

Моделирование НДС массива горных пород в окрестности одиночной выработки на различных глубинах с учетом прослоек глины между слоями горных пород

Д. А. Петрачков, М. А. Николайчик (Минск, Беларусь)

Наличие в массиве горных пород ослаблений в виде глинистых прослоек существенно уменьшает несущую способность массива при проведении горных работ [1]. В работе представлены варианты способов моделирования напряжённо-деформированного состояния (НДС) слоистого массива горных пород в окрестности одиночной выработки на различных глубинах с учетом прослоек глины между слоями горных пород, в частности способы математического представления глинистых прослоек и учет изменения свойств контактного взаимодействия между слоями горных пород при наличии между ними глинистых прослоек [2]. Решение модельных задач представлено в виде алгоритма моделирования контактной задачи с трением для системы деформируемых тел. Критерий пластичности породного массива по поверхностям скольжения записан в соответствии с законом Кулона-Мора [3]:

$$f = C + \sigma_n \tan \phi - \tau_n,$$

где τ_n — касательное напряжение, σ_n — нормальное напряжение, ϕ — угол внутреннего трения пород, C — сцепление пород.

Рассмотрены случаи и выявлены различия поведения массива около выработки, находящейся на малых (600 м), средних (800 м) и больших (1150 м) глубинах.

Численное моделирование выполнено на основе метода конечных элементов. Проведен анализ образовавшегося НДС и выявлены различия несущей способности геомеханической системы “одиночная выработка — слоистый массив горных пород” при решении с учетом и без учета глинистых прослоек.

Литература

1. Петровский А. Б., Прушак В. Я., Лутович Е. А. Физико-механические свойства пород, слагающих и перекрывающих Третий калийный пласт Старобинского месторождения. *Доклады Национальной академии наук Беларуси*. Том. 65, No. 4 (2021), 484-494.
2. Федосеев А. К. Оценка влияния подработки на опасность газодинамического разрушения горных пород на Старобинском месторождения калийных солей. *Горное эхо*. No. 1 (2022), 62-67.
3. Константинова С. А., Чернопазов Д. С. Контактная задача с трением для системы вязкоупругих тел и некоторые ее практические приложения *Известия высших учебных заведений. Горный журнал* No. 7 (2010), 46-52.

Decomposition approach to linear-fractional optimization problem on the generalized multinetwork

L. A. Pilipchuk, Y. V. Ramanouski (Minsk, Belarus)

For a generalized multinetwork $G = (I, U)$, we consider the following linear-fractional optimization problem

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{\sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} p_{ij}^k x_{ij}^k + \beta}{\sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} q_{ij}^k x_{ij}^k + \gamma} \longrightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{j \in I_i^+(U^k)} x_{ij}^k - \sum_{j \in I_i^-(U^k)} \mu_{ji}^k x_{ji}^k = a_i^k, i \in I^k, k \in K; \quad \sum_{k \in K_0(i,j)} x_{ij}^k \leq d_{ij}^0, (i,j) \in U_0; \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in U} \sum_{k \in K(i,j)} \lambda_{ij}^{kp} x_{ij}^k = \alpha_p, p = \overline{1, l}; \quad x_{ij}^k \geq 0, k \in K_0(i,j), (i,j) \in U_0; \quad (3)$$

$$0 \leq x_{ij}^k \leq d_{ij}^k, k \in K_1(i,j), (i,j) \in U; \quad x_{ij}^k \geq 0, k \in K(i,j) \setminus K_1(i,j), (i,j) \in U \setminus U_0;$$

$$I_i^+(U^k) = \{j \in I^k : (i,j)^k \in U^k\}; \quad I_i^-(U^k) = \{j \in I^k : (j,i)^k \in U^k\}. \quad (4)$$

Here K ($|K| < \infty$) is a set of different products (types of flow) transported through the multinet network G . Without loss of generality, let's put $K = \{1, \dots, |K|\}$. Let us denote the connected network corresponding to a certain type k of flow with $S^k = (I^k, U^k)$, where I^k is the set of nodes and U^k is the set of arcs which are available for the flow of type k , $k \in K$. Also, we define for each node $i \in I$ the set of types of flows $K(i) = \{k \in K : i \in I^k\}$ and for each multiarc $(i,j) \in U$ the set $K(i,j) = \{k \in K : (i,j)^k \in U^k\}$. We assume that the denominator $q(x)$ of the objective function (1) does not change sign on a set of multiflows X , $x \in X$.

We use constructive decomposition theory [1] for constructing solutions to a class of *mathematical programming problems*: extremal inhomogeneous problems of linear-fractional flow programming on a generalized multinet network (1)–(4). The work is devoted to methods, algorithms and technologies for constructing *optimal and suboptimal solutions* in synthesis with modern innovative technologies of sparse matrix analysis [2], algorithmic graph theory, theoretical computer science. The presented algorithms and computing technologies make it possible to construct solutions to large sparse linear systems with matrices of full and incomplete rank using parallel computing.

Литература

1. Pilipchuk L.A. *Linear-fractional extremal inhomogeneous problems network flow programming*. Minsk: BSU, (2013). (in Russian).
2. Pilipchuk L.A. *Sparse Linear Systems and Their Applications*. Minsk: BSU, (2013).

Дробные уравнения и численный анализ

С. И. Пискарев (Москва, Россия)

Рассматривается дискретизация уравнений в частных производных разностными схемами. А именно, рассматривается дробное уравнение

$$D^\alpha u(t) = Au(t) + f(t), \quad u(0) = u^0, \quad (1)$$

в банаховом пространстве E с дробной производной $D^\alpha u(t)$ по Капуто и оно аппроксимируются явными и неявными разностными схемами. Такие задачи отличаются от классической ситуации тем, что гладкость исходных данных и скорость сходимости разностных схем имеют [1]–[4] неожиданную связь $O(\tau^\alpha)$. Это касается и схем, предложенных в работах Бажлековой, Апыралыева, Подлубного, Понче и др. Как выяснилось скорость сходимости в большей степени зависит от показателя производной, а не от схемы, аппроксимирующей (1).

Благодарности. Работа поддержана грантом Российского научного фонда № 23-21-00005.