

ИСКАЖЕНИЕ УЗКОПОЛОСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ БИЗОТРОПНЫЙ ЭКРАН

УДК 537.87:621.37

В.Т. Ерофеевко, В.Ф. Бондаренко,
НИИ ППМИ БГУ, г. Минск

Аннотация

Разработана методика математического моделирования процессов преобразования импульсных электромагнитных полей, распространяющихся под произвольным углом и несущих узкополосный сигнал, при проникновении через бесконечный плоский композитный экран, выполненный из биизотропного материала с произвольными комплексными параметрами киральности. Для численной реализации модели рассмотрены атомарные функции, которые используются для аппроксимации реальных сигналов. Показано, что ТЕ-поляризованные сигналы при прохождении через экран могут быть преобразованы в ТН-поляризованные узкополосные сигналы и наоборот.

Введение

В последнее время значительное число работ в печати посвящено исследованию электродинамических свойств композитных материалов [1]. Композитные материалы представляют собой однородные матрицы, заполненные большим числом случайно распределенных мелких неоднородностей с различной геометрией и материальным составом [2]. Для электродинамического моделирования композитных материалов используются математические модели биизотропных материалов с эффективными параметрами, полученными с помощью усреднения неоднородностей. Такие усреднения приводят к материальным уравнениям, содержащим линейные комбинации электрических и магнитных полей. В частности к биизотропным средам относятся киральные метаматериалы с необычными электродинамическими свойствами [3].

Расчет электромагнитных экранов выполненных из композитных материалов в настоящее время является актуальной задачей. Экраны используются для решения проблемы электромагнитной совместимости сложных технических устройств радиотехники и электроники, а также для защиты чувствительных приборов от воздействия внешних помехонесущих электромагнитных излучений. В литературе большинство работ посвящено исследованию взаимодействия с экранами полей с гармонической зависимостью от времени. Взаимодействия импульсных полей с биизотропными экранами исследованы недостаточно.

Для приложений важным является разработка и исследование математических моделей, описывающих распространение в среде импульсных сигналов с помощью электромагнитных полей. Для передачи информации используются сигналы с финитным спектром, которые представимы без искажений своими значениями в дискретные моменты времени. Получило развитие математическое моделирование сигналов с применением атомарных функций [4, 5], которые используются для аппроксимации реальных сигналов [6].

Постановка задачи

Рассмотрим пространство R^3 с фиксированной системой декартовых координат $Oxyz$. В пространстве с электрической и магнитной постоянными ϵ_0, μ_0 расположен плоский экран D ($0 < z < \Delta$), заполненный биизотропным материалом с физическими комплексными параметрами $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$, $\mu = \mu_r \mu_0$, $G = G_r / c$, $Z = Z_r / c$. Из полупространства D_1 ($z < 0$) на слой D воздействует плоское импульсное электромагнитное поле $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$, $\vec{H}_0(\vec{r}, t)$, которое в частотной области определяется формулами [7]

$$\begin{aligned} \hat{E}_0(\vec{r}, \omega) &= \hat{A}_0(\omega) \vec{W}_0^{(-1)}(\vec{r}, \omega) + \hat{B}_0(\omega) \vec{W}_0^{(-2)}(\vec{r}, \omega), \\ \hat{H}_0(\vec{r}, \omega) &= h_0 (\hat{A}_0(\omega) \vec{W}_0^{(-2)}(\vec{r}, \omega) + \hat{B}_0(\omega) \vec{W}_0^{(-1)}(\vec{r}, \omega)) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad \vec{W}_0^{(\mp 1)} &= i \vec{V}_1 \exp(i\omega p_{\pm}(\vec{r}, \theta_0, \varphi_0)), \\ \vec{W}_0^{(\mp 2)} &= \pm \vec{V}_2 \exp(i\omega p_{\pm}(\vec{r}, \theta_0, \varphi_0)), \\ \vec{V}_1 &= \sin \varphi_0 \vec{e}_x - \cos \varphi_0 \vec{e}_y, \\ \vec{V}_2 &= -\cos \theta_0 (\cos \varphi_0 \vec{e}_x + \sin \varphi_0 \vec{e}_y) + \sin \theta_0 \vec{e}_z, \\ p_{\pm} &= \frac{1}{c} (\alpha_1 x + \alpha_2 y \pm z \cos \theta_0), \quad \alpha_1 = \cos \varphi_0 \sin \theta_0, \\ &\quad \alpha_2 = \sin \varphi_0 \sin \theta_0, \quad p = p_+, \end{aligned}$$

$$h_0 = \frac{1}{iZ_0}, \quad Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}, \quad \hat{A}_0(\omega), \quad \hat{B}_0(\omega) -$$

заданные функции круговой частоты,

$$\omega = 2\pi f; \quad \vec{r} = (x, y, z) \quad \theta_0, \varphi_0 -$$

углы, характеризующие направление распространения первичного поля; c – скорость света в вакууме.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \hat{E}_0(\vec{r}, \omega) &= (\hat{A}_0 \vec{V}_1 + \hat{B}_0 \vec{V}_2) e^{i\omega p}, \\ \hat{H}_0(\vec{r}, \omega) &= h_0 (\hat{A}_0 \vec{V}_2 + i \hat{B}_0 \vec{V}_1) e^{i\omega p}. \end{aligned} \quad (2)$$

Поля $\hat{E}_0(\vec{r}, \omega)$, $\hat{H}_0(\vec{r}, \omega)$ являются спектральными плотностями полей $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$, $\vec{H}_0(\vec{r}, t)$ во временной области. Электромагнитное поле в частотной области (2) связано с полем во временной области с помощью преобразования Фурье [8]

$$\begin{aligned} \vec{E}_0(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{E}_0(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = \\ &= iA_0(t-p)\vec{V}_1 + B_0(t-p)\vec{V}_2, \\ \vec{H}_0(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_0(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = \\ &= h_0 (A_0(t-p)\vec{V}_2 + iB_0(t-p)\vec{V}_1) \end{aligned} \quad (3)$$

где для временного сигнала $A_0(t)$ имеем соотношения

$$\hat{A}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0(t) e^{i\omega t} dt, \quad A_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_0(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (4)$$

Аналогично для $B_0(t)$.

Реальное импульсное электромагнитное поле определим в виде

$$\begin{aligned} \vec{E}_0(\vec{r}, t) &= \text{Re } \vec{E}_0(\vec{r}, t) = -\text{Im } A_0(t-p) \vec{Y}_1 + \text{Re } B_0(t-p) \vec{Y}_2, \\ \vec{H}_0(\vec{r}, t) &= \text{Re } \vec{H}_0(\vec{r}, t) = \\ &= \frac{1}{Z_0} (\text{Im } A_0(t-p) \vec{Y}_2 + \text{Re } B_0(t-p) \vec{Y}_1) \end{aligned} \quad (5)$$

В результате взаимодействия первичного поля (2) с экраном D образуются поля: \hat{E}'_1, \hat{H}'_1 – отраженное поле в D_1 ; $\hat{E}_1 = \hat{E}_0 + \hat{E}'_1, \hat{H}_1 = \hat{H}_0 + \hat{H}'_1$ – суммарное поле в D_1 ; \hat{E}, \hat{H} – поле в слое D ; \hat{E}_2, \hat{H}_2 – поле, проникшее в область $D_2 (z > \Delta)$.

Сформулируем краевую задачу в частотной области для спектральных полей.

Краевая задача. Требуется для заданного поля (2) определить поля $\hat{E}'_1, \hat{H}'_1; \hat{E}, \hat{H}; \hat{E}_2, \hat{H}_2$ соответственно в областях D_1, D, D_2 , которые удовлетворяют уравнениям Максвелла [7]

$$\begin{aligned} \text{rot } \hat{E}'_1 &= i\omega\mu_0 \hat{H}'_1, \quad \text{rot } \hat{H}'_1 = -i\omega\epsilon_0 \hat{E}'_1, \quad z < 0, \\ \text{rot } \hat{E} &= i\omega \left(\mu \hat{H} + Z \hat{E} \right), \\ \text{rot } \hat{H} &= -i\omega \left(\epsilon \hat{E} + G \hat{H} \right), \quad 0 < z < \Delta, \\ \text{rot } \hat{E}_2 &= i\omega\mu_0 \hat{H}_2, \quad \text{rot } \hat{H}_2 = -i\omega\epsilon_0 \hat{E}_2, \quad z > \Delta, \end{aligned} \quad (6)$$

граничным условиям непрерывности тангенциальных составляющих полей на плоскостях $\Gamma_1 (z=0), \Gamma_2 (z=\Delta)$

$$\begin{aligned} \left(\hat{E}_{1\tau} - \hat{E}_\tau \right)_{\Gamma_1} &= 0, \quad \left(\hat{H}_{1\tau} - \hat{H}_\tau \right)_{\Gamma_1} = 0, \\ \left(\hat{E}_{2\tau} - \hat{E}_\tau \right)_{\Gamma_2} &= 0, \quad \left(\hat{H}_{2\tau} - \hat{H}_\tau \right)_{\Gamma_2} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

и условиям на бесконечности.

Аналитическое решение задачи

В задачах экранирования электромагнитных полей основным является определение отраженных полей и полей, прошедших через экран. Для аналитического решения задачи (6), (7) результирующие поля выразим через базисные поля (1), в виде комбинаций

$$\begin{aligned} \hat{E}'_1 &= \hat{x}_1(\omega) \vec{W}_0^{(+1)} + \hat{x}_2(\omega) \vec{W}_0^{(+2)}, \\ \hat{H}'_1 &= h_0 \left(\hat{x}_1(\omega) \vec{W}_0^{(+2)} + \hat{x}_2(\omega) \vec{W}_0^{(+1)} \right) \quad z < 0, \\ \hat{E}_2 &= \hat{y}_1(\omega) \vec{W}_0^{(-1)} + \hat{y}_2(\omega) \vec{W}_0^{(-2)}, \\ \hat{H}_2 &= h_0 \left(\hat{y}_1(\omega) \vec{W}_0^{(-2)} + \hat{y}_2(\omega) \vec{W}_0^{(-1)} \right) \quad z > \Delta. \end{aligned} \quad (8)$$

Поля (8) удовлетворяют уравнениям (6) и решение задачи сводится к определению функций $\hat{x}_j(\omega), \hat{y}_j(\omega), j=1,2$, с учетом условий (7). Для решения задачи (6), (7) эффективным является использование нелокальных граничных условий [9].

Для биизотропного экрана D амплитуды полей (8), зависящие от частоты ω , определяются формулами

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \frac{G}{Q} (A_0 Q_{22} + B_0 Q_{12}), \quad \hat{y}_2 = -\frac{G}{Q} (A_0 Q_{21} + B_0 Q_{11}), \\ \hat{x}_1 &= \frac{1}{Q} [A_0 (Q_{21} Q'_{12} - Q_{22} Q'_{11}) + B_0 (Q_{11} Q'_{12} - Q_{12} Q'_{11})], \\ \hat{x}_2 &= \frac{1}{Q} [A_0 (Q_{22} Q'_{21} - Q_{21} Q'_{22}) + B_0 (Q_{12} Q'_{21} - Q_{11} Q'_{22})], \\ G &= 2 \sin^2 \theta_0 \exp(k_0 v_0 \Delta), \quad Q = Q_{11} Q_{22} - Q_{12} Q_{21}. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (\hat{B} \vec{c}, \vec{a}), \quad Q_{12} = (\hat{B} \vec{d}, \vec{a}), \\ Q_{21} &= (\hat{B} \vec{c}, \vec{b}), \quad Q_{22} = (\hat{B} \vec{d}, \vec{b}), \\ Q'_{11} &= (\hat{B} \vec{c}, \vec{a}'), \quad Q'_{12} = (\hat{B} \vec{d}, \vec{a}'), \\ Q'_{21} &= (\hat{B} \vec{c}, \vec{b}'), \quad Q'_{22} = (\hat{B} \vec{d}, \vec{b}'), \\ \vec{a} &= \left(i\alpha_2, -i\alpha_1, Z_0 \frac{\alpha_1}{v_0}, Z_0 \frac{\alpha_2}{v_0} \right), \\ \vec{b} &= \left(i \frac{\alpha_1}{v_0}, i \frac{\alpha_2}{v_0}, Z_0 \alpha_2, -Z_0 \alpha_1 \right), \\ \vec{a}' &= \left(-i\alpha_2, i\alpha_1, Z_0 \frac{\alpha_1}{v_0}, Z_0 \frac{\alpha_2}{v_0} \right), \\ \vec{b}' &= \left(i \frac{\alpha_1}{v_0}, i \frac{\alpha_2}{v_0}, -Z_0 \alpha_2, Z_0 \alpha_1 \right), \\ \vec{c} &= \left(-i\alpha_2, i\alpha_1, \frac{v_0 \alpha_1}{Z_0}, \frac{v_0 \alpha_2}{Z_0} \right), \\ \vec{d} &= \left(i v_0 \alpha_1, i v_0 \alpha_2, -\frac{\alpha_2}{Z_0}, \frac{\alpha_1}{Z_0} \right), \\ \vec{c}' &= \left(i\alpha_2, -i\alpha_1, \frac{v_0 \alpha_1}{Z_0}, \frac{v_0 \alpha_2}{Z_0} \right), \\ \vec{d}' &= \left(i v_0 \alpha_1, i v_0 \alpha_2, \frac{\alpha_2}{Z_0}, -\frac{\alpha_1}{Z_0} \right), \quad v_0 = -i \cos \theta_0. \end{aligned} \quad (10)$$

При $\theta_0 = 0$ коэффициенты (8) вычисляются как пределы $\lim_{\theta_0 \rightarrow 0} \hat{x}_j, \lim_{\theta_0 \rightarrow 0} \hat{y}_j$. Матричные элементы матрицы \hat{B} , входящей в формулы (10) известны:

$$\hat{B} = \hat{B}(\epsilon, \mu, G, Z, \Delta, \omega) = \{B_{lm}\}; \quad l, m = 1, 2, 3, 4;$$

$$B_{11} = p(p_1(\Phi_2 S_2 + C_2) - p_2(\Phi_1 S_1 + C_1)),$$

$$B_{12} = p(p_2 \theta_1 S_1 - p_1 \theta_2 S_2)$$

$$B_{13} = p(\Phi_1 S_1 - \Phi_2 S_2 + C_1 - C_2), \quad B_{14} = p(\theta_2 S_2 - \theta_1 S_1)$$

$$\begin{aligned}
 B_{21} &= p(p_1\delta_2S_2 - p_2\delta_1S_1) \\
 B_{22} &= p(p_1(C_2 - \Phi_2S_2) + p_2(\Phi_1S_1 - C_1)) \\
 B_{23} &= p(\delta_1S_1 - \delta_2S_2) \quad B_{24} = p(\Phi_2S_2 - \Phi_1S_1 + C_1 - C_2) \\
 B_{31} &= -p_1p_2B_{13}, \quad B_{32} = -p_1p_2B_{14}, \\
 B_{33} &= p(p_1(C_1 + \Phi_1S_1) - p_2(\Phi_2S_2 + C_2)) \\
 B_{34} &= p(p_2\theta_2S_2 - p_1\theta_1S_1) \\
 B_{41} &= -p_1p_2B_{23}, \quad B_{42} = -p_1p_2B_{24}, \\
 B_{43} &= p(p_1\delta_1S_1 - p_2\delta_2S_2) \\
 B_{44} &= p(p_1(C_1 - \Phi_1S_1) + p_2(\Phi_2S_2 - C_2)) \\
 S_j &= \text{sh}(k_0\Delta v_j) \quad C_j = \text{ch}(k_0\Delta v_j) \quad \Phi_j = \frac{\alpha_1\alpha_2g_j}{gv_j},
 \end{aligned}$$

$$\theta_j = \frac{g_j(\alpha_1^2 - k_j^2)}{gv_j},$$

$$\delta_j = \frac{g_j(\alpha_2^2 - k_j^2)}{gv_j}, \quad j = 1, 2;$$

$$k_j = \sqrt{g + \frac{1}{2}a^2 + af_j}, \quad 0 \leq \arg k_j < \pi, \quad f_j = (-1)^j f_0,$$

$$f_0 = \sqrt{\epsilon_r\mu_r - b^2}, \quad 0 \leq \arg f_0 < \pi, \quad a = i(G_r - Z_r)$$

$$b = \frac{1}{2}(G_r + Z_r), \quad g = \epsilon_r\mu_r - G_rZ_r, \quad g_j = f_j - \frac{1}{2}a,$$

$$v_j = \sqrt{\sin^2\theta_0 - k_j^2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg v_j < \frac{\pi}{2},$$

$$p_j = \frac{1}{Z_0\mu_r} \left(\frac{ig}{g_j} - Z_r \right), \quad p = \frac{1}{p_1 - p_2}.$$

Для распространения метода решения задачи на N -слойный экран D достаточно в формулах (10) матрицу \hat{B} заменить на матрицу где $\hat{B}_{cn} = \hat{B}_1 \cdot \hat{B}_2 \dots \hat{B}_N$:

$$\hat{B}_k = \hat{B}(\epsilon_k, \mu_k, G_k, Z_k, \Delta_k, \omega), \quad \Delta = \sum_{k=1}^N \Delta_k.$$

Узкополосные сигналы

В дальнейшем рассмотрим случай полей (2), когда $\hat{A}_0 \neq 0, \hat{B} = 0$. Из (9) следует

$$\hat{y}_1(\omega) = \hat{h}(\omega)\hat{A}_0(\omega), \quad \hat{y}_2(\omega) = \hat{g}(\omega)\hat{A}_0(\omega) \quad (11)$$

где

$$\hat{h}(\omega) = \frac{G(\omega)}{Q(\omega)}Q_{22}(\omega), \quad \hat{g}(\omega) = -\frac{G(\omega)}{Q(\omega)}Q_{21}(\omega)$$

В качестве сигнала $A_0(t)$ выберем узкополосный сигнал [10], для которого

$$\hat{A}_0(\omega) = \hat{s}_0(\omega - \omega_0), \quad \omega_0 > 0, \quad (12)$$

где $\hat{s}_0(\omega) \neq 0$ при $|\omega| < \alpha$, $\hat{s}_0(\omega) = 0$ при $|\omega| \geq \alpha$, $\frac{\alpha}{\omega_0} \ll 1$; видеоимпульс $s_0(t)$ и спектральная плотность $\hat{s}_0(\omega)$ связаны формулами (4).

Для финитной спектральной плотности $\hat{s}_0(\omega)$ имеют место формулы Котельникова-Шеннона

$$s_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_k^{(0)} \text{sinc}(\alpha(t - t_k)), \quad -\infty < t < \infty, \quad (13)$$

где $\delta_k^{(0)} = s_0(t_k)$, $t_k = \frac{\pi k}{\alpha}$, $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$;

$$\hat{s}_0(\omega) = \frac{\pi}{\alpha} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_k^{(0)} e^{it_k\omega}, \quad |\omega| < \alpha. \quad (14)$$

Коэффициенты ряда Фурье (14) вычисляются с помощью формулы

$$\delta_m^{(0)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \hat{s}_0(\omega) e^{-im\omega} d\omega, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (15)$$

Из соотношения (12) следует

$$A_0(t) = e^{-i\omega_0 t} s_0(t) \quad (16)$$

Изучим сигнал $y_1(t)$ с финитной спектральной плотностью (11), который проникает в область D_2 . Учитывая условие $\tau \ll 1$, функцию $\hat{h}(\omega)$ на отрезке $\omega_0 - \alpha < \omega < \omega_0 + \alpha$ в окрестности точки ω_0 представим в виде приближения

$$\hat{h}(\omega) \approx c_{1h} + \frac{c_{2h}}{\alpha}(\omega - \omega_0) + \frac{c_{3h}}{\alpha^2}(\omega - \omega_0)^2;$$

где $c_{1h} = \hat{h}(\omega_0)$, $c_{2h} = \frac{1}{2}(\hat{h}(\omega_0 + \alpha) - \hat{h}(\omega_0 - \alpha))$

$$c_{3h} = \frac{1}{2}(\hat{h}(\omega_0 + \alpha) + \hat{h}(\omega_0 - \alpha)) - \hat{h}(\omega_0).$$

Тогда $\hat{y}_1(\omega) \approx \hat{h}_1(\omega) = \left(c_{1h} + \frac{c_{2h}}{\alpha}(\omega - \omega_0) + \frac{c_{3h}}{\alpha^2}(\omega - \omega_0)^2 \right) \hat{s}_0(\omega - \omega_0)$ (17)

Для финитной плотности $\hat{s}_j(\omega) = \omega^j \hat{s}_0(\omega)$ в соответствии с формулами Котельникова-Шеннона, имеем

$$\begin{aligned}
 s_j(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_k^{(j)} \text{sinc}(\alpha(t - t_k)), \quad -\infty < t < \infty, \\
 \hat{s}_j(\omega) &= \frac{\pi}{\alpha} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_k^{(j)} e^{it_k\omega}, \quad |\omega| < \alpha, \quad (18)
 \end{aligned}$$

где из формул (14), (15) следует

$$\delta_m^{(j)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \omega^j \hat{s}_0(\omega) e^{-im\omega} d\omega,$$

$$\delta_m^{(1)} = i \frac{\alpha}{\pi} \beta_m, \quad \beta_m = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_k^{(0)} z_{m-k}, \quad z_m = \frac{(-1)^m}{m}, \quad z_0 = 0;$$

$$\delta_m^{(2)} = \frac{2\alpha^2}{\pi^2} \gamma_m, \quad \gamma_m = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_k^{(0)} y_{m-k},$$

$$y_m = \frac{(-1)^m}{m^2}, \quad y_0 = \frac{\pi^2}{6}. \quad (19)$$

Учитывая (17), (18), вычислим

$$h_1(t) = e^{-i\omega_0 t} \left(c_{1h} s_0(t) + \frac{c_{2h}}{\alpha} s_1(t) + \frac{c_{3h}}{\alpha^2} s_2(t) \right) =$$

$$= e^{-i\omega_0 t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_k^h \text{sinc}(\alpha(t-t_k)) \quad (20)$$

Преобразуем формулу (20), полагая $\sin(\alpha(t-t_k)) = (-1)^k \sin \alpha t$. Получим

$$h_1(t) = e^{-i\omega_0 t} \sin(\alpha t) B^h(t) \quad (21)$$

где $B^h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_k^h \frac{(-1)^k}{\alpha t - \pi k}$.

Функция $B^h(t)$ имеет особенности в точках $t = t_k$, $B^h(t_k) = \infty$. При вычислении функции (21) в особых точках t_k необходимо раскрывать неопределенность $0 \cdot \infty$. При раскрытии неопределенности получим

$$h_1(t_k) = \lim_{t \rightarrow t_k} h_1(t) = e^{-i\omega_0 t_k} B_k^h.$$

Таким образом временные сигналы, соответствующие спектральным плотностям, вычислены. Для ТЕ- и ТН-составляющих поля имеем приближения

$$y_1(t) \approx h_1(t) = e^{-i\omega_0 t} \sin(\alpha t) B^h(t),$$

$$y_2(t) \approx g_1(t) = e^{-i\omega_0 t} \sin(\alpha t) B^g(t)$$

Импульсное электромагнитное поле узкополосного сигнала, прошедшего через биизотропный экран D , выражается в виде

$$\vec{E}_2 = i h_1(t-p) \vec{Y}_1 + g_1(t-p) \vec{Y}_2,$$

$$\vec{H}_2 = \frac{1}{Z_0} (-h_1(t-p) \vec{Y}_2 + g_1(t-p) \vec{Y}_1). \quad (22)$$

Атомарные функции

Для представления первичного поля (2) будем использовать атомарную функцию $up(x)$: $up(x) \neq 0$ при $|x| < 1$, $up(x) = 0$ при $|x| \geq 1$, $up(-x) = up(x)$.

С функцией $up(x)$ связана функция

$$Up(y) = \prod_{n=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{y}{2^n}\right), \quad -\infty < y < \infty, \quad (23)$$

с помощью преобразования Фурье

$$up(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Up(y) e^{iyx} dy. \quad (24)$$

В качестве сигнала (12) для первичного поля (2) выберем функцию

$$\hat{A}_0(\omega) = \hat{s}_0(\omega - \omega_0), \quad \hat{s}_0(\omega) = E_0 \frac{2\pi}{\alpha} up\left(\frac{\omega}{\alpha}\right),$$

где E_0 – амплитуда электрического поля, $[E_0] = \frac{B}{M}$.

Используя обратное преобразование для (24), вычислим временной сигнал

$$s_0(t) = \frac{E_0}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} up\left(\frac{\omega}{\alpha}\right) e^{-i\omega t} d\omega = E_0 Up(\alpha t),$$

тогда в соответствии с формулами (5), (16) при $p = 0$ следует

$$A_0(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t} Up(\alpha t), \quad \vec{E}_0(t) = E_0 \sin(\omega_0 t) Up(\alpha t) \vec{Y}_1. \quad (25)$$

При этом огибающая, падающего на экран D осциллирующего сигнала (25), равна

$$T_0(t) = E_0 |Up(\alpha t)|. \quad (26)$$

Учитывая формулы (13), (19), вычислим коэффициенты формул (20)

$$\delta_k^{(0)} = E_0 Up(\pi k), \quad \beta_k = E_0 u_k, \quad \gamma_k = E_0 v_k,$$

$$u_k = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Up(\pi m) z_{k-m}, \quad v_k = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Up(\pi m) y_{k-m}.$$

Электрическое поле, прошедшее в область D_2 , равно

$$\vec{E}_2 = i y_1(t-p) \vec{Y}_1 + y_2(t-p) \vec{Y}_2, \quad (27)$$

где

$$y_1(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t} \sin(\alpha t) B_0^h(t), \quad y_2(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t} \sin(\alpha t) B_0^g(t)$$

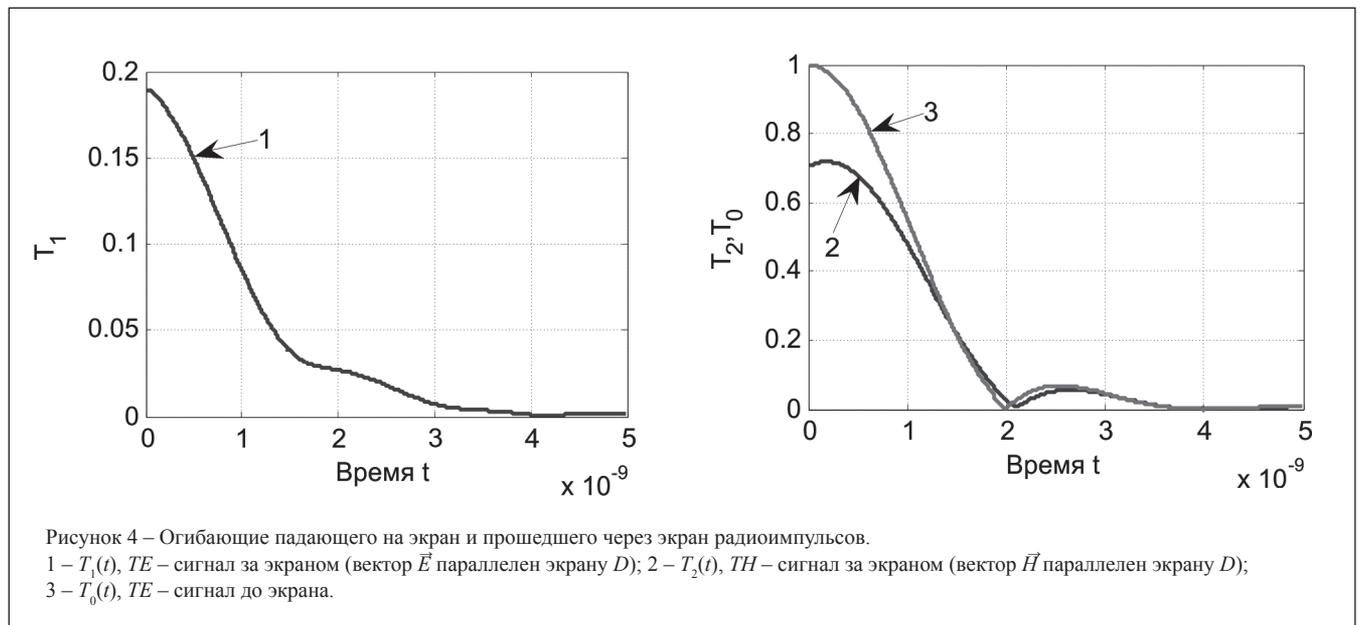


Рисунок 4 – Огибающие падающего на экран и прошедшего через экран радиоимпульсов.
 1 – $T_1(t)$, ТЕ – сигнал за экраном (вектор \vec{E} параллелен экрану D);
 2 – $T_2(t)$, ТН – сигнал за экраном (вектор \vec{H} параллелен экрану D);
 3 – $T_0(t)$, ТЕ – сигнал до экрана.

$$B_0^h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(c_{1h} U p(\pi k) + \frac{i}{\pi} c_{2h} u_k + \frac{2}{\pi^2} c_{3h} v_k \right) \frac{(-1)^k}{\alpha t - \pi k}.$$

Огибающие осциллирующих сигналов, прошедших через экран D , для двух поляризаций определяются формулами

$$T_1(t) = E_0 |\sin(\alpha t) B_0^h(t)|, \quad T_2(t) = E_0 |\sin(\alpha t) B_0^g(t)|. \quad (28)$$

Численный пример

Численно исследована структура поля (27). Расчеты производились для параметров: $\alpha = \pi 10^9$ Гц, $\omega_0 = 6\pi 10^9$ Гц, $\Delta = 5$ см, $\varepsilon = 4\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $G = \frac{1+i}{2c}$, $Z = \frac{1-i}{2c}$.

$$\hat{B}_0 = 0, \quad \theta_0 = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi_0 = 0, \quad E_0 = 1.$$

На рисунке 1 изображены графики линий (26), (28). Показано, что импульс (график 3), падающего под углом $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ на экран TE -поля, при прохождении через экран D разлагается на сумму двух импульсов. Носителем первого импульса (график 1) является TE -поле, носителем второго импульса – TH -поле, распространяющееся за экраном под углом $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$. Для частоты $\omega_0 = 5,36\pi 10^9$ Гц величина $T_1(0)$ уменьшается и принимает значение 0,093. Заметим, что в работе [9] представлены графики для экрана с аналогичными параметрами в случае монохроматических полей.

Заключение

Построено аналитическое решение краевой задачи проникновения радиоимпульса с финитным спектром через биизотропный плоский слой. В качестве носителя сигнала выбрано электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве и подчиняющееся уравнениям Максвелла, для которых сформулирована краевая задача дифракции. Методика решения задачи основана на использовании нелокальных граничных условий, связывающих поля по обе стороны экрана. Для представления узкополосного сигнала использовались атомарные функции и теорема Котельникова-Шеннона, позволяющие представить сигнал через дискретные временные отсчеты. Решение задачи реализовано численно и исследованы искажения и преобразование сигналов

при прохождении через экран.

Литература:

1. Виноградов, А.П. Электродинамика композитных материалов / А.П. Виноградов. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 208 с.
2. Лагарьков, А.Н. Радиопоглощающие материалы на основе метаматериалов / А.Н. Лагарьков, В.Н. Кисель, В.Н. Семенов. – Радиотехника и электроника, 2012. – Т. 57, № 10. – С. 1119–1127.
3. Гуляев, Ю.В. Метаматериалы: фундаментальные исследования и перспективы применения / Ю.В. Гуляев, А.Н. Лагарьков, С.А. Никитов. – Вестник РАН, 2008. – Т. 78, № 5. – С. 438–457.
4. Кравченко, В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям / В.Ф. Кравченко. – М.: Радиотехника, 2003. – 510 с.
5. Кравченко, В.Ф. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях / В.Ф. Кравченко, В.Л. Рвачев. – М.: Физматлит, 2006. – 416 с.
6. Басараб, М.А. Аппроксимация финитными функциями и теорема Уиттекера-Котельникова-Шеннона в цифровой обработке сигналов / М.А. Басараб, Е.Г. Зелкин, В.Ф. Кравченко, В.П. Яковлев. – Успехи современной радиоэлектроники. – 2003, – № 9. – С. 3–36.
7. Ерофеев, В.Т. Аналитическое моделирование в электродинамике / В.Т. Ерофеев, И.С. Козловская. – Мн.: БГУ, 2010, – 303 с.
8. Князев, П.Н. Интегральные преобразования / П.Н. Князев. – Мн.: Высшая школа, 1969. – 198 с.
9. Ерофеев, В.Т. Дифракция плоской электромагнитной волны на плоском слое из биизотропного материала / В.Т. Ерофеев, С.В. Малый. – Вестник БГУ. Сер. 1. – 2010, № 2. – С. 11–16.
10. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 1988. – 448 с.

Abstract

The analytical solution of the boundary-value problem of penetration of a radioimpulse with finite spectrum through a flat biisotropic screen with arbitrary complex parameters of media is obtained. The impulse signal by means of atomic functions is presented. The results of computational experiment for concrete screen are investigated.

Поступила в редакцию 18.05.2013 г.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К СТАТИСТИЧЕСКОМУ РАСПОЗНАВАНИЮ ГЕНЕРАТОРОВ СЛУЧАЙНЫХ И ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

УДК 004.421.6: 519.237

В.Ю. Палуха, БГУ, Ю.С. Харин, НИИ ПМИ БГУ, г. Минск

Аннотация

Для решения задачи статистического распознавания криптографических генераторов по их выходным последовательностям разработан общий подход к построению информативных признаков. Описаны признаки на основе

энтропии и рангов матриц, построенные в соответствии с этим подходом. Приводятся результаты компьютерных экспериментов применения построенных информативных признаков для статистического распознавания прореживающего и самосжимающего генераторов.