

Определим регулятор с обратной связью по неполным измерениям

$$u(t_k) = \sum_{j=0}^{m_1} (U_{11}^j y(t_{k-j}) + U_{12}^j x_3(t_{k-j})), \quad x_3(t_{k+1}) = \sum_{j=0}^{m_1} (U_{21}^j y(t_{k-j}) + U_{22}^j x_3(t_{k-j})), \quad (2)$$

$$k = k_1, k_1 + 1, \dots, \quad k_1 = 2m + m_1.$$

Здесь $x_3 \in \mathbb{R}^{n_3}$, — вспомогательная переменная, удовлетворяющие начальному условию $x_3(t_k) = a_{3k}$, $k = \overline{0, m + m_1}$, где $a_{3k} \in \mathbb{R}^{n_3}$ — любые заданные векторы, U_{ij} — постоянные матрицы подходящих размеров.

Определение. Регулятор (2), для которого существует число $k_0 \in \mathbb{N}$ такое, что каковы-бы ни были начальные условия, для решения замкнутой системы (1), (2) выполняются равенства $x_1(t) = 0$, $t \geq t_{k_0}$, $x_2(t_k) = 0$, $x_3(t_k) = 0$, $k = k_0, k_0 + 1, \dots$, назовем регулятором финитной стабилизации по выходу.

В работе получены критерий существования регулятора финитной стабилизации по выходу и метод его построения. Показано, что регулятор финитной стабилизации по выходу существует тогда и только тогда, когда система (1) является слабо финально наблюдаемой и полностью управляемой. В идейном плане работа продолжает исследования задачи финитной стабилизации по неполным измерениям, начатой для систем нейтрального типа в [1].

Литература

1. Хартовский В.Е. Финитная стабилизация и назначение конечного спектра единым регулятором по неполным измерениям для линейных систем нейтрального типа. *Дифференциальные уравнения*. Т. 60. № 5 (2024), С. 686–706.

К вопросу финитной стабилизации систем нейтрального типа по наблюдаемому выходу

В. Е. Хартовский, О. И. Урбан (Гродно, Беларусь)

Рассмотрим линейную автономную дифференциально-разностную систему нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$(I_n - D(\lambda_h))\dot{x}(t) = A(\lambda_h)x(t) + B(\lambda_h)u(t), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$y(t) = C(\lambda_h)x(t), \quad t \geq 0,$$

где x — решение этой системы, u — управление, y — наблюдаемый выходной сигнал (выход), $I_i \in \mathbb{R}^{i \times i}$ — единичная матрица, λ_h — оператор сдвига, определяемый для заданного $h = \text{const} > 0$ правилом $(\lambda_h)^k f(t) = f(t - kh)$, $k \in \mathbb{N}$; $D(\lambda) = \sum_{i=1}^m D_i \lambda^i$, $A(\lambda) = \sum_{i=0}^m A_i \lambda^i$, $B(\lambda) = \sum_{i=0}^m B_i \lambda^i$, $C(\lambda) = \sum_{i=0}^m C_i \lambda^i$; $D_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C_i \in \mathbb{R}^{l \times n}$. Решение уравнения (1) однозначно задается начальным условием $x(t) = \varphi(t)$, $u(t) \equiv 0$, $t \in [-mh, 0]$. Считаем, что φ — неизвестная кусочно-непрерывная функция, $p_D = d/dt$ — оператор дифференцирования.

В работе получен критерий существования и способ построения регулятора с обратной связью по наблюдаемому выходу вида

$$u(t) = U_{11}(p_D, z_h)y(t) + U_{12}(p_D, z_h)\tilde{x}(t),$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = U_{21}(p_D, z_h)y(t) + U_{22}(p_D, z_h)\tilde{x}(t), \quad t > t_0, \quad (2)$$

который обеспечит выполнение следующих условий: а) какова бы ни была начальная функция φ существует число $t_1 > 0$ такое, что $x(t) \equiv 0$, $t \geq t_1$; б) замкнутая система

является линейной однородной автономной системой нейтрального типа с конечным спектром. В (2) $\tilde{x} \in \mathbb{R}^{\tilde{n}}$ — вспомогательная переменная, $U_{ij}(p, \lambda)$ — полиномиальные матрицы.

Теорема. Для того чтобы для системы (1) существовал регулятор (2) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\text{rank} [W(p, e^{-ph}), B(e^{-ph})] = n \quad \forall p \in \mathbb{C}, \quad \text{rank} [I_n - D(z), B(z)] = n \quad \forall z \in \mathbb{C},$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} W(p, e^{-ph}) \\ C(e^{-ph}) \end{bmatrix} = n \quad \forall p \in \mathbb{C}, \quad \text{rank} \begin{bmatrix} I_n - D(z) \\ C(z) \end{bmatrix} = n \quad \forall z \in \mathbb{C},$$

где $W(p, z) = p(I_n - D(z)) - A(z)$.

Вопрос построения регулятора (2) в частном случае ($C_0 = E_n$, $C_i = 0_{n \times n}$, $i = \overline{1, m}$) изучен в работе [1].

Литература

1. Метельский, А.В., Хартовский В.Е., Урбан О.И. Регуляторы успокоения решения линейных систем нейтрального типа. *Дифференциальные уравнения*. Т. 52. No. 3 (2016), 391–403.

О представлении решения проблемы Римана в терминах функции Хейна Л. А. Хвоцинская (Минск, Беларусь)

В работе выделены случаи, при которых решения проблемы Римана для двух функций с четырьмя особыми точками выражается в терминах функции Хейна (см., например, [1])

$$H\ell(a, q; \alpha, \beta, \gamma, \delta; z) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j z^j, \quad |z| < 1, \quad (1)$$

где коэффициенты определены рекуррентным образом

$$c_0 = 1, \quad a\gamma c_1 - qc_0 = 0, \quad R_j c_{j+1} - (Q_j + q)c_j + P_j c_{j-1} = 0,$$

$$P_j = (j-1-\alpha)(j-1+\beta), \quad Q_j = j((j-1+\gamma)(1+a) + a\delta\varepsilon), \quad R_j = a(j+1)(j+\gamma).$$

Известно, что функция Хейна (1) является решением дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 w}{dz^2} + \left(\frac{\gamma}{z} + \frac{\delta}{z-1} + \frac{\varepsilon}{z-a} \right) \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\alpha\beta z - q}{z(z-1)(z-a)} w = 0, \quad (2)$$

четырьмя особыми точками $0, 1, a, \infty$. Дифференциальное уравнение (2) аналогично дифференциальному уравнению класса Фукса, представляющего собой решение проблемы Римана с 4 особыми точками

$$y'' + \left(\sum_{k=1}^4 \frac{1 - \rho_k - \sigma_k}{z - a_k} - \frac{1}{z - b} \right) y' + \frac{1}{\prod_{k=1}^3 (z - a_k)} \left[\rho\sigma z - \rho b + \sum_{k=1}^3 (\rho_k \sigma_k - \tau_k) a_k + \frac{q}{z - b} + \sum_{k=1}^3 \frac{\rho_k \sigma_k}{z - a_k} \prod_{j=1, j \neq k}^3 (a_j - a_k) \right] y = 0. \quad (3)$$