присущ недостаток: для призраков на изображении, получаемом НА «ВСС», существует область (14 % от его общей площади), которая не может быть подвергнута коррекции, так как «прообразы» призраков отсутствуют на фотоснимке.

Разработанный метод коррекции призраков, а также приведенные методы лабораторных измерений и обработки полученных результатов могут эффективно применяться для решения задачи улучшения качества изображений.

Библиографические ссылки

1. Liepmann TW. Wedged plate beam splitter without ghost reflections. *Applied Optics*. 1992;31(28):5905–5906. DOI: 10.1364/AO.31.005905.
2. Levin A, Zomet A, Weiss Y. Separating reflections from a single image using local features. In: *Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society conference on computer vision and pattern recognition. CVPR-2004; 2004 June 27 – July 2; Washington, USA. Volume 1*. Los Alamitos: IEEE Computer Society; 2004. p. I-306–I-313. DOI: 10.1109/CVPR.2004.1315047.
3. Chung Y-C, Chang S-L, Wang J-M, Chen S-W. Interference reflection separation from a single image. In: *2009 Workshop on applications of computer vision (WACV-2009); 2009 December 7–8; Snowbird, USA*. [S. l.]: IEEE; 2010. p. 1–6. DOI: 10.1109/WACV.2009.5403036.
4. Li Y, Brown MS. Single image layer separation using relative smoothness. In: *2014 IEEE conference on computer vision and pattern recognition; 2014 June 23–28; Columbus, USA*. Los Alamitos: IEEE Computer Society; 2014. p. 2752–2759. DOI: 10.1109/CVPR.2014.346.
5. Shih Y, Krishnan D, Durand F, Freeman WT. Reflection removal using ghosting cues. In: *2015 IEEE conference on computer vision and pattern recognition (CVPR); 2015 June 7–12; Boston, USA*. [S. l.]: IEEE; 2015. p. 3193–3201. DOI: 10.1109/CVPR.2015.7298939.
6. Gai K, Shi Z, Zhang C. Blind separation of superimposed moving images using image statistics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2012;34(1):19–32. DOI: 10.1109/TPAMI.2011.87.
7. Guo X, Cao X, Ma Y. Robust separation of reflection from multiple images. In: *2014 IEEE conference on computer vision and pattern recognition; 2014 June 23–28; Columbus, USA*. Los Alamitos: IEEE Computer Society; 2014. p. 2195–2202. DOI: 10.1109/CVPR.2014.281.
8. Li Y, Brown MS. Exploiting reflection change for automatic reflection removal. In: *2013 IEEE International conference on computer vision. ICCV-2013; 2013 December 1–8; Sydney, Australia*. Los Alamitos: IEEE Computer Society; 2013. p. 2432–2439. DOI: 10.1109/ICCV.2013.302.
9. Punnapurath A, Brown MS. Reflection removal using a dual-pixel sensor. In: *2019 IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition; 2019 June 15–20; Long Beach, USA*. Los Alamitos: IEEE Computer Society; 2019. p. 1556–1565. DOI: 10.1109/CVPR.2019.00165.
10. Li T, Lun DPK, Chan Y-H, Budianto. Robust reflection removal based on light field imaging. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2019;28(4):1798–1812. DOI: 10.1109/TIP.2018.2880510.
11. Kong N, Tai Y-W, Shin JS. A physically-based approach to reflection separation: from physical modeling to constrained optimization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2014;36(2):209–221. DOI: 10.1109/tpami.2013.45.
12. Pawan Prasad BH, Green Rosh KS, Lokesh RB, Mitra K, Chowdhury S. V-DESIRR: very fast deep embedded single image reflection removal. In: *2021 IEEE/CVF International conference on computer vision. ICCV-2021; 2021 October 10–17; Montreal, Canada*. Los Alamitos: IEEE Computer Society; 2021. p. 2370–2379. DOI: 10.1109/ICCV48922.2021.00239.
13. Belyaev MYu. Scientific equipment and Earth studies techniques in space experiment «Uragan» on board the International Space Station. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*. 2021;18(3):92–107. Russian. DOI: 10.21046/2070-7401-2021-18-3-92-107.
14. Belyaev MYu, Desinov LV, Karavaev DYU, Legostaev VP, Ryazantsev VV, Yurina OA. Features of imaging the Earth surface and using the results of the imaging made by the ISS Russian segment crews. *Space Engineering and Technology*. 2015;1:17–30. Russian. EDN: TZWTHH.

15. Belyaev MYu, Desinov LV, Karavaev DYU, Legostaev VP. Use of ground surface survey from the ISS for the benefit of fuel and energy complex. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Energetika*. 2013;4:75–90. Russian. EDN: REJWYN.

16. Belyaev MYu, Desinov LV, Karavaev DYU, Sarmin EE, Yurina OA. The study of catastrophic events that may lead to environmental challenges under the program «Hurricane» onboard the Russian segment of the International Space Station. *Kosmonavtika i raketostroenie*. 2015;1:71–79. Russian. EDN: UJTWFJ.

17. Belyaev MYu, Volkov ON, Solomina ON, Tertitsky GM. Animal migration studies with the use of Icarus scientific equipment in the Uragan space experiment aboard the ISS RS. *Giroskopiya i navigatsiya*. 2022;30(3):3–19. Russian. EDN: UTJSZC.

18. Belyaev BI, Belyaev MYu, Sarmin EE, Gusev VF, Desinov LV, Ivanov VA, et al. Design and flight tests of science hardware «Videospectral system» on board the Russian segment of the ISS. *Space Engineering and Technology*. 2016;2:70–79. Russian. EDN: WCKDEN.

19. Belyaev BI, Belyaev YuV, Domaratskii AV, Katkovskii LV, Krot YuA, Rogovets AV, et al. The photospectral system for the space experiment «Uragan». *Space Science and Technology*. 2010;16(2):41–48. Russian. DOI: 10.15407/knit2010.02.041.

20. Prasanna Kumar KN, Kiranagi BS, Bagewadi CS. A general theory of the system «quantum information – quantum entanglement, subatomic particle decay – asymmetric spin states, non locality – hidden variables» – a concatenated model. *International Journal of Scientific and Research Publications*. 2012;2(7).

Получена 30.04.2024 / исправлена 03.05.2024 / принята 09.07.2024.

Received 30.04.2024 / revised 03.05.2024 / accepted 09.07.2024.