

Теорема. Предположим, что координаты мультииндексов β и γ удовлетворяют условиям $\beta_i > -1$, $\gamma_i > -1$. Решение задачи Коши (1) с условием Киприянова существует и представлено следующими формулами.

1. Пусть $s > 0$, то решение задачи определено первой формулой Пуассона [2]:

$$u(x, y) = \frac{2\Gamma\left(\frac{n+|\gamma|}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n+|\gamma|-1}{2}\right)} \int_0^\pi f\left(\sqrt{|x|^2 + |y|^2 - 2|x||y|\cos\alpha}\right) \sin^{2s}\alpha \, d\alpha.$$

2. Для $s = 0$ решение задачи (1) имеет вид формулы Даламбера:

$$u(x, y) = \frac{f(|x| + |y|) + f(|x| - |y|)}{2}.$$

3. Если $0 > s > -1$, тогда решение задачи Коши (1) определено формулой:

$$u(x, y) = \mathbb{T}^y f(x) = \frac{\Gamma(s+1)(xy)^{2s}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(s+\frac{1}{2}\right)} \int_0^\pi \frac{f\left(\sqrt{|x|^2 + |y|^2 - 2|x||y|\cos\alpha}\right)}{\left(\sqrt{|x|^2 + |y|^2 - 2|x||y|\cos\alpha}\right)^{2s}} \sin^{2s}\alpha \, d\alpha,$$

где оператор $\mathbb{T}^y$ — обобщенный псевдосдвиг [3].

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 24-21-00387).

Литература

1. Ляхов Л.Н., Половинкин И.П., Шишкина Э.Л. Об одной задаче И.А. Киприянова для сингулярного ультрагиперболического уравнения. *Дифф. уравнения*. Т. 50. No. 4 (2014), 516–526.
2. Левитан Б.М. Разложение по функциям Бесселя в ряды и интегралы Фурье. *Успехи мат. наук*. Т. 6. No. 2(42) (1951), 102–143.
3. Ляхов Л.Н., Булатов Ю.Н., Рошупкин С.А., Санина Е.Л. Псевдосдвиг и фундаментальное решение Δ_B -оператора Киприянова. *Дифф. уравнения*. Т. 58. No. 12 (2022), 1654–1665.

Новые неравенства для ρ -тригонометрически выпуклых функций

К. Г. Малютин (Курск, Россия)

Исследуется связь ρ -тригонометрически выпуклых функций с классом субгармонических функций. Установленная связь используется для доказательства новых неравенств, характеризующих ρ -тригонометрически выпуклые функции и нахождения интегральных уравнений первого рода, которым удовлетворяют ρ -тригонометрические функции.

Теорема. Пусть h — не тождественно равная $-\infty$ нигде не обращающаяся в $+\infty$ полунепрерывная сверху функция на интервале (α, β) . Для того, чтобы h была ρ -тригонометрически выпуклой, необходимо и достаточно, чтобы для любого $\theta \in (\alpha, \beta)$ и для любого $R \in (0, 1]$ такого, что $[\theta - \arcsin R, \theta + \arcsin R] \subset (\alpha, \beta)$ выполнялось неравенство

$$h(\theta) \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + 2R \cos(\varphi - \theta) + R^2)^{\frac{\rho}{2}} h(\operatorname{Arg}(e^{i\theta} + Re^{i\varphi})) d\varphi,$$

где $\text{Arg}(e^{i\theta} + Re^{i\varphi})$ определяется из условия, что он принадлежит написанному выше сегменту.

При более детальной разработке этой темы появляется свёрточное интегральное уравнение

$$h(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta - u) d\sigma(u),$$

где σ — конечная финитная мера. Результаты по теории этого уравнения излагаются следуя А.Ф. Леонтьеву (см. [1], [2]), который изучал его в связи с теорией рядов Дирихле. Используя интерполирующую функцию Леонтьева, предлагаются дополнительные условия, гарантирующие, что непрерывное решение уравнения

$$h(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} a_R(u) h(\theta - u) du$$

при фиксированном R будет ρ -тригонометрической функцией.

Благодарности. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00006, <https://rscf.ru/project/24-21-00006/>.

Литература

1. Леонтьев А.Ф. *Ряды экспонент*. М.: Наука (1976).
2. Леонтьев А.Ф. *Последовательности полиномов из экспонент*. М.: Наука ГИФМЛ (1980).

Произведение Бляшке в рациональной аппроксимации четного и нечетного продолжения функции Т. С. Мардвилко (Минск, Беларусь)

Для функции $f \in C[-1, 1]$ введем наилучшее равномерное рациональное приближение. Именно

$$R_n(f; [-1, 1]) = \inf \|f - r\|_{C[-1, 1]},$$

где инфимум берется по всем рациональным функциям r степени не выше n .

Через f^+ и f^- будем обозначать соответственно четное и нечетное продолжение $f \in C[0, 1]$ на отрезок $[-1, 1]$, т. е.

$$f^+(x) = f(|x|) \quad \text{и} \quad f^-(x) = f(|x|)\text{sign } x.$$

Мы также предполагаем, что $f(0) = 0$.

Рациональные и полиномиальные приближения функций f^+ и f^- изучались в работах [1, 2, 3]. Здесь мы обсудим полученные в [2] верхние оценки величины $R_n(f^\pm; [-1, 1])$ через $R_n(f^\mp; [-1, 1])$ и одну дополнительную характеристику f , связанную с произведением Бляшке.

Нам понадобится произведение Бляшке для правой полуплоскости

$$B_n(x) = \prod_{k=1}^n \frac{x - x_k}{x + x_k}, \quad x_k \in (0, 1], \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Для функции $f \in C[0, 1]$ с $f(0) = 0$ введем характеристику

$$\rho_n(f) = \inf \|f \cdot B_n^2\|_{C[0, 1]}, \quad n \in \mathbb{N},$$