где $|S_1^+(n)|_\gamma$ — площадь нагруженной сферы,

$$A_1 = 2^{2m+1}\prod_{j=0}^{m-1}(k/2-j)\prod_{s=1}^{m}\left(\frac{k+n-|\gamma|}{2}-s\right) = \frac{(-1)^m\Gamma(\frac{n-|\gamma|}{2}-m)}{\Gamma(m)2^{2m}\pi^{\frac{n-|\gamma|}{2}}}.$$

Формально полученное решение K-полигармонического оператора совпадает с фундаментальным решением классического полигармонического оператора при $\gamma = 0$, см. [2], с. 521. Отметим невозможность логарифмического решения в этом случае. В случае, если мультииндекс γ состоит из неотрицательных чисел, то логарифмический случай возможен, соответствующая формула фундаментального решения определена в книге [3].

Литература

1. *Ляхов Л. Н., Булатов Ю. Н., Рощупкин С.А., Санина Е. Л.* Фундаментальное решение сингулярного дифференциального оператора Бесселя с отрицательным параметром. *Дифференц. уравнения* (2022). Т. 58. № 12. 1654–1665.

2. *Соболев С.Л. Введение в теорию кубаторных формул.* М.: Наука. (1974).

3. *Киприянов И.А. Сингулярные эллиптические краевые задачи.* М.: Наука (1997).

Линейная зависимость компонент сильно нерегулярного решения линейной однородной периодической дифференциальной системы

А. К. Деменчук (Минск, Беларусь)

Будем рассматривать линейную однородную системы дифференциальных уравнеий

$$\dot{x} = A(t)x, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad n > 2, \tag{1}$$

в которой $A(t)$ — непрерывная ω-периодическая $n \times n$-матрица. До середины XX века исследования по периодическим решениям дифференциальных систем базировались на предположении о соизмеримости периодов решения и самой системы. Поэтому другие возможные соотношения частот не изучались.

По-видимому, первым, кто более детально исследовал данную проблему, был Х. Массера. В 1950 г. он показал, что периодические дифференциальные системы могут иметь периодические решения с иррациональным отношением периодов решения и системы [1]. Этот результат послужил началом нового направления в качественной теории дифференциальных уравнений, которое впоследствии развивалось для различных классов систем и их решений в работах Я. Курцвейля и О. Вейводы [2], Н.П. Еругина [3], И.В. Гайшуна [4], Э.И. Грудо [5], В.Т. Борухова [6] и др. Такие периодические решения ввиду их необычности, в сравнении с ранее изучавшимися, были названы сильно нерегулярными, их частотный спектр — асинхронным, а описываемые ими колебания — асинхронными.

В настоящем докладе укажем зависимость между компонентами сильно нерегулярного периодического решения системы (1).

Для непрерывной на всей числовой оси ω-периодической вещественнозначной матрицы $F(t)$ определим её среднее значение $\hat{F} = \frac{1}{\omega}\int\limits_0^\omega F(t)dt$ и осциллирующую часть $\tilde{F}(t) = F(t) - \hat{F}$. Через $\operatorname{rank}_{\mathrm{col}} F$ обозначим столбцовый ранг матрицы $F(t)$ — наибольшее число её линейно независимых столбцов. Подобным можно определить и строчный ранг матрицы. Отметим, что в общем случае строчный и столбцовый ранги матрицы $F(t)$ не обязаны совпадать.

Укажем необходимое условие существования асинхронных колебаний. Справедлива

Лемма. Если система (1) имеет нетривиальное сильно нерегулярное периодическое решение, то выполняется оценка

$$\mathrm{rank}_{\mathrm{col}}\,\tilde{A}(t) < n. \tag{2}$$

Оказывается, что в случае разрешимости между компонентами искомого решения системы (3) существует линейная зависимость, тесно связанная с оценкой (2) леммы. Имеет место

Теорема. Пусть для системы (1) разрешима задача возбуждения асинхронных колебаний и $x = x(t) = \mathrm{col}\,(x_1, \ldots, x_n)$– сильно нерегулярное периодическое решение системы (1). Тогда найдутся два набора попарно различных упорядоченных натуральных индексов

$$1 \le i_1 < \ldots < i_{n-r_2} \le n; \quad 1 \le i_{n-r_2+1} < \ldots < i_n \le n$$

и некоторая постоянная $r_2 \times (n - r_2)$-матрица H такие, что между координатами вектора x имеется линейная зависимость вида

$$\mathrm{col}\,(x_{i_{n-r_2+1}}, \ldots, x_{i_n}) = F\ \mathrm{col}\,(x_{i_1} \ldots, x_{i_{r_2}}).$$

Благодарности. Результат получен по ГПНИ “Конвергенция”, подпрограмма “Математические модели и методы” в рамках гранта Президента Республики Беларусь.

Литература

1. *Massera J.L.* Observaciones sobre les soluciones periodicas de ecuaciones diferenciales. *Bol. de la Facultad de Ingenieria.* (1950). V. 4, № 1. 37–45.

2. *Курцвейль Я., Вейвода О.* О периодических и почти периодических решениях систем обыкновенных дифференциальных уравнений. *Чехосл. матем. журнал* (1955). Т. 5, № 3. 362–370.

3. Еругин Н.П. О периодических решениях дифференциальных уравнений. *Прикл. матем. и механика.* (1956). Т. 20, вып. 1. 148–152.

4. *Гайшун, И.В.* Уравнения в полных производных с периодическими коэффициентами. *Докл. АН БССР.* (1979). Т. 23, № 8. 684–686.

5. *Грудо Э.И., Деменчук А. К.* О периодических решениях с несоизмеримыми периодами линейных неоднородных периодических дифференциальных систем. *Дифференц. уравнения.* (1987). Т. 23, № 3. 409–416.

6. *Борухов В.Т.* Сильно инвариантные подпространства неавтономных линейных периодических систем и их решения с периодом, несоизмеримым с периодом системы. *Дифференц. уравнения.* (2018). Т. 54, № 5. 585–591.

Асимптотическая устойчивость двухкаскадной виброизоляции машиностроительных конструкций

Н. А. Докукова, П. П. Ситковская (Минск, Беларусь)

Во многих технических устройствах, инженерных сооружениях в мобильной технике присутствуют биения соприкасающихся частей конструкций как неотъемлемая часть функционирования подобных механизмов. Возникающие при этом вибрации приводят к разрушению деталей, снижению производительности оборудования и даже опасным условиям труда для операторов [1]. Поэтому разработка эффективных моделей виброгашения, обеспечивающих асимптотическую устойчивость, является одной из актуальных задач. Новые двухкаскадные модели виброгашения позволяют контролировать и уменьшать уровни вибраций, обеспечивая стабильную работу систем.