и газа имеет место поверхностное натяжение. Форма равновесной свободной поверхности определяется формулой Лапласа, откуда следуют дифференциальные уравнения соответствующей меридианной кривой [1–3].

В ходе исследования аналитически рассчитаны точные границы диапазонов, в которых расположены решения данных уравнений, а также найдены минимальные и максимальные возможные значения различных характеристик капли при заданных входных параметрах. В частности, проведён анализ связи между числом Бонда и критической кривизной прогиба в центре слоя при постоянном числе Вебера.

В работе [2] осуществлено качественное исследование соответствующих меридианных кривых, например, доказано наличие не более одной точки перегиба на них. В статьях [2, 3] произведено численное решение дифференциальных уравнений равновесия, на основании чего в [3] представлены зависимости между различными параметрами задачи, полученные путём интерполяции конечного набора точек, найденных с помощью численных методов.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ “Энергетические и ядерные процессы и технологии” (подпрограмма “Энергетические процессы и технологии”, задание 2.11 “Волновые течения капиллярных струй, слоев, пленок в центробежных, постоянных и переменных температурных полях и их применение в технологических процессах”).

Литература

1. *Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. Гидромеханика невесомости. Под редакцией А.Д. Мышкиса.* М.: Наука (1976).

2. *Авдейчик Е.В., Конон П.Н., Могилевский Е.И.* Аналитическое и численное исследование форм равновесия ограниченного объёма жидкости на вращающемся горизонтальном основании. *Механика машин, механизмов и материалов.* Т. 51, No. 2 (2020), 91–96.

3. *Авдейчик Е.В., Конон П.Н.* Численное исследование относительного равновесия капли с односвязной свободной поверхностью на вращающейся плоскости. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.*. No. 3 (2022), 79–90.

Волновые пакеты в слоистой цилиндрической оболочке с учетом воздействия внешних сил

И. В. Авдошка (Минск, Беларусь)

Рассмотрим задачу о движении тонкой некруговой цилиндрической оболочки, состоящей из N слоев, подверженной воздействию внешних сил. В работе [1] с использованием гипотез, введенных в [2], были получены уравнения для исследования устойчивости оболочки. В настоящей работе используются аналогичные уравнения для случая движения оболочки с учетом воздействия внешних сил [3]. Эти уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon^4(1-\varepsilon^3\tau\Delta)\Delta^2\chi - k(\varphi)\frac{d^2F}{ds^2} + \varepsilon^2\Delta_t(1-\varepsilon^2\kappa\Delta)\chi + \varepsilon^2\frac{d^2}{dt^2}(1-\varepsilon^2\kappa\Delta)\chi = 0, \\ \varepsilon^4\Delta^2F + k(\varphi)\frac{d^2}{ds^2}(1-\varepsilon^2\kappa\Delta)\chi = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\Delta z = \dfrac{d^2z}{ds^2} + \dfrac{d^2z}{d\varphi^2}$, $\Delta_t z = \dfrac{d}{d\varphi}\left(t_2\dfrac{dz}{d\varphi}\right) + \dfrac{d}{ds}\left(t_3\dfrac{dz}{d\varphi}\right) + \dfrac{d}{d\varphi}\left(t_3\dfrac{dz}{ds}\right) + \dfrac{d}{ds}\left(t_1\dfrac{dz}{ds}\right)$. Здесь F и χ — функции напряжений и перемещений, s, φ — безразмерные продольная и окружная координаты соответственно, t — время, $t_1(s,\varphi), t_2(s,\varphi), t_3(s,\varphi)$ — безразмерные мембранные усилия [3], ε — естественный малый параметр. Параметры κ, τ вводятся в [2] и учитывают поперечные сдвиги слоев друг относительно друга.

Предполагается, что оболочке сообщаются начальные скорости и перемещения, локализованные в окрестности нулевой образующей. На краях оболочки $s = s_1(\varphi), s = s_2(\varphi)$ заданы условия шарнирного опирания.

Решение поставленной задачи строится с использованием асимптотического комплексного ВКБ-метода [4] в виде суперпозиции n волновых пакетов, локализованных в окрестности подвижной образующей $\varphi = q_n(t)$.

Условия разрешимости задач, получаемых в первом, втором и третьем приближениях соответственно, дают относительно простые дифференциальные уравнения, описывающие связь основных динамических характеристик n-го волнового пакета. Их численное решение позволяет изучить влияние различных параметров задачи на движение волновых пакетов по поверхности оболочки.

Литература

1. *Mikhasev G., Seeger F., Gabbert U.* Local Buckling of Composit Laminated Cylindrical Shells with Oblique Edges under External Pressure: Asymptotic and Finite Element Simulations. *Technische Mechanik.* Band 21, Heft 1 (2001), 1–12.

2. *Григолюк Э.И., Куликов Г.М. Многослойные армированные оболочки: расчет пневматических шин.* М.: Машиностроение (1988).

3. *Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы.* М.: Наука. Физматлит (1995).

4. *Михасев Г.И.* Локализованнные семейства изгибных волн в некруговой цилиндрической оболочке с косыми краями. *Прикл. мат. и мех.*. Т. 60, No. 4 (1996), 635–643.

Об ограниченности частно-интегрального оператора типа потенциала в весовом анизотропном пространстве Лебега

И. В. Барышева (Липецк, Россия)

Пусть $\mathbb{R}_n = \mathbb{R}_m \times \mathbb{R}_{n-m}$ — евклидово пространство и $x = (x_\alpha, x_{\overline{\alpha}})$, где $x_\alpha \in \mathbb{R}_m$, $x_{\overline{\alpha}} \in \mathbb{R}_{n-m}$ $(1 \le m \le n)$, а α, $\overline{\alpha}$ — мультииндексы, дополняющие друг друга до полного мультииндекса $(1, 2, \ldots, n)$.

Обозначим через $L_{\mathbf{p}}^{\mathbf{w}(x)}(\mathbb{R}_n)$ весовое анизотропное пространство Лебега, где мультииндекс $\mathbf{p}{=}(p_1, p_2, \ldots, p_n)$, $p_i{>}1$, $\mathbf{w}(x){=}(w_1(x_1), \ldots, w_n(x_n))$, $w_i(x_i){>}0$ $(i{=}\overline{1,n})$, норма в котором определяется равенством $\|u\|_{L_{\mathbf{p}}^{\mathbf{w}(x)}(\mathbb{R}_n)} = \left(\int\limits_{\mathbb{R}_1}\left(\int\limits_{\mathbb{R}_1}\ldots\left(\int\limits_{\mathbb{R}_1}|u(x)|^{p_1}w_1(x_1)dx_1\right)^{\frac{p_2}{p_1}}\ldots w_{n-1}(x_{n-1})dx_{n-1}\right)^{\frac{p_n}{p_{n-1}}}w_n(x_n)dx_n\right)^{\frac{1}{p_n}}$. Если $w_i(x_i){\equiv}1$ $(i{=}\overline{1,n})$, то получим анизотропное пространство Лебега $L_{\mathbf{p}}(\mathbb{R}_n)$ [1, с. 9].

Частно-интегральным оператором (ЧИ-оператором) в $\mathbb{R}_n$, отвечающем ядру κ, называется выражение $(K_\alpha^{(m)}u)(x) = \int_{\mathbb{R}_m}\kappa(x;t_\alpha)u(t_\alpha;x_{\bar{\alpha}})\,dt_\alpha$, где $x = (x_\alpha, x_{\bar{\alpha}})$ и $1 \le m \le n$. Оператор

$$(K_m^{(\lambda)}u)(x) = \int_{\mathbb{R}_m}\frac{k(x;t_\alpha)}{|x_\alpha - t_\alpha|^\lambda}u(t_\alpha;x_{\bar{\alpha}})\,dt_\alpha, \quad \lambda < m. \tag{1}$$

называется ЧИ-оператором типа потенциала Рисса. В частном случае при $m = n$ оператор (1) является классическим интегральным оператором типа потенциала (см. [2]). Обычно для ЧИ-оператора справедливо правило Калитвина–Ляхова ограниченности действия в анизотропном пространстве $L_{\mathbf{p}}$ [3, с. 44], [4].