координаты соответственно, t — время, $t_1(s,\varphi), t_2(s,\varphi), t_3(s,\varphi)$ — безразмерные мембранные усилия [3], ε — естественный малый параметр. Параметры κ, τ вводятся в [2] и учитывают поперечные сдвиги слоев друг относительно друга.

Предполагается, что оболочке сообщаются начальные скорости и перемещения, локализованные в окрестности нулевой образующей. На краях оболочки $s = s_1(\varphi), s = s_2(\varphi)$ заданы условия шарнирного опирания.

Решение поставленной задачи строится с использованием асимптотического комплексного ВКБ-метода [4] в виде суперпозиции n волновых пакетов, локализованных в окрестности подвижной образующей $\varphi = q_n(t)$.

Условия разрешимости задач, получаемых в первом, втором и третьем приближениях соответственно, дают относительно простые дифференциальные уравнения, описывающие связь основных динамических характеристик n-го волнового пакета. Их численное решение позволяет изучить влияние различных параметров задачи на движение волновых пакетов по поверхности оболочки.

Литература

1. *Mikhasev G., Seeger F., Gabbert U.* Local Buckling of Composit Laminated Cylindrical Shells with Oblique Edges under External Pressure: Asymptotic and Finite Element Simulations. *Technische Mechanik.* Band 21, Heft 1 (2001), 1–12.

2. *Григолюк Э.И., Куликов Г.М. Многослойные армированные оболочки: расчет пневматических шин.* М.: Машиностроение (1988).

3. *Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы.* М.: Наука. Физматлит (1995).

4. *Михасев Г.И.* Локализованнные семейства изгибных волн в некруговой цилиндрической оболочке с косыми краями. *Прикл. мат. и мех.*. Т. 60, No. 4 (1996), 635–643.

Об ограниченности частно-интегрального оператора типа потенциала в весовом анизотропном пространстве Лебега

И. В. Барышева (Липецк, Россия)

Пусть $\mathbb{R}_n = \mathbb{R}_m \times \mathbb{R}_{n-m}$ — евклидово пространство и $x = (x_\alpha, x_{\overline{\alpha}})$, где $x_\alpha \in \mathbb{R}_m$, $x_{\overline{\alpha}} \in \mathbb{R}_{n-m}$ $(1 \le m \le n)$, а α, $\overline{\alpha}$ — мультииндексы, дополняющие друг друга до полного мультииндекса $(1, 2, \dots, n)$.

Обозначим через $L_{\mathbf{p}}^{\mathbf{w}(x)}(\mathbb{R}_n)$ весовое анизотропное пространство Лебега, где мультииндекс $\mathbf{p}=(p_1, p_2, \dots, p_n)$, $p_i>1$, $\mathbf{w}(x)=(w_1(x_1), \dots, w_n(x_n))$, $w_i(x_i)>0$ $(i=\overline{1,n})$, норма в котором определяется равенством $\|u\|_{L_{\mathbf{p}}^{\mathbf{w}(x)}(\mathbb{R}_n)} = \left(\int\limits_{\mathbb{R}_1}\left(\int\limits_{\mathbb{R}_1}\dots\left(\int\limits_{\mathbb{R}_1}|u(x)|^{p_1}w_1(x_1)dx_1\right)^{\frac{p_2}{p_1}}\dots w_{n-1}(x_{n-1})dx_{n-1}\right)^{\frac{p_n}{p_{n-1}}} w_n(x_n)dx_n\right)^{\frac{1}{p_n}}$. Если $w_i(x_i)\equiv 1$ $(i=\overline{1,n})$, то получим анизотропное пространство Лебега $L_{\mathbf{p}}(\mathbb{R}_n)$ [1, с. 9].

Частно-интегральным оператором (ЧИ-оператором) в $\mathbb{R}_n$, отвечающем ядру κ, называется выражение $(K_\alpha^{(m)}u)(x) = \int_{\mathbb{R}_m} \kappa(x; t_\alpha)u(t_\alpha; x_{\bar{\alpha}})\, dt_\alpha$, где $x = (x_\alpha, x_{\bar{\alpha}})$ и $1 \le m \le n$. Оператор

$$(K_m^{(\lambda)}u)(x) = \int_{\mathbb{R}_m} \frac{k(x; t_\alpha)}{|x_\alpha - t_\alpha|^\lambda} u(t_\alpha; x_{\bar{\alpha}})\, dt_\alpha, \quad \lambda < m. \tag{1}$$

называется ЧИ-оператором типа потенциала Рисса. В частном случае при $m = n$ оператор (1) является классическим интегральным оператором типа потенциала (см. [2]). Обычно для ЧИ-оператора справедливо правило Калитвина–Ляхова ограниченности действия в анизотропном пространстве $L_{\mathbf{p}}$ [3, с. 44], [4].

Теорема. Пусть $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=1$, $\nu>0$ и функции $u(t_\alpha;x_{\bar\alpha})\in L_{(p,p^2)}(\mathbb{R}_m,\mathbb{R}_{n-m})$, $k(x;t_\alpha)\in L^{(w_1(x_\alpha),\,w_2(x_{\bar\alpha}),\,w_3(t_\alpha))}_{(p,\,pp',\,pp')}(\mathbb{R}_m,\mathbb{R}_{n-m},\mathbb{R}_m)$. Тогда при $\frac{m}{(p')^2}-\nu<\lambda<\frac{m}{(p')^2}$ $\|K^{(\lambda)}_m u\|_{L_{\mathbf{p}}(\mathbb{R}_n)}\le A\|u\|_{L_{(p,p^2)}(\mathbb{R}_m,\mathbb{R}_{n-m})}\|k\|_{L^{(w_1(x_\alpha),w_2(x_{\bar\alpha}),w_3(t_\alpha))}_{(p,\,pp',\,pp')}(\mathbb{R}_m,\mathbb{R}_{n-m},\mathbb{R}_m)}$, где $w_2(x_{\bar\alpha})\equiv 1$,

$$w_3(t_\alpha)=\left(|t_\alpha|^2+1\right)^{\frac{\nu pp'}{2}},\ w_1(x_\alpha)=\begin{cases}(|x_\alpha|^2+1)^{-\frac{\lambda p}{2}}, & \nu(p')^2>m,\\ (|x_\alpha|^2+1)^{-\frac{\lambda p}{2}}\left(1+\ln(|x_\alpha|^2+1)\right)^{\frac{p}{2(p')^2}}, & \nu(p')^2=m,\\ (|x_\alpha|^2+1)^{-\frac{p(\lambda-\nu+m/(p')^2)}{2(p')^2}}, & \nu(p')^2<m.\end{cases}$$

Литература

1. *Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения.* М.: Наука (1975).

2. *Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул.* М.: Наука (1974).

3. *Калитвин А.С. Линейные операторы с частными интегралами.* Воронеж: ЦЧКИ (2000).

4. *Lyakhov L.N., Inozemtsev A.I., Trusova N.I.* About Fredgholm equations for partial integral in $\mathbb{R}_2$. *Jornal of Mathematical Sciences.* Vol. 251. № 6. (2020), 839–849.

Неединственность решений обратной задачи теплопроводности

В. Т. Борухов, Г. М. Заяц (Минск, Беларусь)

Рассмотрена обратная задача теплопроводности

$$c(T)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right),\ \ x\in(0,b),\ t\in(0,t_f), \tag{1}$$

$$T(x,0)=\overline{T}(x),\ \ x\in[0,b],\qquad T(0,t)=g_1(t),\ T(b,t)=g_2(t),\ \ t\in[0,t_f], \tag{2}$$

$$T(x_*,t)=\widetilde{T}(t),\quad x_*\in(0,b),\ t\in[0,t_f], \tag{3}$$

в которой неизвестным, помимо температуры $T(x,t)$, является коэффициент теплопроводности $\lambda(T)$.

Согласно критерию Фролова [1] задача восстановления луча $\{kc(T),\ k\lambda(T)|k>0\}$ по температурному полю T имеет неединственное решение тогда и только тогда, когда функция T имеет вид бегущей волны

$$T(x,t)=u(f_1),\ \ f_1(x,t)=x+h_1t+h_2,\quad h_1,\ h_2-\mathrm{const},$$

либо имеет автомодельное представление

$$T(x,t)=u(f_2),\ \ f_2(x,t)=\frac{x+h_1}{(h_2-t)^{1/2}}+h_3,\quad h_1,\ h_2,\ h_3-\mathrm{const},\quad h_2-t_f>0.$$

Теорема. Пусть правые части равенств (2), (3) имеют вид

$$\overline{T}(x)=u(f(x,0)),\ \ g_1(t)=u(f(0,t)),\ \ g_2(t)=u(f(b,t)),\ \ \widetilde{T}(t)=u(f(x_*,t)),$$

где $u(f)$ — строго монотонная функция, $f(x,t)=f_1(x,t)$ либо $f(x,t)=f_2(x,t)$. Тогда решеше обратной задачи (1)–(3) неединственно и задается формулой

$$\lambda(T)=\frac{1}{u'(u^{-1}(T))}\left(h_1\int_{f_{01}}^{u^{-1}(T)}c(u(s))u'(s)ds+l\right)$$