Литература

1. *Li Liu, Fan Zhenbin, Li Gang, Piskarev S.* Convergence Rates of a Finite Difference Method for the Fractional Subdiffusion Equations. *Differential Equations, Mathematical Modeling and Computational Algorithms.* Springer Proceedings in Mathe-matics & Statistics, Springer Cham Switzerland. V. 423 (2023), 89–113.

2. *Li Liu, Fan Zhenbin, Li Gang, Piskarev S.* Discrete almost maximal regularity and stability for fractional differential equations in $L_p([0,1],E)$. *Applied Mathematics and Computation.* V. 389 (2021), Article 125574.

3. *Piskarev S., Siegmund S.* Unstable manifolds for fractional differential equations. *Eurasian journal of mathematical and computer applications.* V. 10 (2022), 58–72.

4. *Piskarev S., Ovchinnikov A. Attractors, shadowing and approximation of abstract semilinear differential equations.* Singapore: World Scientific. (2023).

Обобщенные решения задач сопряжения для уравнения Гельмгольца и уравнений Максвелла

Н. Б. Плещинский (Казань, Россия)

Задачи дифракции электромагнитных волн на тонких проводящих экранах сводятся к задачам сопряжения для уравнений Максвелла или для уравнения Гельмгольца в двумерном случае. Например, нужно найти уходящие на бесконечность решения $u^-(x,z)$ и $u^+(x,z)$ уравнения Гельмгольца в полосе $0 < x < a$ при $z < 0$ и $z > 0$, удовлетворяющие некоторым условиям при $z = 0$. Искомые решения можно представить в виде

$$u^\pm(x,z) = \sum_{n=1}^{+\infty} u_n^\pm \sin\frac{\pi n}{a}x \cdot e^{\pm i\gamma_n z},$$

где $\gamma_n = \sqrt{k^2 - (\pi n/a)^2}$, $\operatorname{Re}\gamma_n > 0$ или $\operatorname{Im}\gamma_n > 0$, k — волновое число. Эти ряды сходятся при $z \neq 0$ при любых наборах чисел $u_n^\pm$, но не ясно, что будет при $z \to 0 \pm 0$.

Построены специальные классы обобщенных функций — линейных непрерывных функционалов на пространствах линейных комбинаций некоторых базисных функций, образующих о.н.с. на поперечном сечении волновода. В случае плоского волновода в качестве таких функций берутся $\sin\dfrac{\pi n}{a}x$ или $\cos\dfrac{\pi n}{a}x$, в случае прямоугольного волновода — произведения синусов и косинусов. Для закрытого волновода произвольного сечения — системы собственных функций оператора Лаласа, удовлетворяющих условию Дирихле или условию Неймана на границе сечения. В случае открытого пространства удобно использовать функции Эрмита, если выбраны декартовы координаты, или функции Лагерра, если выбраны цилиндрические координаты.

Операции над обобщенными функциями вводятся так, что значения нового функционала определяются через значения исходного функционала на преобразованных базисных функциях. В отличие от классической теории распределений Шварца, в некоторых случаях существуют не все производные обобщенных функций, а, например, только четного порядка.

В качестве обобщенных решений уравнения Гельмгольца или уравнений Максвелла рассматриваются отображения, которые значения продольной координаты z переводят в обобщенную функцию из пространства, выбранного в соответствии с геометрией задачи. Существенно, что условия обращения в нуль обобщенной функции на части области определения базисных функций позволяют формулировать задачу дифракции на экране как бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных u_n^+ или u_n^-.

Литература

1. *Плещинский Н.Б. Обобщенные решения координатных задач дифракции электромагнитных волн на проводящих тонких экранах.* Казань: Казанский федеральный университет (2022).

Об аппроксимациях интегралов типа Римана–Лиувилля на отрезке рациональными операторами Фурье–Чебышёва

П. Г. Поцейко, Е. А. Ровба (Гродно, Беларусь)

Функции, представимые интегралом Римана–Лиувилля, нашли широкое применение в различных областях науки и техники [1]. Ряд задач полиномиальной [2, 3] и рациональной аппроксимаций [4, 5] основаны на их использовании. Вместе с тем в указанных выше исследованиях ряды Фурье применяются эпизодически. Нами [6] изучены аппроксимации интегралов типа Римана–Лиувилля на отрезке $[-1, 1]$ методом, основанным на представлении его плотности частичными суммами полиномиального ряда Фурье–Чебышёва. Получены оценки поточечных и равномерных приближений в случае, когда плотность принадлежит некоторым классам непрерывных функций на отрезке. В 1979 году Е.А. Ровба [7] ввел интегральный оператор на отрезке $[-1, 1]$, ассоциированный с системой рациональных функций Чебышёва–Маркова, который является естественным обобщением частичных сумм полиномиального ряда Фурье–Чебышёва.

Целью настоящей работы является исследование рациональных аппроксимаций интегралов типа Римана–Лиувилля, основанное на представлении его плотности рациональным интегральным оператором Фурье–Чебышёва. Получены поточечные и равномерные оценки приближений и установлена зависимость оценок от выбора полюсов аппроксимирующей рациональной функции и положения точки на отрезке. Причем на концах отрезка скорость выше чем в целом на отрезке.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы научных исследований “Конвергенция–2020”, № 20162269.

Литература

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения.* Минск: Наука и техника (1987).

2. *Никольский С. М.* О наилучшем приближении дифференцируемых непериодических функций многочленами. *Acta scien. math.* Vol. 12 (1950), 185–197.

3. *Тюленева А. А.* Приближение интегралов Римана–Лиувилля алгебраическими полиномами на отрезке. *Известия Саратовского университета.* Сер. Математика. Механика. Информатика. Т. 14, вып. 3 (2014), 305–311.

4. *Старовойтов А.П.* Сравнение скоростей рациональных и полиномиальных аппроксимаций дифференцируемых функций. *Математические заметки.* Т. 44, № 4 (1988), 528–535.

5. *Ровба Е.А.* Приближение функций, дифференцируемых в смысле Римана–Лиувилля, рациональными операторами. *ДАН Беларуси.* Т. 40, No 6 (1996), 18–22.

6. *Поцейко П.Г., Ровба Е.А.* Аппроксимация интегралов типа Римана–Лиувилля на отрезке некоторыми методами основанными на суммах Фурье–Чебышева. *Математические заметки.* Т. 116, No 1 (2024), 122–138.

7. *Ровба Е.А.* Об одном прямом методе в рациональной аппроксимации. *ДАН БССР.* Т. 23, No 11 (1979), 968–971.