Схема доказательства. Модифицируя метод доказательства теоремы Пикара–Линделёфа [3], получаем соответствующие оценки и сжимаемость соответствующего интегрального оператора в $C^1(\mathbb{R})$.

Литература

1. *Chen R.T.Q., Rubanova Y., Bettencourt J., Duvenaud D.* Neural Ordinary Differential Equations. *Advances in Neural Information Processing Systems* Vol. 31 (2018), 6571-6583.
2. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов.* М.: Наука (1983).
3. *Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения.* Минск: БГУ (2012).

Классическое решение смешанной задачи для волнового уравнения с дифференциальными полиномами в граничных условиях

И. И. Столярчук (Минск, Беларусь)

Рассмотрим на множестве $\overline{Q} = \{\mathbf{x}|\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, x_0 \in [0;+\infty), x_1 \in [0;l])\}$ следующую смешанную задачу для волнового уравнения

$$\partial_{x_0}^2 u - a^2 \partial_{x_1}^2 u = 0, \tag{1}$$

с начальными условиями типа Коши

$$u|_{x_0} = \varphi(x_1), \partial_{x_0} u|_{x_0} = \psi(x_1), x_1 \in [0;l] \tag{2}$$

и граничными условиями

$$\sum_{|\alpha| \leq n_j} r_j^{(\alpha)}(x_0) \frac{\partial^{|\alpha|} u}{\partial_{x_0}^{\alpha_0} \partial_{x_1}^{\alpha_1}}(x_0, j) = \mu^{(j)}(x_0), j \in \{0, l\}, n_j \in \mathbb{N}, n_j \geq 2. \tag{3}$$

Теорема. Пусть функции $\mu^{(j)}, r_j^{(\alpha)} \in C^{n_j + k\zeta_j}([0;+\infty)), \varphi \in C^{2n_m + k\zeta_j}, \psi \in C^{2n_m - 1 + k\zeta_j}, j \in \{0, l\}$ где $n_m = max(n_0, n_l)$, ζ_j - определяет разность порядков производных. Тогда классическое решение u задачи (1)–(3) существует и единственно в классе $C^{n_m}([0; \frac{kl}{a}] \times [0;l])$ тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования

$$\sum_{\nu_j=0}^{n_j-1} d^i \beta_{\nu_j}^{(j)}(j) C_{\nu_j}^{(0)} + \sum_{\nu_j=0}^{n_j-1} d^{i+n_0} \left(\beta_{\nu_j}^{(j)}(z) \int\limits_{\xi_j}^{z} \frac{W_{\nu_j+1}^{(j)}(\tau)}{r_j^{n_j}(\tau) W^{(j)}(\tau)} d\tau \right), i = \overline{0, k\zeta_j},$$

где $\beta_{\nu_j}^{(j)}$ — функции фундаментальной системы решений уравнения (3), $W^{(j)}$ – определитель Вронского данной системы.

Замечание. Если $\zeta_j = 0, j \in \{0, l\}$, то существование и единственность классического решения u задачи (1)–(3) можно доказать для $x_0 \in [0;+\infty)$.

Схема доказательства. Данная теорема доказывается с использованием метода характеристик, описанного в [1, с. 134] и сведений о разрешимости линейных дифференциальных уравнений [2, с. 92].

Литература

1. *Корзюк В.И. Уравнения математической физики.* М.: URSS (2021).
2. *Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.* СПб.: Лань (2023).