

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, проект № Ф22-050.

Литература

1. Цехан, О.Б. Асимптотическая аппроксимация решения одной линейной нестационарной сингулярно возмущенной системы с постоянным запаздыванием. *Веснік Гродз. дзярж. ўн-та імя Янкі Купалы. Сер. 2, Мат. Фіз. Інф., выліч. тэхн. і кіраванне*. Т. 14. № 1. (2024), 37–47.
2. Tsekhan, O. Approximation of the solution based on the decoupling transformation of linear time-varying singularly perturbed system with delay *Dynamic Control and Optimization. DCO 2021. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. Springer, Cham. – Vol. 407. (2022), 77–97.

Граничная задача для одного гиперболического уравнения четвертого порядка со смешанными граничными условиями Е. С. Чеб (Минск, Беларусь)

Рассматривается корректно поставленная смешанная задача для линейного нестроого гиперболического уравнения в частных производных четвертого порядка с постоянными коэффициентами, в случае наличия у него одной кратной характеристики. Получены условия существования единственного классического решения, непрерывно зависящего от начальных и граничных данных.

Рассмотрим гиперболическое уравнение четвертого порядка

$$\frac{\partial^4 u}{\partial t^4} + 4a \frac{\partial^4 u}{\partial t^3 \partial x} + 6a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + 4a^3 \frac{\partial^4 u}{\partial t \partial x^3} + a^4 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0, (x, t) \in Q_n, \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\left. \frac{\partial^j u}{\partial t^j} \right|_{t=0} = \varphi_j(x), \quad j = 0, 1, 2, 3, \quad x \in [0, l]. \quad (2)$$

Пусть коэффициент $a > 0$. Уравнение (1) имеет одну характеристику $x - at$ кратности четыре.

Добавим к уравнению (1) граничные условия вида

$$\left. \frac{\partial^s u}{\partial x^s} \right|_{x=0} = \mu_s(t), \quad t \in [0, t_{n+1}], \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial^{s+1} u}{\partial x^{s+1}} \right|_{x=l} = \nu_s(t), \quad t \in [t_1, t_{n+1}], \quad s = 0, 1, \quad (4)$$

Здесь $Q_n = \bigcup_{k=0}^n G_k$, $G_0 = \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 : x \geq at, x \in [0, l], t \in [0, t_1]\}$, $G_k = \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 : (k-1)l \leq at - x \leq kl, x \in [0, l], t \in [t_{k-1}, t_{k+1}]\}$, $t_k = kl/a$, $k = \overline{0, n}$.

Выбор таких граничных условий гарантирует корректность задачи (1)–(4) в классе четырежды непрерывно дифференцируемых функций [1].

Теорема. Задача (1)–(4) на Q_n имеет единственное классическое решение $u \in C^4(Q_n)$ при выполнении условий гладкости $\varphi_j \in C^{(7-j)}[0, l]$, $j \in \overline{0, 3}$, $\mu_i \in C^{(6-i)}[0, t_{k+1}]$, $\nu_i \in C^{(6-i)}[t_1, t_{n+1}]$, $i = 1, 2$, основных условий согласования $\varphi_j(0) = \mu_1^{(3-j)}(0)$, $\varphi_j'(0) = \mu_2^{(3-j)}(0)$, $j = \overline{0, 3}$, $a^4 \mu_1^{(4)} = -\varphi_0^{(4)}(0) - 4a^3 \varphi_1^{(3)}(0) - -6a^2 \varphi_2^{(2)}(0) - 4a \varphi_3'(0)$ и дополнительных условий согласования по типу [2].

Литература

1. Чеб Е.С., Симинская Е.С. О классическом решении смешанной задачи для линейного нестроого гиперболического уравнения четвертого порядка с одной кратной характеристикой. *Вестник БелГУ. Прикладная математика. Физика.* Т. 1, No. 1 (2020), 11–18.
2. Чеб Е.С. Классическое решение граничной задачи для уравнения четвертого порядка с младшей производной и одной кратной характеристикой. В сб. *Труды 10-го Междунар. науч. семинара АМАДЕ-2021, (13-17 сентября 2021 г., Минск).* (Редактор Рогозин С.В.) Минск: ИВЦ Минфина. (2022), 127–132.

О разрешимости модельной однородной степенной краевой задачи с допустимыми нулями на контуре Т. А. Чехменок (Минск, Беларусь)

Рассмотрим модельную краевую задачу:

$$[\Phi^+(t)]^\alpha = t^\chi [\Phi^-(t)]^\beta, \quad t \in L, \quad (1)$$

где контур L — единичная окружность, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$, $\chi \in \mathbb{Z}$, в классе функций $\mathcal{A}_{0,0,r}$ — классе функций однозначных аналитических соответственно в областях $D^\pm$, непрерывно продолжимых на контур L слева и справа, не имеющих нулей в областях $D^\pm$, и r — количество точек контура, в окрестности которых имеет место асимптотика $\Phi^\pm(t) = A(t - \tau_j)^{\alpha_j}$, $t \rightarrow \tau_j$, $j = \overline{1, r}$ ($\alpha_j > 0$, $j = \overline{1, r}$). Следуя [2] функции $\Phi^\pm(z)$ считаются решениями данной задачи, если существуют однозначные ветви многозначных функций $[\Phi^+(z)]^\alpha$ и $[\Phi^-(z)]^\beta$, предельные значения которых на контуре L удовлетворяют краевому условию (1).

В работе [1] получена структура порядков нулей решений краевой задачи (1) на контуре, доказана ограниченность числа нулей решений в случае α и β рациональных, и неограниченность, когда хотя бы один из показателей α, β иррационален. В отличие от указанной статьи получены критерии разрешимости модельной нелинейной краевой задачи (1).

Теорема. При $\chi < 0$ задача (1) не имеет решений ни в одном из классов вида $\mathcal{A}_{0,0,r}$. При $\chi \geq 0$ и фиксированном $r \geq 1$ критерием разрешимости задачи (1) является существование чисел $k_j, l_j, m_j \in \mathbb{Z}$, $j = \overline{2, r}$, $\alpha_1 > 0$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \alpha_1 + \sum_{j=2}^r (\alpha k_j + \beta l_j + m_j) = \kappa, \\ \alpha k_j + \beta l_j + m_j > 0, \quad j = \overline{2, r}. \end{cases} \quad (2)$$

При его выполнении все решения определяются формулами:

$$\Phi^+(z) = \left[C \prod_{j=1}^r (z - \tau_j)^{\alpha_j} \right]^{\frac{1}{\alpha}}, \quad z \in D^+, \quad \Phi^-(z) = \left[C \prod_{j=1}^r \left(\frac{z - \tau_j}{z} \right)^{\alpha_j} \right]^{\frac{1}{\beta}}, \quad z \in D^-,$$

где $\alpha_j = \alpha k_j + \beta l_j + m_j$, $j = \overline{2, r}$, $\alpha_1 = \chi - \sum_{j=2}^r \alpha_j$.

Рассмотрим вопрос о разрешимости системы (2) в целых неотрицательных числах. Пусть все α_j , $j = \overline{2, r}$, постоянны и равны между собой.