$\Omega = \overline{Q} \cap \{(t,x) \mid x > at - at_*\}$. This solution belongs to the class $C^2(\Omega)$ if and only if the conditions (5)–(7) are satisfied.

The talk is based on a recent preprint [1].

Acknowledgments. This work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in the framework of implementing the program of the Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics (agreement No. 075-15-2022-284) and the National Academy of Sciences of Belarus (agreement No. 2024-25-141).

References

1. *Korzyuk V.I., Rudzko J.V. Classical Solutions of a Mixed Problem with the Zaremba Boundary Condition for a Mildly Quasilinear Wave Equation.* Durham, 2024 – (Preprint / Research Square).

Применение дробно-дифференциальных моделей в анализе котировок международных индексов

У. А. Кришень (Минск, Беларусь)

Рассмотрим применение дробно-дифференциальных моделей, а именно модели классов ARFIMA и ARCH/GARCH в анализе котировок (далее — Close) индексов DJI и SSE Composite, которые представляют американские и китайские валютно-фондовые биржи соотвественно. Для индекса DJI (ряд включает в себя выборку из 387 наблюдений) была построена следующая модель класса ARFIMA:

$$CLOSE = 64402.0265(Prob.0.9910) - 0.00017 * E^2(Prob.0.0000) +$$

$$+0.4854 * D(Prob.0.0000) + 0.9998 * AR(2) - 0.7123 * MA(2)$$

Видно, что в модель учитывает длинную память временного ряда с его сложной внутренней структурой остатков. Был построен перспективный прогноз по модели класса ARFIMA на 3 будущих периода. Ошибка прогноза MAPE составила 7%, что является удовлетворительным результатом. Прогнозирование изменений ряда при использовании моделей условной гетероскедастичности показало более точные результаты: ошибка прогноза не превышала 4%. Модели индекса SSE Composite представлены следующим образом:

$$CLOSE = 448.4570(Prob.0.0422) + 0.8191 * SSE(-1)(Prob.0.0000) +$$

$$+0.1679 * E(-2)(Prob.0.0057) + 0.2205 * D(Prob.0.0005) +$$

$$+0.2161 * AR(5)(Prob.0.0348) + 0.1724 * AR(4)(Prob.0.0060)$$

$$+0.1967 * MA(7)(Prob.0.0009)$$

$$D(Close) = -16.8733(Prob.0.2367) - 0.8870 * E(-1) * (Prob.0.0000)$$

$$+0.0913 * AR(4)(Prob.0.0900) + 0.9530 * MA(1)(Prob.0.0000)$$

$$GARCH = 2642.6826(Prob.0.0033) + 0.4003 * RESID(-1)^2(Prob.0.0000)$$

$$+0.5615 * GARCH(-1)(Prob.0.0000)$$

Полученные выводы по индексу SSE Composite соотвествуют выводам, полученным по индексу DJI: ошибка прогноза по модели ARFIMA больше, чем по модели ARCH/GARCH (5.96% к 5.14%). Полученные по моделям выводы свидетельствует о том, что модели класса ARFIMA обладают существенными недостатками: не учитывают условную гетероскедастичность длинных временных рядов, таких как котировки индексов различных бирж. В связи с этим, вопрос выбор модели для прогнозирования длинных временных рядов без учета иных, сторонних факторов, остается на выбор аналитика.

Литература

1. *K Granger C. W. J., Joyeux R.* An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis.* Vol. 1 (1) (1980), 15–29.

2. *Engle R.F.* Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica.* Vol. 50, No. 4 (1982), 987–1007.

3. *Bauwens L., Laurent S., Rombouts J.V.K.* Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of applied econometrics.* Vol. 21 (1) (2006), 79–109.

Согласованный алгоритм расчета равновесных форм магнитной жидкости и концентрации частиц

О. А. Лаврова, В. К. Полевиков (Минск, Беларусь)

Рассматривается математическая модель задачи феррогидростатики в цилиндрической системе координат (r, z) с учетом осевой симметрии, которая состоит из уравнений для расчета свободной поверхности магнитной жидкости и уравнений для расчета концентрации C магнитных наночастиц внутри магнитной жидкости с учетом заданного магнитного поля $H = I/(2\pi r)$, созданного проводником с током I радиуса R_0. Требуется найти равновесные формы свободной поверхности $\Gamma = \{(r, z) \mid r = R(s), z = Z(s), s \in [0, \ell]\}$ с учетом влияния магнитного поля, гравитации, капиллярных сил и концентрации магнитных наночастиц внутри магнитной жидкости. На основе уравнения Юнга-Лапласа строится краевая задача для расчета свободной поверхности, см. [1],

$$R'' = -Z'F,\ 0 < s < \ell; \qquad R(0) = R_0,\ R'(\ell) = \cos\alpha_2; \tag{1}$$

$$Z'' = R'F,\ 0 < s < \ell; \qquad Z'(0) = -\cos\alpha_1,\ Z(\ell) = 0; \tag{2}$$

с дополнительным интегральным условием сохранения объема жидкости и заданными углами контакта α_1 и α_2; $F = F(R, Z, Z', H, C)$. На основе уравнения массопереноса взаимодействующих наночастиц в магнитной жидкости строится алгебраическое уравнение для расчета концентрации C в произвольной точке свободной поверхности Γ, см. [1],

$$\Phi(H, C) = \gamma, \quad \text{где } H = I/(2\pi R(s)), 0 < s < \ell. \tag{3}$$

При этом неизвестная константа γ определяется из дополнительного интегрального условия сохранения концентрации частиц в объеме жидкости.

Численный алгоритм задачи основан на итерационном согласовании конечно-разностной аппроксимации краевой задачи (1)–(2) с методом Ньютона для системы из алгебраических уравнений вида (3). В расчетах используется адаптивная сетка $\{s_i, i = \overline{0, N}\}$, которая сгущается в области максимального искривления свободной поверхности. Неизвестными величинами являются представление свободной поверхности в виде набора точек $(r_i := R(s_i), z_i := Z(s_i))$, $i = \overline{0, N}$, а также значения концентрации C_i, $i = \overline{0, N}$ только в точках, представляющих свободную поверхность. Численно получены равновесные формы жидкости с вытягиванием вдоль проводника в 14 раз относительно формы, полученной без учета влияния магнитного поля, см. [1].

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ “Конвергенция–2025”, подпрограмма “Математические модели и методы”, шифр задания 1.4.01.4.