Собственные частоты пятислойной шарнирно опертой пластины

Е. А. Лачугина (Гомель, Беларусь)

Необходимость разработки математических моделей, учитывающих квазистатический и динамический характер нагрузок, обуславливается широким применением слоистых конструкций в различных областях промышленности. Методы расчета и постановка краевых задач для слоистых элементов рассмотрены в работах [1–3]. Здесь для несимметричной по толщине круговой пятислойной пластины с легкими заполнителями приведены уравнения движения в перемещениях. Вывод уравнений движения проведен в цилиндрической системе координат r, ϕ, z, которая связана со срединной плоскостью центрального несущего слоя. В тонких несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в заполнителях — гипотеза Тимошенко. В заполнителях не учитывается работа касательных напряжений.

$$\begin{gathered}
L_2(a_1u + a_2w,_r + a_3\psi_1 - a_4\psi_2) = 0,\\
L_2(a_3u + a_5w,_r + a_6\psi_1) = 0,\\
L_2(-a_4u - a_7w,_r + a_8\psi_2) = 0,\\
L_3(a_2u - a_9w,_r + a_{10}\psi_1 + a_{11}\psi_2) - M_0\ddot{w} = 0,
\end{gathered} \tag{1}$$

где $M_0\ddot{w}$ —- поперечные инерционные силы, $M_0 = (\rho_1h_1 + \rho_2h_2 + \rho_3h_3 + \rho_4h_4 + +\rho_5h_5)r_0^2$, a_i — коэффициенты, L_2, L_3 —- линейные дифференциальные операторы

$$L_2(g) \equiv g,_{rr} + \frac{g,_r}{r} - \frac{g}{r^2}, L_3(g) \equiv g,_{rrr} + \frac{2g,_{rr}}{r} - \frac{g,_r}{r^2} + \frac{g}{r^3}.$$

После решения системы (1) для рассматриваемой пластины, шарнирно опертой по контуру, получим трансцендентное уравнение собственных чисел и уравнение частот собственных колебаний:

$$\begin{gathered}
J_0(\beta r_0)[a_{12}\left(\beta I_0(\beta r_0) - \frac{I_1(\beta r_0)}{r_0}\right) + \frac{a_{13}}{r_0}I_1(\beta r_0)]+\\
+I_0(\beta r_0)[a_{12}\left(\beta J_0(\beta r_0) - \frac{J_1(\beta r_0)}{r_0}\right) + \frac{a_{13}}{r_0}J_1(\beta r_0)] = 0,\\
\omega_n^2 = \frac{\beta_n^4}{M^4} = \frac{\beta_n^4}{M_0D}.
\end{gathered} \tag{2}$$

Литература

1. *Журавков М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах.* Минск: БГУ (2002).

2. *Журавков М.А., Старовойтов Э.И. Математические модели механики твердого тела.* Минск: БГУ (2021).

3. *Zhuravkov M.A., Lyu Yongtao, E.I. Starovoitov. Mechanics of Solid Deformable Body.* Singapore: Springer (2023).