

ми виды генерации электроэнергии.

Целью дискриминантного анализа являлось выявление соответствий между выделенными на основе характеристик стран (уровень экономического развития; размер выбросов загрязняющих веществ в атмосферу; уровень запасов энергоресурсов) кластерами и определенными на основе дискриминантных функций группами стран по набору применяемых ими источников генерации электроэнергии. Совпадение кластеров и дискриминантных групп позволит сделать вывод о наличии взаимосвязей между характеристиками стран и используемых ими направлений развития возобновляемых источников генерации электроэнергии. По результатам дискриминантного анализа страны были разделены на 3 группы.

При построении модели использовался прямой метод, который предполагает включение всех предикторов в модель. Выполнение дискриминантного анализа осуществлялось с помощью программного пакета SPSS. В результате чего были получены 2 дискриминантные функции.

Литература

1. Zoryna T., Matyushenko A. Analysing the development of renewable energy sources in European countries. *E3S Web of Conferences*. EDP Sciences. Т. 470. С. 01043 (2023).

О периодических решениях допустимо возмущенной системы ОДУ с бесконечным числом предельных циклов

Э. В. Мусафиров, А. А. Гринь, А. Ф. Проневич (Гродно, Беларусь)

Для вещественной автономной дифференциальной системы третьего порядка, имеющей бесконечно много (континуум) предельных циклов (см. [1–3]),

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a_0x - a_1y + a_2xy + a_3y^2 + a_4xz + a_5yz, \\ \dot{y} &= a_1x + a_0y - a_2x^2 - a_3xy + a_4yz - a_5xz, \\ \dot{z} &= 2(a_0z + a_4z^2); \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\end{aligned}$$

при $a_2 = a_3 = 0$ получено множество допустимо (т. е. с сохранением отражающей функции Мироненко [4]) возмущенных систем

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (a_0x - a_1y + a_4xz + a_5yz)(1 + \alpha_1(t)) + x\alpha_2(t) + y\alpha_3(t), \\ \dot{y} &= (a_1x + a_0y + a_4yz - a_5xz)(1 + \alpha_1(t)) + y\alpha_2(t) - x\alpha_3(t), \\ \dot{z} &= 2z(a_0 + a_4z)(1 + \alpha_1(t)),\end{aligned}\tag{1}$$

где $\alpha_i(t)$ — произвольные скалярные непрерывные нечетные функции. С использованием теории отражающей функции Мироненко доказан следующий результат.

Теорема. Пусть $\alpha_i(t)$ — скалярные дважды непрерывно дифференцируемые нечетные функции ($i = \overline{1, 3}$), $a_4 \neq 0$, $a_1 \neq -a_0a_5/a_4$, $\omega := \pi |a_4|/|a_0a_5 + a_1a_4|$ и правая часть системы (1) есть 2ω -периодическая по t . Тогда $\forall k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ такого, что $a_0k/a_4 < 0$, решение системы (1), удовлетворяющее начальным условиям $x(-\omega) = \sqrt{-a_0k/a_4}$, $y(-\omega) = 0$, $z(-\omega) = -a_0/a_4$, есть 2ω -периодическое.

Литература

1. Булгаков В.И., Гринь А.А. Об одной бифуркации негрубого фокуса автономной системы третьего порядка. *Дифференциальные уравнения*. Т. 32, No. 12 (1996), 1703.

2. Гринь А.А., Мусафиров Э.В., Проневич А.Ф. Вещественная автономная квадратичная система трех дифференциальных уравнений с бесконечным числом предельных

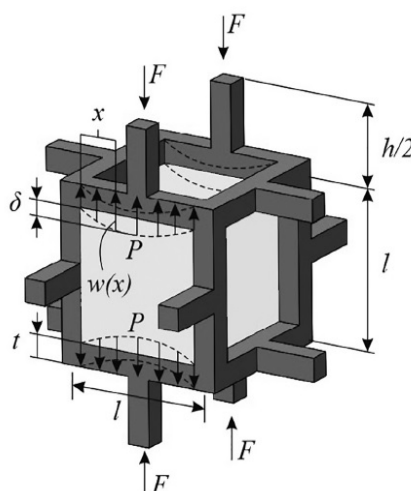
циклов. *Известия Национальной академии наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук* Т. **58**, No. 2 (2022), 135–143.

3. Musafirov E., Grin A., Pranevich A., Munteanu F., Șterbeți C. 3D Quadratic ODE systems with an infinite number of limit cycles. *ITM Web Conf.* Vol. **49** (2022), 02006.

4. Мироненко В.И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем*. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины (2004).

Разработка математической модели биокompозита пористый титан–костная ткань на основе ячейки Гибсона–Эшби А. В. Никитин (Минск, Беларусь)

На данный момент для прогнозирования эффективных свойств пористых материалов наиболее удачной считается модель Гибсона–Эшби, которая представляет собой ячейку в виде куба, ребрами которой являются одномерные конечные элементы типа балка [1]. Используя теорию расчета балок на упругом винклеровском основании была разработана математическая модель для изучения влияния эффекта вставания костных тканей в открытые поры титановых ячеистых имплантов [2]. Для этого внутри ячейки Гибсона–Эшби моделировался дополнительный объем, имитирующий кость. Геометрическое представление такой модели отображено на рисунке ниже.



Применение теории балок для классической модели Гибсона–Эшби позволило получить формулы расчета, демонстрирующие удовлетворительное соответствие расчётных результатов с данными из литературы и подтвердили гипотезу о том, что деформация высокопористых образцов в основном обусловлена прогибом горизонтальных перемычек. Также было установлено, что при снижении пористости деформация ячейки происходит в большей степени за счет сжатия вертикальных стоек.

Литература

1. Никитин А.В., Михасев Г.И. Оценка эффективного модуля Юнга пористого титана с открытыми порами на основе трехмерного массива ячеек Гибсона–Эшби. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* (2022). № 1, 75–82.

2. Никитин А.В., Михасев Г.И., Ботогова М.Г. Определение эффективного модуля юнга биокompозита кость–титан, образованного в результате полной остеointеграции имплантата. *Механика машин механизмов и материалов.* (2023). № 2(63). 69–74.