



ЖУРНАЛ
БЕЛАРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

ФИЗИКА

JOURNAL
OF THE BELARUSIAN STATE UNIVERSITY

PHYSICS

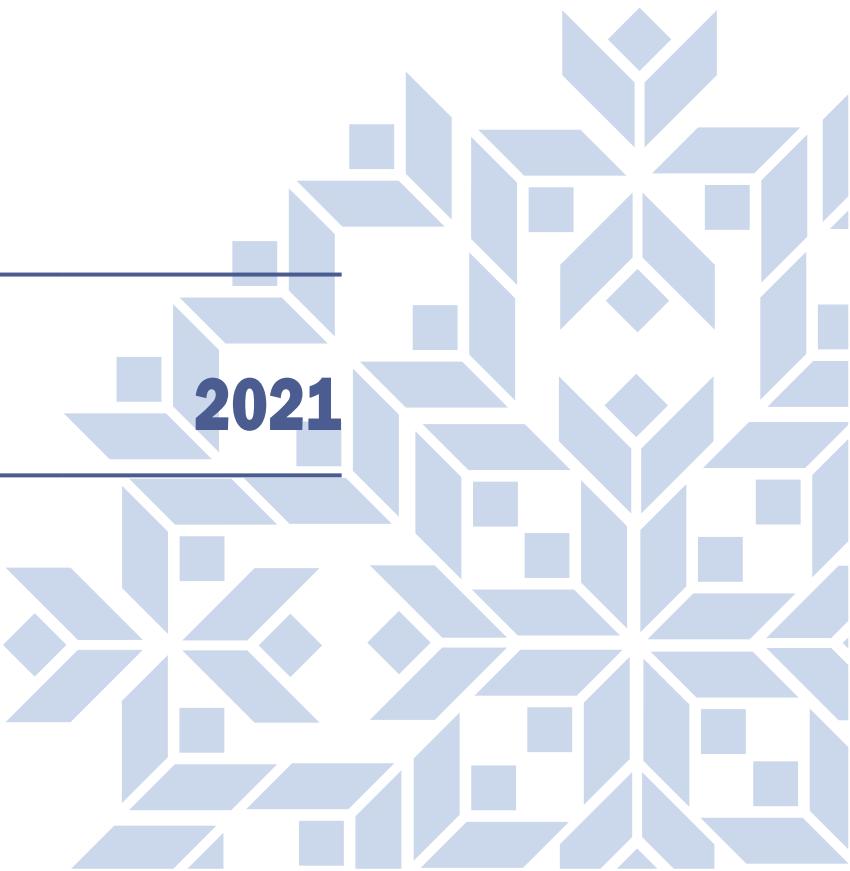
Издаётся с января 1969 г.
(до 2017 г. – под названием «Вестник БГУ.
Серия 1, Физика. Математика. Информатика»)

Выходит три раза в год

3

2021

МИНСК
БГУ



РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор

АНИЩИК В. М. – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры физики твердого тела физического факультета Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.
E-mail: anishchik@bsu.by

Заместитель главного редактора

ВОРОПАЙ Е. С. – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры лазерной физики и спектроскопии физического факультета Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.
E-mail: voropay@bsu.by

Ответственный секретарь

КАБАНОВА О. С. – кандидат физико-математических наук; научный сотрудник лаборатории нелинейной оптики и спектроскопии кафедры лазерной физики и спектроскопии физического факультета Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.
E-mail: kabanovaos@bsu.by

Бондаренко Г. Г. Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», Москва, Россия.

Воеводин В. Н. Институт физики твердого тела, материаловедения и технологий Национальной академии наук Украины, Харьков, Украина.

Жуковский П. В. Люблинский технический университет, Люблин, Польша.

Кислицин С. Б. Институт ядерной физики Министерства энергетики Республики Казахстан, Алма-Ата, Казахстан.

Козлов С. А. Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия.

Кучинский П. В. НИУ «Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко» Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.

Максименко С. А. НИУ «Институт ядерных проблем» Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.

Малый С. В. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.

Маскевич С. А. Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.

Машлан М. Оломоуцкий университет им. Палацкого, Оломоуц, Чехия.

Патрин А. А. Кошалинский технический университет, Кошалин, Польша.

Погребняк А. Д. Сумський національний університет, Суми, Україна.

Рамакришина Редди К. Т. Университет Шри Венкатесвара, Тирупати, Индия.

Ремнев Г. Е. Томский политехнический университет, Томск, Россия.

Толстик А. Л. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь.

Туроверов К. К. Институт цитологии Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия.

Чалов В. Н. Имперский колледж Лондона, Лондон, Великобритания.

Шандаров С. М. Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Россия.

Хайнцманн Р. Институт физической химии Йенского университета, Йена, Германия.

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Ануфрик С. С. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь.

Гусев О. К. Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь.

Казак Н. С. Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

Килин С. Я. Национальная академия наук Беларуси, Минск, Беларусь.

Кононов В. А. СП «ЛОТИС ТИИ», Минск, Беларусь.

Маляревич А. М. Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь.

Пенязьев О. Г. Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

Пилипенко В. А. Государственный центр «Белмикроанализ» филиала НТЦ «Белмикросистемы» ОАО «Интеграл» – управляющей компании холдинга «Интеграл», Минск, Беларусь.

Плетюхов В. А. Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина, Брест, Беларусь.

Семченко И. В. Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины, Гомель, Беларусь.

Федосюк В. М. ГНПО «Научно-практический центр НАН Беларуси по материаловедению», Минск, Беларусь.

Шкадаревич А. П. Научно-производственное унитарное предприятие «Научно-технический центр “ЛЭМТ” БелОМО», Минск, Беларусь.

EDITORIAL BOARD

Editor-in-chief **ANISHCHIK V. M.**, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of solid-state physics, faculty of physics, Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: anishchik@bsu.by

Deputy editor-in-chief **VOROPAY E. S.**, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of laser physics and spectroscopy, faculty of physics, Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: voropay@bsu.by

Executive secretary **KABANOVA O. S.**, PhD (physics and mathematics); researcher at the laboratory of nonlinear optics and spectroscopy, department of laser physics and spectroscopy, faculty of physics, Belarusian State University, Minsk, Belarus.
E-mail: kabanovaos@bsu.by

Bondarenko G. G. Moscow Institute of Electronics and Mathematics of the National Research University «Higher School of Economics», Moscow, Russia.

Voevodin V. N. Institute of Solid State Physics, Materials Science and Technologies, National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine.

Zhukowski P. V. Lublin University of Technology, Lublin, Poland.

Kislitsin S. B. Institute of Nuclear Physics of the Ministry of Energy of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan.

Kozlov S. A. Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Saint Petersburg, Russia.

Kuchinski P. V. A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.

Maksimenko S. A. Institute for Nuclear Problems of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.

Maly S. V. Belarusian State University, Minsk, Belarus.

Maskevich S. A. International Sakharov Environmental Institute of the Belarusian State University, Minsk, Belarus.

Maslan M. Palacký University, Olomouc, Czech Republic.

Patryn A. A. Politechnika Koszalińska, Koszalin, Poland.

Pogrebnyak A. D. Sumy State University, Sumy, Ukraine.

Ramakrishna Reddy K. T. Sri Venkateswara University, Tirupati, India.

Remnev G. E. Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia.

Tolstik A. L. Belarusian State University, Minsk, Belarus.

Turoverov K. K. Institute of Cytology, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russia.

Chalov V. N. Imperial College London, London, United Kingdom.

Shandarov S. M. Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia.

Heintzmann R. Institute of Physical Chemistry of the Jena University, Jena, Germany.

EDITORIAL COUNCIL

Anufrik S. S. Yanka Kupala State University of Grodno, Grodno, Belarus.

Gusev O. K. Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus.

Kazak N. S. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.

Kilin S. Y. National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.

Kononov V. A. «LOTIS TII», Minsk, Belarus.

Malyarevich A. M. Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus.

Penyazkov O. G. A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.

Pilipenko V. A. JSC «Integral», Minsk, Belarus.

Pletyukhov V. A. Brest State University named after A. S. Pushkin, Brest, Belarus.

Semchenko I. V. Francisk Scorina Gomel State University, Gomel, Belarus.

Fedosyuk V. M. SSPA «Scientific and Practical Materials Research Centre of NAS of Belarus», Minsk, Belarus.

Shkadarevich A. P. Unitary Enterprise «STC “LEMT” of the BelOMO», Minsk, Belarus.

ЛАЗЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

LASER TECHNOLOGY

УДК 778.38.01:535;535.3

ФОРМИРОВАНИЕ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ХАЛЬКОГЕНИДНЫХ СТЕКЛООБРАЗНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

*A. M. НАСТАС¹⁾, М. С. ИОВУ¹⁾, И. Н. АГИШЕВ²⁾, И. В. ГАВРУСЕНOK²⁾,
Е. А. МЕЛЬНИКОВА²⁾, И. В. СТАШКЕВИЧ²⁾, А. Л. ТОЛСТИК²⁾*

¹⁾*Институт прикладной физики, ул. Академическая, 5, MD-2028, г. Кишинев, Молдова*

²⁾*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь*

Исследовано формирование голограмических дифракционных решеток в тонких пленках халькогенидных стеклообразных полупроводников. Проанализирован процесс записи голограмических решеток на длине волны излучения аргонового лазера 488 нм, а также процесс химического травления, позволяющий создать рельефную голограмическую решетку. Определены оптимальные условия формирования дифракционных решеток в пленках сульфида мышьяка. Показано, что на длине волны аргонового лазера 488 нм оптимальная экспозиция составила ~5–8 Дж/см². На стадии записи образуется квазифазовая (рельефно-фазовая) решетка с дифракционной эффективностью на уровне единиц процентов. Травление экспонированного образца раствором щелочи NaOH в деионизированной воде и изопропаноле позволило существенно увеличить глубину рельефа и повысить дифракционную эффективность тонкой рельефной решетки примерно до 20 % для красной области спектра и приблизиться к максимальному значению (~34 %) для ближней инфракрасной области. Результаты исследования перспективны для создания рельефных голограмических решеток в сфере оптического приборостроения (спектральное оборудование, голографические прицелы и др.).

Ключевые слова: голограммическая решетка; дифракционная структура; халькогенидный стеклообразный полупроводник; фоторезист.

Благодарность. Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор Ф19МЛДГ-001 «Технология изготовления голограммических дифракционных оптических элементов на тонкопленочных структурах металлов – халькогенидный стеклообразный полупроводник») и Молдавского национального агентства исследований и разработок (проект государственной программы ANCD 20.80009.5007.14 «Гибридные многофункциональные нанокомпозиты различной архитектуры из полимеров и некристаллических полупроводников для применения в оптоэлектронике, фотонике и биомедицине»).

Образец цитирования:

Настас АМ, Иову МС, Агишев ИН, Гаврусенок ИВ, Мельникова ЕА, Сташкевич ИВ, Толстик Ал. Формирование голограммических дифракционных решеток в тонких пленках халькогенидных стеклообразных полупроводников. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021;3:4–11 (на англ.).

<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-4-11>

For citation:

Nastas AM, Iovu MS, Agishev IN, Gavrusenok IV, Melnikova EA, Stashkevitch IV, Tolstik AL. Formation of holographic diffraction gratings in thin films of chalcogenide glassy semiconductors. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021;3:4–11.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-4-11>

Сведения об авторах см. на с. 10–11.

Information about the authors see p. 10–11.



FORMATION OF HOLOGRAPHIC DIFFRACTION GRATINGS IN THIN FILMS OF CHALCOGENIDE GLASSY SEMICONDUCTORS

A. M. NASTAS^a, M. S. IOVU^a, I. N. AGISHEV^b, I. V. GAVRUSENOK^b,
E. A. MELNIKOVA^b, I. V. STASHKEVITCH^b, A. L. TOLSTIK^b

^aInstitute of Applied Physics, 5 Akademicheskaya Street, Kishinev MD-2028, Moldova

^bBelarusian State University, 4 Niezaležnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: A. L. Tolstik (tolstik@bsu.by)

The paper presents a study of the formation of holographic diffraction gratings in thin films of chalcogenide glassy semiconductors. The recording process of holographic gratings at the argon-laser radiation wave length 488 nm and the process of chemical etching that enables the formation of a relief holographic grating are analysed. The optimum conditions for the formation of diffraction gratings in films of arsenic sulfide As₂S₃ are defined. It is shown that at the 488 nm wave length of an argon laser the optimum exposure comes to ~5–8 J/cm². At the recording stage a quasi-phase (relief-phase) grating is formed, with the diffraction efficiency on the order of a few per cent. Etching of the exposed sample with a solution of NaOH alkali in deionised water and isopropanol makes it possible to increase considerably the relief depth and to improve the diffraction efficiency of a thin diffraction grating approximately up to 20 % for the red spectral region, and to approach the maximal value ~34 % for the near infra-red region. The results of the study considered look promising for the creation of relief holographic gratings which are essential in present-day optical instrument building (production of spectral devices, holographic sights, and the like).

Keywords: holographic grating; diffraction structure; chalcogenide glassy semiconductor; photoresist.

Acknowledgements. The work has been performed with financial support of the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (contract F19MLDG-001 «Technology of manufacturing the holographic diffraction optical elements on the thin-film structures metal – chalcogenide glassy semiconductor») and the Moldavian National Agency for Research and Development (state program project ANCD 20.80009.5007.14 «Hybrid multifunctional nanocomposites of different architecture from polymers and non-crystalline semiconductors intended for applications in optoelectronics, photonics, and biomedicine»).

Introduction

The chalcogenide glassy semiconductors (CGS) are compounds of the chalcogenes (oxygen, sulfur, selenium, tellurium, polonium, and livermorium) with metals. Most well-known and studied are their compounds As₂S₃, As₂Se₃, As – S – Se and Ge – Sb – Te. Their use for optical recording, in holographic interferometry, photolithography, manufacturing of holographic gratings and diffraction optical elements (DOE) holds the greatest promise [1]. Most important parameters in the process of manufacturing the holographic gratings and DOE are the resolution and signal-to-noise ratio. Among the numerous processes proceeding in semiconductor structures under the effect of light, with respect to these parameters, the authors have selected the process of photostructural transformations in a CGS film, that is practically free from noise and features the resolution above 10 000 mm⁻¹ [1]. Sensitivity of such recording process is rather low, on the order of 10 J/cm², but this parameter is not decisive when manufacturing the small-area gratings and DOE. It becomes important when large DOE (with the area exceeding 1 cm²) are recorded. If required, sensitivity may be improved by means of using the corona discharge during the recording process of a grating [2; 3]. Photostructural transformations in a film of CGS are associated with a high degree of flexibility of the corresponding glassy net, having low average atomic coordination (as a rule, atoms of chalcogenide are doubly coordinated in a glassy net) and relatively great internal free volume. Irreversible photostructural transformations are due to processes of photopolymerisation. Due to exposure, the free volume is removed and the film morphology is changed – they loose their columnar structure [1]. In the process the volume of films is decreased and the refractive index of the exposed areas is varied. One can fix such changes during recording of a holographic grating with the help of a probe laser beam. The changes are irreversible but it is inexpedient to use them for the formation of holographic elements because the diffraction efficiency of these gratings is very low (about 1 %) and, as there is no relief, mass production is obstructed by difficulties in replication. After irradiation, solution rates of the exposed and unexposed areas of the films are changed, enabling one to manufacture holographic gratings and DOE by etching of the exposed samples.

The main objective of this work is to optimise the formation conditions of relief diffraction gratings in arsenic sulfide (As₂S₃) films during holographic recording at the wave length 488 nm with subsequent post-exposure treatment.



Manufacturing of samples

Samples of a light-sensitive material based on the layers CGS were manufactured by successive thermal vacuum deposition of a metal layer and a chalcogenide glassy-semiconductor layer onto the glass substrate. The system used VUP-4 offered the rate of As_2S_3 deposition about 0.2 nm/s at the residual pressure $2.3 \cdot 10^{-3}$ and $2.7 \cdot 10^{-3}$ Pa for CGS and Cr, respectively.

It should be noted that a glass substrate may be bent (most often concave), keeping from variations in thickness of the material over the area. A thickness of a CGS layer is chosen to guarantee the required modulation depth (ordinary $\frac{d}{\Lambda} \sim 0.3\text{--}0.4$, where d – thickness of a CGS layer, Λ – grating period [1]). The thickness of a layer of CGS in the case under study is $d = 1 \mu\text{m}$. The thickness of a layer of Cr metal comes to a few tens of nanometres.

Recording of holographic gratings

Holographic gratings were recorded according to the Leith – Upatnieks scheme on a vibration-isolated holographic table (*Standa*, Lithuania). Schematically, hologram recording is demonstrated in fig. 1. Argon laser 1 is used as a source of laser radiation. A spectral line of generation at the wave length $\lambda = 488 \text{ nm}$ is split out by prism 2 and diaphragm 3. Beam splitting cube 4 and mirrors 5 and 6 form two beams, brought together on sample 7. The interference pattern period is $\Lambda = 2 \mu\text{m}$, in line with $\frac{d}{\Lambda} = 0.5$, offering recording of a grating at the spatial frequency 500 lines per millimeter.

To select an optimum exposure range, the formation kinetics of thin transmission phase holograms in metal-CGS structures has been studied. Radiation of a helium-neon laser ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$), used as a reading beam, is directed by mirrors 9 and 10 to the area of overlapping beams which are recording a diffraction grating. As the grating is formed, the first- and second-order diffraction beams appear. Intensity of the beams passing in the direction of diffraction maxima are registered by photodetectors 12 and 13, for the first- and second-order diffraction, respectively. Photodetector 11 is registering radiation of an argon laser transmitted through the sample. Signals from the photodetectors are fed into the channels of a C8-46/4 digital oscilloscope. Amplification factors are selected so that three signals can be recorded simultaneously. Figure 2 shows an oscillogram of the holographic grating recording kinetics.

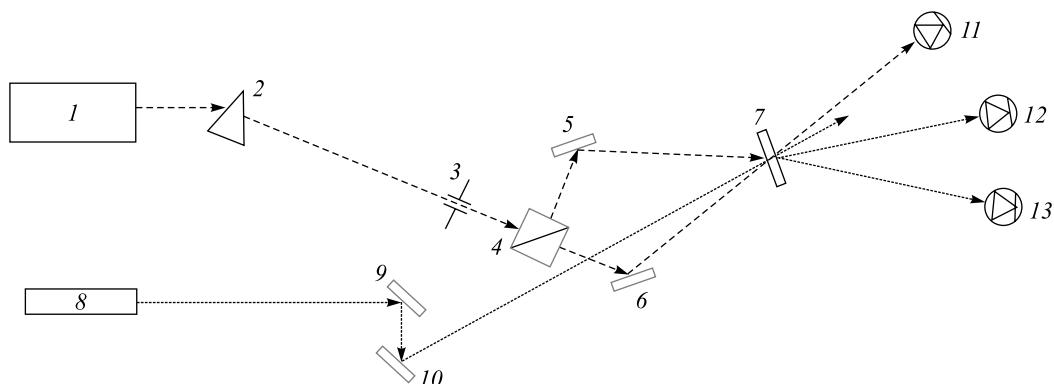


Fig. 1. Optical scheme of an experimental setup: 1 – argon laser; 2 – prism; 3 – diaphragm; 4 – beam splitting cube; 5, 6, 9, 10 – totally reflecting mirrors; 7 – sample; 8 – He – Ne laser; 11–13 – photodetectors

Analysis of the diffraction grating formation kinetics points to the fact that the first-order diffraction is observed when exposure time is about 10 s and the second-order diffraction appears when exposure time is about 30 s. Note that the diffraction efficiency in the direction of the first maximum reaches plateau when exposure time comes to $\sim 50\text{--}80$ s. This temporal range has determined the hologram exposure time for the following parameters: power of the beams recording a diffraction grating, 3.5 mW each; exposed area is $S \sim 0.04 \text{ cm}^2$.

Surface morphology of the recorded grating has been studied by means of atomic-force microscopy (AFM). Figure 3 shows the typical surface structure of a sample. As seen, the surface relief during recording of a grating is developed weakly. The scale of the observed relief-phase grating over the surface area is on the order of 6–8 nm, whereas the scale of the surface roughness comes to $\sim 1\text{--}2$ nm.

Figure 4 shows a diffraction pattern of He – Ne laser radiation on the phase grating under study.

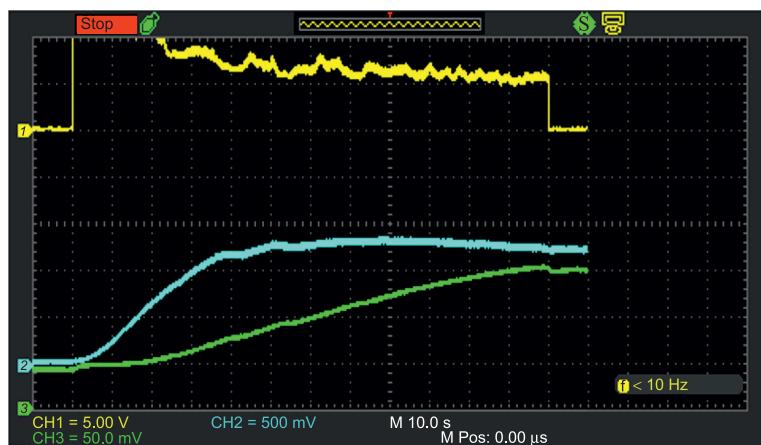


Fig. 2. Recording kinetics of a diffraction grating:

1 – transmitted radiation of an argon laser;
2 and 3 – radiation of a helium-neon laser in the case of the first- and second-order diffraction, respectively

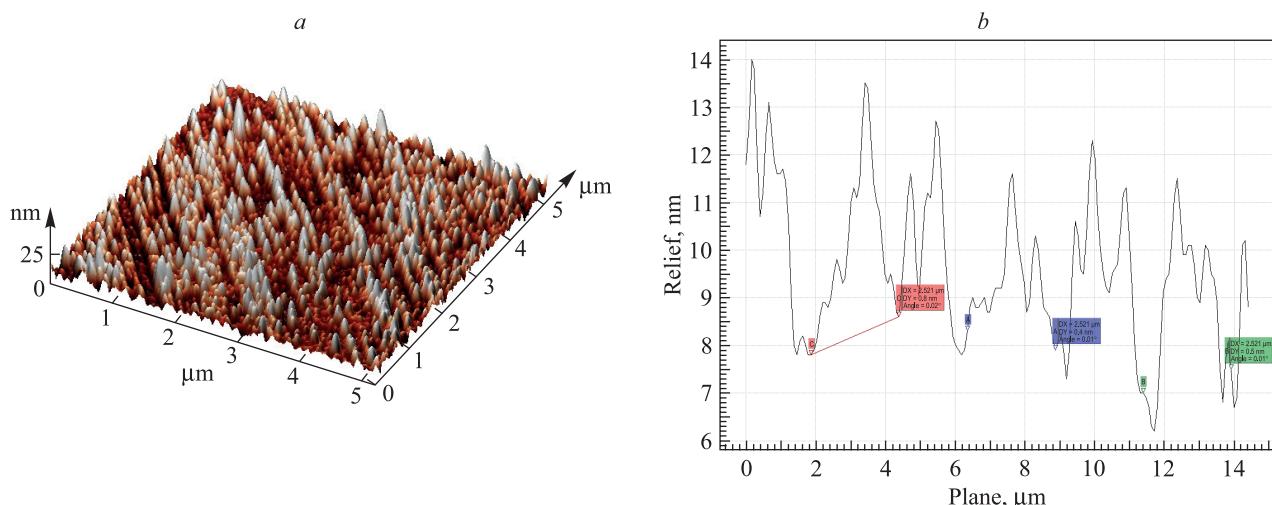


Fig. 3. Surface morphology of a sample (AFM):
a – surface morphology of the exposed sample 3D; b – profile of the surface structure



Fig. 4. Diffraction pattern on the recorded phase grating

Also, in the process of studies the authors have estimated the first- and second-order diffraction efficiency $\eta_{0/1}$ on the grating recorded when exposure time was $t = 80$ s. The diffraction efficiency is determined as

$$\eta = \frac{I_k}{\sum_k I_k},$$

where I_k – intensity of the k -order diffraction, $k = 0, \pm m$.

The diffraction efficiency comes to $\eta_0 = 90\%$ and $\eta_{\pm 1} = 4\%$ for the zero- and first-order diffraction, respectively.



Note that the k -order diffraction efficiency of a thin phase hologram with a sinusoidal profile is given by the following expression [4]:

$$\eta = J_k^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} d \Delta n \right), \quad (1)$$

where J_k – k -order Bessel function; λ – wave length of diffracted radiation; d – holographic layer thickness; Δn – refractive index modulation.

Figure 5 presents the dependences between the diffraction efficiency of a thin phase hologram and the phase incursion, calculated by formula (1) for different diffraction orders.

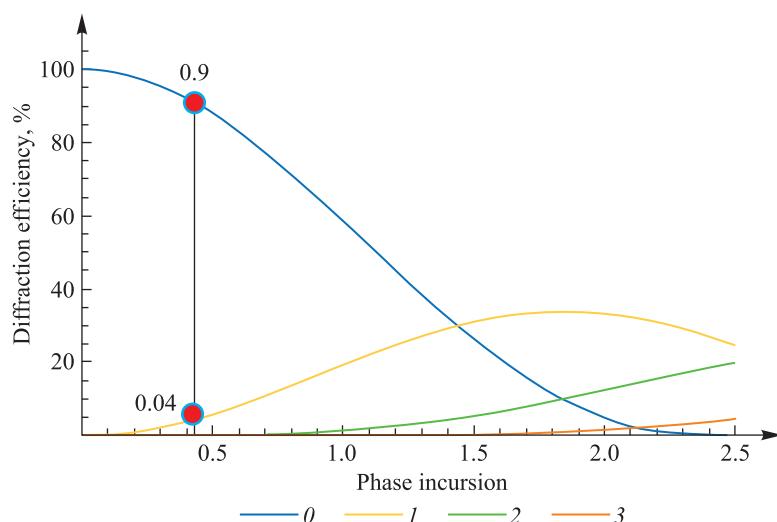


Fig. 5. Diffraction efficiency of a thin phase grating as a function of the phase incursion for the zero-, first-, second- and third-order diffraction

In terms of the phase incursion $\frac{2\pi}{\lambda} d \Delta n$ corresponding to the experimental diffraction efficiencies for the first- and second-order diffraction, the authors have estimated modulation depths of the averaged refractive index, coming to $\Delta n \approx 0.04$ in the formed grating.

To improve the diffraction efficiency, it is necessary to increase modulation of the refractive index Δn , that is possible when a stable surface relief is formed within the layers of CGS due to selective etching. A relief on the hologram surface is resultant from the photoinduced changes is solubility of the irradiated and unirradiated areas. This effect is revealed in the presence of the adequate selective etchant that differently influences the radiation-exposed and radiation-unexposed areas of films. Such solvents for CGS films are alkali solutions (NaOH , KOH , NH_4OH) and solutions on the basis of the amines. One of the important parameters characterising the possibility to use a photosensitive layer for the formation of a relief image is the solution selectivity γ representing a ratio between the solution rates of irradiated and unirradiated areas of a layer. According to the data from [1], the solution selectivity for the layers of arsenic sulfide in the case of etching with KOH alkali comes to $\gamma \approx 2$. Selectivity is not high, imposing limits on a minimal thickness of the CGS layer. In the case under study a minimal thickness should be approximately three times higher than the required profile depth of a grating. Proceeding from the results of [5], the authors have used an etchant based on NaOH with isopropanol and deionised water, which for unexposed arsenic sulfide results in the etching rate 10 nm/s. Proportion of the components NaOH : isopropanol : water is 1 : 25 : 50. The etching process duration is controlled visually by maximal diffraction on the grating. In the case under study the etching time was short enough, being on the order of 10 s. The efforts to increase the etching time by lowering the alkali concentration, for more precise control of the relief depth, have resulted in flaking of a CGS film from the substrate – it seems that the etching type is changing from negative to positive.

The results obtained in studies (by means of atomic-force microscopy) of the surface morphology for the recorded grating after the etching process are given in fig. 6.

As seen in fig. 6, etching makes it possible to form on the sample surface a relief transforming a purely quasi-phase diffraction structure to the relief-phase hologram. A depth of the formed relief h comes to about 200 nm.

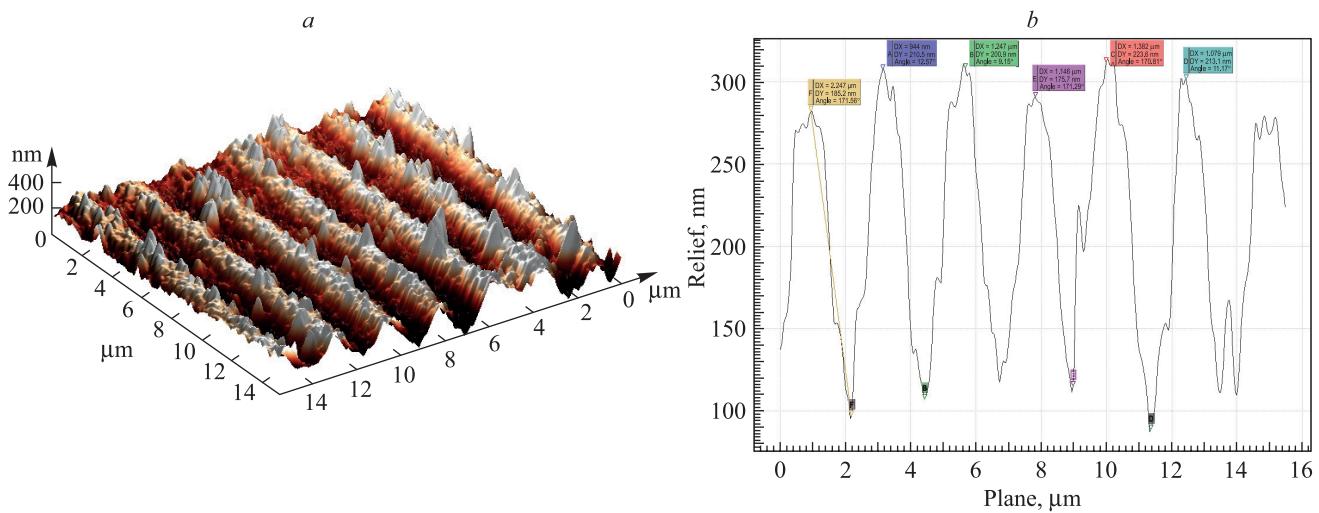


Fig. 6. Surface morphology of a sample after the etching process (AFM):
a – surface morphology of the exposed sample 3D; b – surface structure profile



Fig. 7. Diffraction pattern on a relief-phase grating after the process of etching

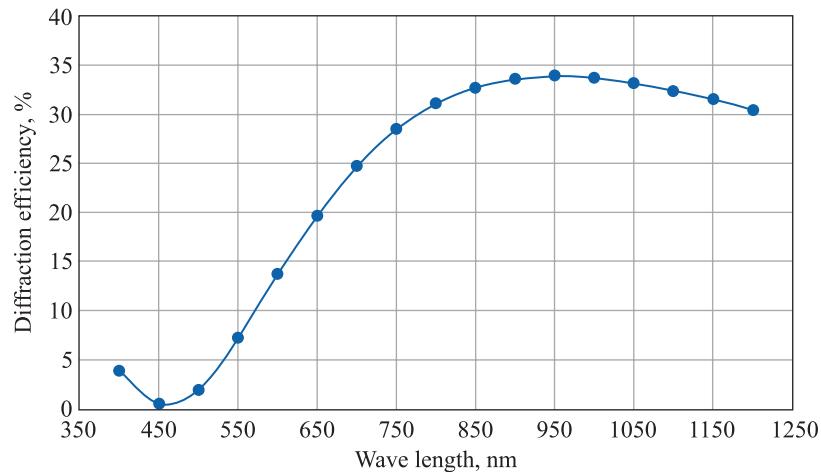


Fig. 8. The diffraction efficiency η_1 as a function
of the wave length λ when a depth of the grating relief is 190 nm

Figure 7 demonstrates photograph of the diffraction pattern for radiation of a He – Ne laser on the relief-phase grating under study after the etching process with the diffraction efficiencies $\eta_0 = 47\%$, $\eta_{\pm 1} = 20\%$, $\eta_{\pm 2} = 5\%$ for the zero-, first- and second-order diffraction, respectively.

The surface relief depth h was estimated by comparing measured values of the diffraction efficiency η_k and its theoretical values derived from formula (1), considering that modulation of the refractive index of a relief grating is $\Delta n = 1.5$ (refractive index of arsenic sulfide in the red spectral region $n \sim 2.5$). The calculated curve for the diffraction efficiency η as a function of the wave length λ , when the grating relief depth equals 190 nm, is demonstrated in fig. 8. The calculations have been performed taking no account of dispersion of the refractive index and modulation of the refractive index within the volume of a grating. Nevertheless, it is seen that the selected relief depth agrees both with the experimental data obtained by the method of atomic-force



microscopy (see fig. 6) and with the measured diffraction efficiencies. Besides, fig. 8 illustrates that an optimum depth of the relief is dependent on the used wave length of laser radiation. It is demonstrated that, with the selected relief depth, the diffraction efficiency is at maximum ($\eta_{\pm 1} \approx 33\%$) for the near infra-red region 900–1000 nm.

Conclusions

Based on the conducted studies, optimal conditions for the formation of diffraction gratings in films of arsenic sulfide have been established. It has been demonstrated that at the wave length 488 nm of an argon laser optimal exposure comes to $\sim 5\text{--}8 \text{ J/cm}^2$ but the diffraction efficiency is at a level of $\sim 1\%$. Etching of the exposed sample with the use of a solution of NaOH alkali in deionised water and isopropanol offers a significant increase in the relief depth and enables one to improve the diffraction efficiency of a thin relief grating up to 20 % in the red spectral region. In these conditions passage to the near infra-red region makes it possible to reach maximal values of the diffraction efficiency for thin phase holograms.

Библиографические ссылки

1. Венгер ЕФ, Мельничук АВ, Стронский АВ. *Фотостимулированные процессы в халькогенидных стеклообразных полупроводниках и их практическое применение*. Киев: Академпериодика; 2007. 285 с.
2. Nastas AM, Iovu MS, Tolstik AL. Effect of corona discharge on the optical properties of thin-film Cu – As₂Se₃ structures. *Optics and Spectroscopy*. 2020;128(2):231–235. DOI: 10.1134/S0030400X20020174.
3. Настас АМ, Иову МС, Толстик Ал, Сташкевич ИВ. Влияние коронного разряда на формирование голографических решеток в структурах металл – халькогенидный стеклообразный полупроводник. В: Родин ВГ, редактор. *IX Международная конференция по фотонике и информационной оптике; 29–31 января 2020 г.; Москва, Россия*. Москва: НИЯУ МИФИ; 2020. с. 643–644.
4. Collier RJ, Burckhard CB, Lin LH. *Optical holography*. New York: Academic Press; 1971. 604 p.
5. Love JC, Paul KE, Whitesides GM. Fabrication of nanometer-scale features by controlled isotropic wet chemical etching. *Advanced Materials*. 2001;13(8):604–607.

References

1. Wenger EF, Melnichuk AV, Stransky AV. *Fotostimulirovannye protsessy v khal'kogenidnykh stekloobraznykh poluprovodnikakh i ikh prakticheskoe primenie* [Photostimulated processes in chalcogenide glassy semiconductors and their practical application]. Kyiv: Akademperiodika; 2007. 285 p. Russian.
2. Nastas AM, Iovu MS, Tolstik AL. Effect of corona discharge on the optical properties of thin-film Cu – As₂Se₃ structures. *Optics and Spectroscopy*. 2020;128(2):231–235. DOI: 10.1134/S0030400X20020174.
3. Nastas AM, Iovu MS, Tolstik AL, Stashkevich IV. Corona discharge influence on the formation of holographic gratings in structures of metal – chalcogenide glassy semiconductor. In: Rodin VG, editor. *9th International conference photonics and information optics; 2020 January 29–31; Moscow, Russia*. Moscow: National Research Nuclear University MEPhI; 2020. p. 643–644. Russian.
4. Collier RJ, Burckhard CB, Lin LH. *Optical holography*. New York: Academic Press; 1971. 604 p.
5. Love JC, Paul KE, Whitesides GM. Fabrication of nanometer-scale features by controlled isotropic wet chemical etching. *Advanced Materials*. 2001;13(8):604–607.

Received 11.06.2021 / revised 21.06.2021 / accepted 09.07.2021.

Авторы:

Андріан Михайлович Настас – кандидат фізико-математичних наук; старший науковий співробітник.

Михаїл Селевестрович Іову – доктор фізико-математичних наук; заведуючий лабораторією оптоелектроніки імені А. М. Андриєш, головний науковий співробітник.

Ігорь Ніколаєвич Агішев – заведуючий учаальної лабораторії кафедри лазерної фізики і спектроскопії фізического факультета.

Ілья Владімирович Гаврусенок – студент фізического факультета. Науковий керівник – А. Л. Толстик.

Authors:

Andrian M. Nastas, PhD (physics and mathematics); senior researcher.

*nastas_am@rambler.ru, andrian.nastas@ifsa.md
https://orcid.org/0000-0003-3259-5953*

Mikhail S. Iovu, doctor of science (physics and mathematics); head of the Andrei Andriesh laboratory of optoelectronics and chief researcher.

miovusel@gmail.com, mihail.iovu@phys.asm.md

Igor N. Agishev, head of the educational laboratory at the department of laser physics and spectroscopy, faculty of physics.

agishev@bsu.by

Ilya V. Gavrusenok, student at the faculty of physics.

gavrusenok99@gmail.com



Елена Александровна Мельникова – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры лазерной физики и спектроскопии физического факультета.

Игорь Вячеславович Сташкевич – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры лазерной физики и спектроскопии физического факультета.

Алексей Леонидович Толстик – доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедрой лазерной физики и спектроскопии физического факультета.

Elena A. Melnikova, PhD (physics and mathematics), docent; associate professor at the department of laser physics and spectroscopy, faculty of physics.

melnikova@bsu.by

<https://orcid.org/0000-0001-5097-5832>

Ihar V. Stashkevitch, PhD (physics and mathematics), docent; associate professor at the department of laser physics and spectroscopy, faculty of physics.

stashkevitch@bsu.by

<https://orcid.org/0000-0002-5491-5519>

Alexei L. Tolstik, doctor of science (physics and mathematics), full professor; head of the department of laser physics and spectroscopy, faculty of physics.

tolstik@bsu.by

<https://orcid.org/0000-0003-4953-4890>

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

CONDENSED STATE PHYSICS

УДК 537.622

ОСОБЕННОСТИ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЯ В ДИСКЕ КОРБИНО С МАГНИТНЫМ УПОРЯДОЧЕНИЕМ

В. И. ГОЛОВЧУК¹⁾, М. Г. ЛУКАШЕВИЧ¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

В условиях снижения температуры от 300 до 2 К изучены петли гистерезиса поперечного магнитосопротивления (МС) в диске Корбино с магнитным упорядочением при параллельной ($\phi = 0^\circ$) и перпендикулярной ($\phi = 90^\circ$) ориентациях магнитное поле – плоскость диска. Индукция магнитного поля не превышала 1 Тл. Диск Корбино изготовлен из тонкой пленки пермаллоя, полученной на ситалловой подложке методом ионно-лучевого распыления. Независимо от температуры и геометрии измерений МС в области слабых магнитных полей (меньше поля насыщения намагниченности) наблюдаются резкие пики отрицательного МС, обусловленные движением доменных стенок при перемагничивании образца. Положение пика в магнитном поле определяется углом между направлением магнитного поля и плоскостью диска, а также температурой. Установлено, что при уменьшении температуры от 300 до 2 К положение пика в магнитном поле изменяется от 0,2 до 6,0 мТл (при $\phi = 0^\circ$) и от 8 до 22 мТл (при $\phi = 90^\circ$). При температуре 2 К и переориентации магнитное поле – плоскость диска от параллельной до перпендикулярной положение пика в магнитном поле изменяется от 6 до 22 мТл. В области сильных магнитных полей, больших поля насыщения намагниченности, при $\phi = 0^\circ$ положительная компонента МС имеет линейную ненасыщающуюся до температур $T \approx 40\text{--}50$ К зависимость МС, обусловленную магнонным механизмом, а при

Образец цитирования:

Головчук ВИ, Лукашевич МГ. Особенности низкотемпературного магнитосопротивления в диске Корбино с магнитным упорядочением. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021;3:12–19 (на англ.).
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-12-19>

Авторы:

Виктория Ивановна Головчук – аспирантка кафедры физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета. Научный руководитель – М. Г. Лукашевич.
Михаил Григорьевич Лукашевич – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета.

For citation:

Halauchuk VI, Lukashevich MG. Peculiarity of the low temperature magnetoresistive effect in the Corbino disk with magnetic ordering. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021;3:12–19.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-12-19>

Authors:

Viktoriya I. Halauchuk, postgraduate student at the department of semiconductor physics and nanoelectronics, faculty of physics. golovchuk@bsu.by
Michail G. Lukashevich, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of semiconductor physics and nanoelectronics, faculty of physics. lukashevich@bsu.by



$T = 2$ К магниторезистивный эффект отсутствует из-за вымораживания магнонов. При $\varphi = 90^\circ$ в слабых полях знак эффекта изменяется с положительного на отрицательный вследствие ориентации намагниченности диска перпендикулярно линиям тока и доминирования отрицательного анизотропного МС, а в сильном поле – из-за доминирования лоренцевского МС.

Ключевые слова: пермалloy; магнитосопротивление; подложка; пленка; диск Корбино; магнитное упорядочение.

PECULIARITY OF THE LOW TEMPERATURE MAGNETORESISTIVE EFFECT IN THE CORBINO DISK WITH MAGNETIC ORDERING

V. I. HALAUCHUK^a, M. G. LUKASHEVICH^a

^aBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: V. I. Halauchuk (golovchuk@bsu.by)

The transverse magnetoresistance (MR) hysteresis loops of a magnetically ordered Corbino disk have been studied in the temperature range 300–2 K in an external magnetic field with induction up to 1 T oriented in the plane of the disk ($\varphi = 0^\circ$) and perpendicularly to its plane ($\varphi = 90^\circ$). The Corbino disk is made of a thin permalloy film obtained on an insulating siall substrate by ion-beam sputtering. Independently of the temperature and measurement geometry, the field dependences of MR in the range of weak magnetic fields up to the magnetisation saturation exhibit sharp peaks of the negative MR caused by the domain walls motion during the magnetisation reversal of the sample. The position of the peak in the magnetic field (B_p) is determined by the temperature as well as the angle between magnetic field direction and the disk plane. It was found that a temperature change in the range of $T = 300$ –2 K leads to a change in its position in the range of 0.2–6.0 mT and 8–22 mT at $\varphi = 0^\circ$ and $\varphi = 90^\circ$, respectively. The magnetic field direction reorientation from in-plane to out-of-plane at $T = 2$ K leads to the B_p change from 6 to 22 mT. In the range of strong magnetic fields above the magnetisation saturation field at $\varphi = 0^\circ$ the positive MR component decreases with induction and has a linear non-saturable dependence down to $T \approx 40$ –50 K due to the magnon MR component dominance. The complete freezing of magnons at $T = 2$ K leads to the absence of high-field magnetoresistive effect. At $\varphi = 90^\circ$ in weak fields, the MR changes its sign from positive to negative due to the anisotropic MR component dominance because of the disk magnetisation reorientation perpendicular to the current lines. In a strong field it changes the slope due to the saturation of negative anisotropic MR component, as well as possible additional contribution of the positive geometric Lorentzian MR.

Keywords: permalloy; magnetoresistance; substrate; film; Corbino disk; magnetic ordering.

Introduction

Basic studies of galvanomagnetic phenomena in both diamagnetic and magnetically ordered solids with different mechanisms of charge carrier transfer are focused on investigating their properties in thin and multi-layer structures, nanowires and ensembles of magnetic nanoparticles in insulating or conducting matrices and looking for correlations between their electric, galvanomagnetic and magnetic characteristics [1–4]. In magnetically ordered substances, much attention is paid to establishing the contribution of domain walls to the resistivity, sign and magnitude of galvanomagnetic coefficients (magnetoresistance (MR) and Hall resistance) during their motion induced by an external field or current [5–9], since the displacement of domain walls in a weak field can lead to significantly greater changes in the kinetic coefficients, than the effects associated with an anisotropic MR (AMR) [10; 11] or magnon MR (MMR) in a strong field [12]. An active interest in the low-temperature investigations in magnetically ordered thin films and structures is primarily determined by the possibility for the electron transport mechanism to change from diffusion to processes of weak or strong localisation in different temperature ranges, as well as the main magnetic characteristics. This seems to be effective for optimising the sign and values of the galvanomagnetic and magnetic characteristics, since the basic principles of spintronics are determined by the value of the kinetic coefficient and the ability to fix and easily control the magnetisation direction.

Earlier [13], we have studied at $T = 300$ K the magnetic microstructure and transverse MR hysteresis loops of a permalloy thin film in the Corbino disk form at different angles between the magnetic field direction and the disk plane. In weak magnetic fields up to technical magnetisation saturation field the MR, a peak caused



by the rearrangement of the domain structure and the peak sign change were found. In a magnetic field greater than the saturation magnetic field linear negative MR was observed independent of the measurements geometry. It was of interest to study these dependences in the low-temperature region, in particular, in the magnons freeze-out region, and to establish the dependences of the MR peak position on the temperature and the angle between the magnetic field and the disk plane. Therefore, the aim of this work was to study the peculiarity of the MR hysteresis loops in a magnetically ordered Corbino disk at low temperatures in the cases of in-plane and out-of-plane magnetisation reversal.

Experimental methods

The permalloy thin films ($\text{Ni}_{0.8}\text{Fe}_{0.2}$) were obtained by ion-beam sputtering off a target onto a siall dielectric substrate in an external magnetic field with induction $B = 0.01$ T. The direction of the induction vector of the external magnetic field in the close proximity to the surface of the growing film was perpendicular to its surface. The thickness of the films was varied in the range of $d = 80\text{--}280$ nm. The sample preparation technique, their magnetic microstructure, and the measurement technique are presented in [13]. To establish the electron transfer mechanism the disk resistance temperature dependence was studied in the range of 2–300 K. The hysteresis loops of the transverse magnetoresistive effect were measured in the current generator mode without the sample demagnetising at sequential increases in temperature from 2 to 300 K in a magnetic field of up to $B = 1$ T. The measurements were carried out at parallel ($\varphi = 0^\circ$, in-plane) and perpendicular ($\varphi = 90^\circ$, out-of-plane) orientations of the disk plane with respect to the magnetic field direction.

Results and discussion

The study of the resistance temperature dependence (see fig. 1, *a*, inset) showed that in the temperature range from 300 to 2 K for the films under investigation the resistance temperature coefficient is positive, i. e. the diffusion or metallic mechanism of the electrons transfer dominates. This allows us to conclude, that the MR components contributing to the measured effect can be: a) the resistance anisotropy of a magnetically ordered substance [11] in a weak magnetic field up to the technical saturation magnetisation field; b) usual positive Lorentzian MR (PMR) in a strong field greater than the saturation magnetisation field [14]; c) negative MR (NMR) component caused by scattering of electrons at domain walls [5; 6] or by magnon scattering [12].

As seen from fig. 1 and 2, which show the transverse MR hysteresis loops of the Corbino disk with a thickness of $d = 120$ nm at T is equal 100; 50; 2 K for in-plane ($\varphi = 0^\circ$ (see fig. 1)) and out-of-plane measurements ($\varphi = 90^\circ$ (see fig. 2)), a temperature decrease leads to significant changes in the MR magnitude and the form of the magnetic-field dependence in comparison to $T = 300$ K [13], when the NMR component dominates regardless of the measurement geometry. Furthermore, at $T = 300$ K, independently of the temperature and measurement geometry, in weak fields sharp peaks of the NMR are observed. These peaks are caused by the electron scattering because of the rearrangement of the domain structure upon the magnetisation reversal of the disk.

One can see that at $T = 100$ K and $\varphi = 0^\circ$ in a strong magnetic field above the magnetic saturation field ($B_s = 20$ mT at the temperature 100 K) the MR effect positive and linearly decreases with the increase of the magnetic field. The in-plane magnetisation hysteresis loop at $T = 2$ K is shown as inset in fig. 1, *c*. The decrease of the PMR is related to the contributions of the negative MMR components. Indeed, a further decrease of the temperature, leading the magnons to freeze, causes a decrease in the negative MMR and to a smaller change in the positive component (see fig. 1, *a* and *b*). As a result of the complete freezing of magnons at $T = 2$ K, there is no magnetoresistive effect at $B > 0.25$ T (see fig. 1, *c*). The dominance of the linear non-saturable negative MR due to the magnons scattering (MMR) was predicted theoretically and experimentally confirmed for the negative longitudinal MR of iron-group metal films in a magnetic field up to $B = 40$ T [12].

A characteristic feature of the current flow in the Corbino disk is its spreading from the central electrode to the peripheral one. In this case, the longitudinal MR measurement in a «pure» form is impossible regardless of disk orientation in a magnetic field. Nevertheless, a linear decrease in the positive MR in a strong magnetic field is caused by the negative MMR, since at the transition point from weak to strong fields ($B = B_s$) positive AMR riches the maximum value and a further MR change may be due to the contributions of the negative MMR components. It should be noted that for in-plane measurements the magnetic saturation field changes from 15 to 25 mT at the temperature 300 and 2 K, respectively. These values are in a good agreement with the saturation field MR data in the temperature range from 300 to about 50 K, while at $T = 2$ K the MR data indicate the saturation field to be one order of magnitude grater. However, the MR curve measured at 2 K demonstrates a complex step-like shape with a plateau in the low-field range close to B_s value of the corresponding magnetisation curve, and a subsequent MR increase in $B = 0.20\text{--}0.25$ T accompanied by a complete signal saturation at higher fields. A sharp increase in the positive MR in the range of magnetic fields 0.20–0.25 T could



be associated with the dominance of the positive AMR component increasing abruptly due to aligning the majority of magnetic moments of the film in its plane along the field direction only at this magnetic induction value. The latter peculiarity of the MR(B) dependence at 2 K indicates a possible change in the domain structure and (or) dominating anisotropy of the film.

Thus, the magnon freezing temperature in a Corbino permalloy disk is about 40–45 K, i. e. it is close to the temperature at which the disk resistance loses its dependence on temperature (see fig. 1, *a*, inset) and is determined by the structural defects only. It can be noted also, that the magnon freeze-out temperature, estimated from the negative longitudinal MMR measurements of iron and nickel films, is significantly higher and reaches about 160 K [12].

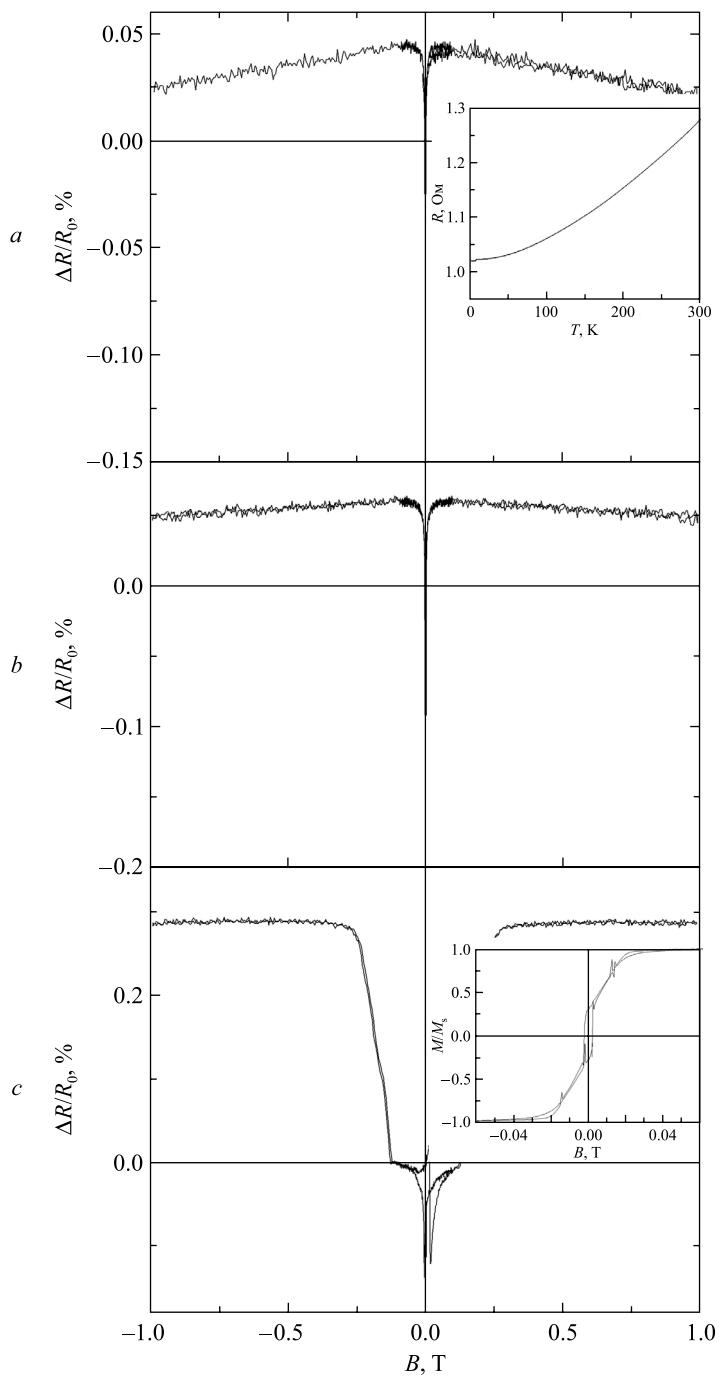


Fig. 1. Magnetoresistance hysteresis loops of the Corbino permalloy disk at $\varphi = 0^\circ$, measured at different temperatures: *a* – 100 K; *b* – 50 K; *c* – 2 K
(the inset in figure *a* shows the temperature dependence of the disk resistance, and in figure *c* – the magnetisation hysteresis loop at $T = 2$ K)

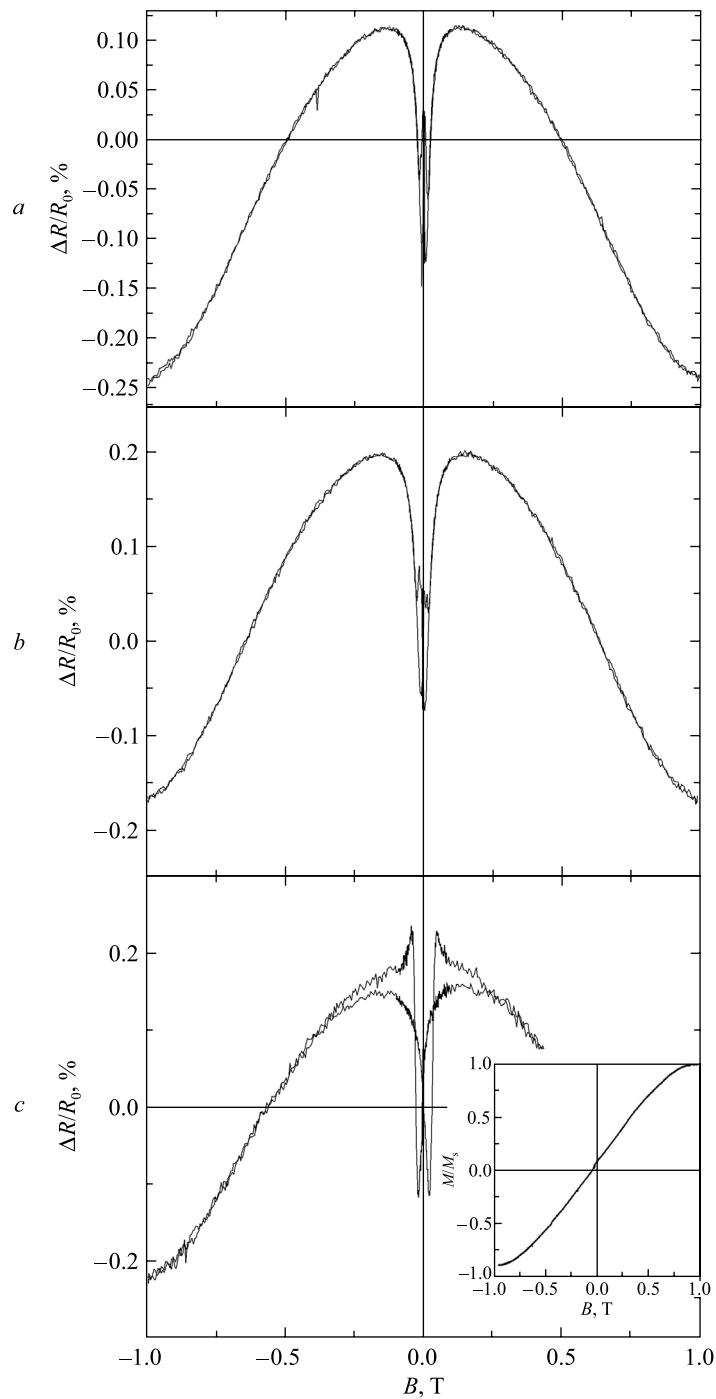


Fig. 2. Magnetoresistance hysteresis loops of the Corbino permalloy disk at $\varphi = 90^\circ$, measured at different temperatures: *a* – 100 K; *b* – 50 K; *c* – 2 K
 (the inset in figure *c* shows the magnetisation hysteresis loop at $T = 2$ K)

A change of the external magnetic field direction from in-plane to out-of-plane leads to an increase in the magnetisation saturation fields, which change from 0.75 to 0.83 T at the temperature 300 and 2 K, respectively, suggesting the expansion of the weak magnetic field and AMR dominance areas. The inset in fig. 2, *c*, shows the out-of-plane magnetisation hysteresis loops at $T = 2$ K. As a result, in a weak field the negative AMR component begins to dominate due to the reorientation of the disk magnetisation direction to the direction perpendicular to the current lines. It is well known that in this case the AMR is negative [11]. One can see in addition that the MR dependence exhibits a change of its slope in a strong magnetic field. Moreover, the fields at which the slope change is observed increases upon a decrease of temperature. The observation of the slope change at $T = 2$ K (see fig. 2, *c*) can be caused by saturation of negative AMR component in a strong field as well as due to an additional contribution of the PMR component. Indeed, in the out-of-plane geometry the PMR geometric



effect in the Corbino disk is the greatest [15; 16]. It can also be noted that an increase of the NMR slope variation upon a decrease of temperature correlates with the temperature change the saturation magnetisation field.

As mentioned above, independently of the temperature and measurement geometry, the MR magnetic field dependence in the region of weak fields exhibits sharp peaks in the NMR. Figures 3 and 4 show in-plane and out-of-plane MR hysteresis loops in a weak magnetic field at $T = 2$ K. The arrows show the field scanning direction. At approximately the same MR peak magnitudes for both measured geometries, the peaks magnetic field positions differ significantly. Regardless of the temperature, the out-of-plane MR peak position is always greater. It reflects the much more difficult rearrangement of the domain structure in the direction perpendicular to the disk plane because of the very strong demagnetising factor in this direction. We also note the difference in the peak position during the Corbino disk magnetisation reversal in the directions conventionally designated as B_+ and B_- . It can differ by up to three times and, moreover, a greater difference was always observed for in-plane MR. Such a difference is believed to indicate the different domain structure formation upon the magnetisation reversal and requires a more detailed investigation. It should be noted that for low-temperature out-of-plane measurements, in contradiction to $T = 300$ K [13], there are no sharp MR oscillations. The MR peak at $T = 2$ K changes sign from negative to positive in a rather smooth manner without any oscillation.

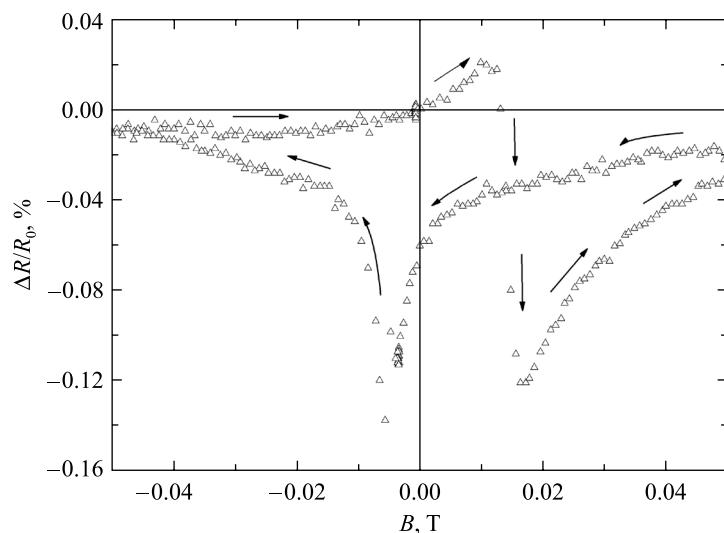


Fig. 3. Magnetoresistance hysteresis loop for the Corbino permalloy disk in a weak magnetic field at $\phi = 0^\circ$ and $T = 2$ K

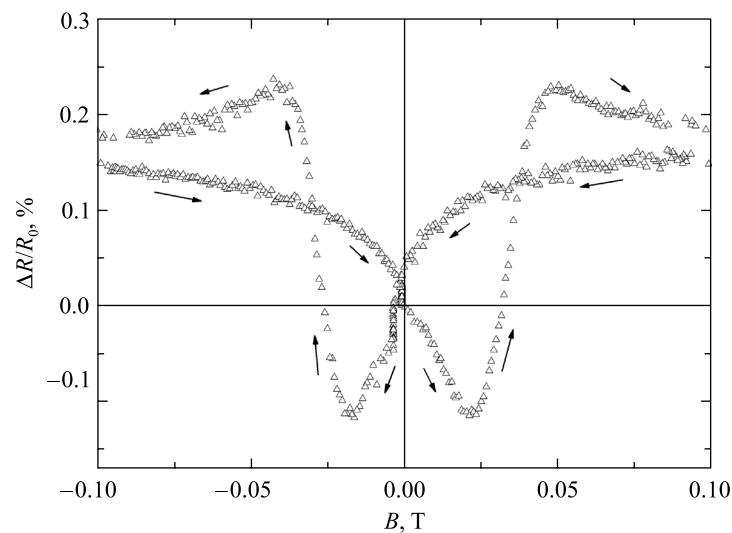


Fig. 4. Magnetoresistance hysteresis loop for the Corbino permalloy disk in a weak magnetic field at $\phi = 90^\circ$ and $T = 2$ K



The temperature dependence of the NMR peak position for in-plane and out-of-plane measurements is shown in fig. 5. As expected, the freezing of the magnetic moment directions and wall positions of individual domains leads to an increase in the magnetic field of the domain structure rearrangement and, as a consequence, to a change in the MR peak position. One can see that the most significant change of the MR peak position is observed at temperatures below 50 K, i. e. below the magnon freezing temperature.

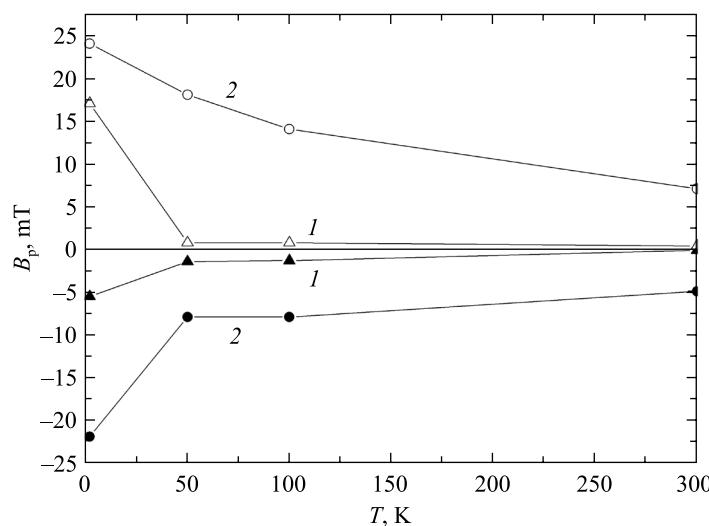


Fig. 5. Temperature dependence of the NMR peak position for in-plane (I) and out-of-plane (2) measurements for two directions of the magnetic field B_+ and B_-

Finally, it should be noted that the sign and the magnitude of MR in a magnetically ordered Corbino disk in the region of the peak can be determined not only by the magnitude of the AMR or MMR, but also by the number, type, and size of the domain walls crossed by the charge carriers. For example, in magnetic films thinner than 20–30 nm, the Neel walls are stable, while for larger thicknesses the Bloch walls play the major role [17]. In films with thickness in the range of 30–120 nm, the transition between the Bloch and Neel walls, as well as vortex domain walls or more complex types can be observed. However, the above-mentioned question is currently a topic of further intensive theoretical and experimental research.

Conclusions

In Corbino thin-film permalloy disks with magnetic ordering in the temperature range of 300–2 K, sharp peaks of negative magnetoresistance due to the domain walls motion are observed. The magnetic field peak position is determined by the temperature and the angle between the magnetic field and the plane of the disk. The temperature decrease in the range of 300–2 K leads to a change in the peak position in the range of 0.2–6.0 and 8–22 mT for in-plane and out-of-plane measurements, respectively. A transition from in-plane to out-of-plane measurements at $T=2$ K leads to change of the peak position in the range of 5–22 mT. A linear NMR at $T=300$ K and a decreasing PMR at the temperatures of down to 40–45 K in a strong magnetic field is related to the magnon magnetoresistive effect. It was found that the magnon freezing temperature is about 40–45 K. The change of the slope of the MR dependence for out-of-plane measurements is related to the saturation of negative AMR and possible additional contribution of the positive geometric Lorentzian component to the Corbino disk MR.

References

1. Žutić I, Fabian Ja, Das Sarma S. Spintronics: fundamentals and applications. *Reviews of Modern Physics*. 2004;76(2):323–386. DOI: 10.1103/RevModPhys.76.323.
2. Battle X, Labarta A. Finite – size effects in fine particles: magnetic and transport properties. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2002;35(6):R15–R42. DOI: 10.1088/0022-3727/35/6/201.
3. Sefrioui Z, Menéndez JL, Navarro E, Cebollada A, Briones F, Crespo P, et al. Correlation between magnetic and transport properties in nanocrystalline Fe thin films: a grain-boundary magnetic disorder effect. *Physical Review*. 2001;64(22):224431. DOI: 10.1103/PhysRevB.64.224431.
4. Lukashevich MG, Popok VN, Volobuev VS, Melnikov AA, Khaibullin RI, Bazarov VV, et al. Magnetoresistive effect in PET films with iron nanoparticles synthesized by ion implantation. *The Open Applied Physics Journal*. 2010;3:1–5. DOI: 10.2174/1874183501003010001.



5. Franko V, Batlle X, Labarta A. Evidence of domain wall scattering in thin films of granular CoFe–AgCu. *The European Physical Journal B – Condensed Matter and Complex Systems*. 2000;17(1):43–50. DOI: 10.1007/s100510070158.
6. Ruediger U, Yu J, Zhang S, Kent AD, Parkin SSP. Negative domain wall contribution to the resistivity of microfabricated Fe wires. *Physical Review Letters*. 1998;80(25):5639–5642. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.5639.
7. Ravelosona D, Cebollada A, Briones F, Diaz-Paniagua C, Hidalgo MA, Batallan F. Domain-wall scattering in epitaxial FePd ordered alloy films with perpendicular magnetic anisotropy. *Physical Review*. 1999;59(6):4322–4326. DOI: 10.1103/PhysRevB.59.4322.
8. Gregg JF, Allen W, Ounadjela K, Viret M, Hehn M, Thompson SM. Giant magnetoresistive effects in a single element magnetic thin film. *Physical Review Letters*. 1996;77(8):1580–1583. DOI: 10.1103/PhysRevLett.77.1580.
9. Hayashi M, Thomas L, Rettner Ch, Moriya R, Xin Jiang, Parkin SSP. Dependence of current and field driven depinning of domain walls on their structure and chirality in permalloy nanowires. *Physical Review Letters*. 2006;97(20):207205.
10. McGuire T, Potter R. Anisotropic magnetoresistance in ferromagnetic 3D alloys. *IEEE Transactions on Magnetics*. 1975;11(4):1018–1034. DOI: 10.1109/TMAG.1975.1058782.
11. Campbell IA, Fert A. Chapter 9. Transport properties of ferromagnets. In: Wohlfarth EP, editor. *Ferromagnetic materials. Volume 3*. Amsterdam: Elsevier; 1982. p. 747–805.
12. Raquet B, Viret M, Sondergaard E, Cespedes O, Mamy R. Electron-magnon scattering and magnetic resistivity in 3D ferromagnets. *Physical Review B*. 2002;66(2):024433. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.024433.
13. Halauchuk VI, Lukashevich MG. Magnetic microstructure and magnetoresistive effect in Corbino's disk with magnetic ordering. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2018;3:46–53.
14. Beer AG. *Galvanomagnetic effects in semiconductors*. New York: Academic Press; 1963. 418 p.
15. Lippman HJ, Kuhrt F. Der Geometrieeinflus auf den transversalen magnetischen Widerstandseffekt bei rechteckförmigen Halbleiterplatten. *Zeitschrift für Naturforschung*. 1958;13a:462–474.
16. Sokolov YuF, Stepanov BG. [Physical foundations of using the effect of magnetoresistance to measure the mobility and concentration of current carriers]. *Mikroelektronika*. 1974;3(2):142–153. Russian.
17. Kazakov VG. Thin magnetic films. *Soros Educational Journal*. 1997;1:107–114. Russian.

Received 05.03.2021 / revised 17.03.2021 / accepted 12.06.2021.



УДК 538.91;621.315.592.2

ФОРМИРОВАНИЕ ЭПИТАКСИАЛЬНЫХ ПЛЕНОК InSb НА ПОЛУИЗОЛИРУЮЩЕМ GaAs(100) МЕТОДОМ ВЗРЫВНОГО ТЕРМИЧЕСКОГО ИСПАРЕНИЯ: ИХ СТРУКТУРА И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Е. А. КОЛЕСНИКОВА¹⁾, В. В. УГЛОВ¹⁾, А. К. КУЛЕШОВ¹⁾, Д. П. РУСАЛЬСКИЙ¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Исследованы фазовый состав, кристаллическое совершенство и электрические свойства пленок антимонида индия (InSb), обусловленные температурой их осаждения на подложки полуизолирующего GaAs(100). Методом взрывного термического осаждения порошка InSb на подложки полуизолирующего GaAs(100) в интервале температур 375–460 °C были сформированы тонкие пленки InSb различной степени кристаллического совершенства. Рентгеноструктурным анализом установлено, что пленки InSb являются гетероэпитаксиальными. Показано, что увеличение температуры осаждения от 375 до 460 °C приводит к изменению шероховатости (R_a) поверхности пленок от 3,4 до 19,1 нм. Чувствительность электродвижущей силы Холла к магнитному полю пленок InSb меняется в диапазоне 500–1500 мВ/Тл. Концентрация электронов (n) и их подвижность (μ) колеблются в интервале $2 \cdot 10^{16} - 6 \cdot 10^{16}$ см⁻³ и $10 \cdot 10^3 - 21 \cdot 10^3$ см²/(В · с). Сформированные на подложке полуизолирующего GaAs(100) пленки InSb представляют практический интерес для изготовления высокочувствительных миниатюрных преобразователей Холла.

Ключевые слова: антимонид индия; пленка; подложка; вакуумное осаждение; структура; электрические свойства.

Образец цитирования:

Колесникова ЕА, Углов ВВ, Кулешов АК, Русальский ДП. Формирование эпитаксиальных пленок InSb на полуизолирующем GaAs(100) методом взрывного термического испарения: их структура и электрические свойства. Журнал Белорусского государственного университета. Физика. 2021; 3:20–25 (на англ.).

<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-20-25>

For citation:

Kolesnikova EA, Uglov VV, Kuleshov AK, Rusalsky DP. Formation of epitaxial InSb films on semi-insulating GaAs(100) by explosive thermal evaporation: their structure and electrical properties. Journal of the Belarusian State University. Physics. 2021;3:20–25.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-20-25>

Авторы:

Евгения Александровна Колесникова – стажер младшего научного сотрудника научно-исследовательской лаборатории физики ионно-плазменной модификации твердых тел кафедры физики твердого тела физического факультета.

Владимир Васильевич Углов – доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедрой физики твердого тела физического факультета.

Андрей Константинович Кулешов – кандидат физико-математических наук; заведующий научно-исследовательской лабораторией физики ионно-плазменной модификации твердых тел кафедры физики твердого тела физического факультета.

Дмитрий Петрович Русальский – кандидат физико-математических наук; ведущий научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории физики ионно-плазменной модификации твердых тел кафедры физики твердого тела физического факультета.

Authors:

Evgenia A. Kolesnikova, trainee of junior researcher at the laboratory of physics of ion-plasma modification of solids, department of solid state physics, faculty of physics.

kolesnikea@bsu.by

Vladimir V. Uglov, doctor of science (physics and mathematics), full professor; head of the department of solid state physics, faculty of physics.

uglov@bsu.by

Andrey K. Kuleshov, PhD (physics and mathematics); head of the laboratory of physics of ion-plasma modification of solids, department of solid state physics, faculty of physics.

kuleshak@bsu.by

Dmitry P. Rusalsky, PhD (physics and mathematics); leading researcher at the laboratory of physics of ion-plasma modification of solids, department of solid state physics, faculty of physics.

rusalsky@bsu.by





FORMATION OF EPITAXIAL InSb FILMS ON SEMI-INSULATING GaAs(100) BY EXPLOSIVE THERMAL EVAPORATION: THEIR STRUCTURE AND ELECTRICAL PROPERTIES

E. A. KOLESNIKOVA^a, V. V. UGLOV^a, A. K. KULESHOV^a, D. P. RUSALSKY^a

^aBelarusian State University, 4 Nizaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: E. A. Kolesnikova (kolesnikea@bsu.by)

In the present work, the influence of the deposition temperature of InSb films on semi-insulating GaAs(100) on their phase composition, crystal perfection and electrical properties was investigated. The InSb films of various extent of crystal perfection are formed by means of explosive thermal deposition of InSb on semi-insulating GaAs(100) substrates in the temperature range of 375–460 °C. X-ray diffraction analysis established that the films are heteroepitaxial. It is shown that an increase in the deposition temperature of InSb films from 375 to 460 °C leads to a change in the film surface roughness (R_a) from 3.4 to 19.1 nm. The Hall voltage sensitivity to the magnetic field of InSb films varies in the range of 500–1500 mV/T. The electron concentration (n) and mobility (μ) changes in the range of $2 \cdot 10^{16} - 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $10 \cdot 10^3 - 21 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$. The formed InSb films on semi-insulating GaAs(100) substrate are of practical interest for the manufacture of highly sensitive miniature Hall devices.

Keywords: indium antimonide; film; substrate; vacuum deposition; structure; electrical properties.

Introduction

Indium antimonide (InSb) is a narrow-band straight-gap semiconductor of the $A^{III}B^V$ group with an energy gap of 0.18 eV at 300 K, which has a record high electron mobility. Due to its properties, InSb is widely used in the field of microelectronics. Based on InSb, highly sensitive photocells, Hall sensors, magnetoresistors, and optical filters are manufactured. InSb is also used in infrared detectors, including thermal imaging.

Methods of deposition of semiconductor films make it possible to give them various types of structural perfection, from polycrystalline to epitaxial structure, depending on the deposition conditions and the structure of the substrate. The first work on the preparation of InSb films on various types of substrates appeared in the middle of 1950s. The research results of this period are presented, for example, in works [1–3]. The most used crystalline material for epitaxial growth of InSb is GaAs. However, lattice mismatch between InSb and GaAs is quite large and amounts to ~14 %. Therefore, the formation of epitaxial perfect InSb films is a complex scientific and technological goal. At the moment, the exact mechanisms and models of epitaxial growth of InSb on GaAs depending on the deposition conditions are not established. The high quality epitaxial InSb films on single-crystal substrates are formed by molecular beam epitaxy (MBE) [4; 5]. The two-stage processes of InSb deposition by MBE in the deposition temperature range of 300–390 °C were the most successful, which made it possible to create epitaxial InSb films on GaAs(111) of sufficient perfection confirmed by results of their electrical properties measurements. Other methods used to create InSb films, such as the three-temperature method and electron beam evaporation do not allow to form the films with the exact stoichiometry of the InSb compound and sufficient adhesion of the film to the substrate for further practical application [6–8].

The deposition of InSb films on GaAs by explosive thermal evaporation makes it possible to achieve high values of the film deposition rate. However, the epitaxial growth of thin InSb films on GaAs during explosive thermal evaporation is a rather complicated process, depending on the substrate temperature, the temperature of the powder evaporator, the size of the powder, its purity, and the rate of powder supply to the evaporator [9; 10].

The aim of this work is to find the regularities of the changes in the phase composition, structure and microcrystalline structure, electrical properties of InSb films on GaAs(100) during explosive thermal evaporation deposition depending on deposition temperature (375–460 °C). The choice of a higher temperature interval in heating the substrate during explosive evaporation in relation to MBE is a consequence of the higher deposition rate, which is a feature of the method we use.

Preparation and experimental details

InSb films on semi-insulating single-crystal GaAs(100) substrates deposited by explosive thermal evaporation of a single-crystal InSb powder were investigated [11]. Powder made of InSb single crystal with a carrier concentration of $10^{15} - 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ was used for film deposition. The films were deposited in vacuum ($5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$) through masks to give the sample a rectangular shape with contact pads. The temperature of the substrate holder with the GaAs plate was varied by means of a heater in the range from (375 ± 2.5) to (460 ± 2.5) °C.



During the experiment, the temperature of the GaAs substrate was controlled by a thermocouple. The thickness and the deposition rate of the film was monitored by a quartz sensor. The thickness of formed film was measured on a profilometer using a Mahr MarSurf M400 (Germany). The measured film thickness (d) was $(2.0 \pm 0.05) \mu\text{m}$.

Crystal state of the formed films was investigated by the X-ray diffraction (XRD) analysis with $\text{Cu}K_{\alpha}$ radiation using a Rigaku Ultima IV diffractometer (Japan). The microstructure and element composition of the deposited films was analysed on a scanning electron microscope (SEM) using a LEO 1455VP (Carl Zeiss, Germany). The roughness of the film surface was estimated using a Solver P47-Pro atomic force microscope (NT-MDT, Russia).

The electrical properties (electrical resistivity and Hall effect) using a four-contact method on rectangular samples were investigated [12]. Hall measurements were performed in a magnetic field of $(0.44 \pm 0.01) \text{ T}$. The electric current value was $(10.0 \pm 0.1) \text{ mA}$. The estimated error in measuring the concentration (n) and mobility (μ) of charge carriers does not exceed 7 %. The Hall voltage sensitivity to the magnetic field of InSb films was calculated from the following equation [13]:

$$\gamma = \frac{U_{\text{Hmax}}}{B},$$

where U_{Hmax} is the Hall maximum voltage; B is the magnetic induction.

Results and discussion

The results of the XRD analysis of the phase composition of films on semi-insulating GaAs(100) formed by explosive thermal evaporation of InSb powder as a function of the substrate temperature in the temperature range of 375–460 °C are displayed in fig. 1.

From the XRD patterns presented in fig. 1 and their analysis using the ICDD-PDF2 database, it follows that in the temperature range of 375–460 °C, the phase composition of the films is an InSb compound. Note that the diffraction reflection from a single-crystal GaAs(400) substrate was recorded in the region of a diffraction angle of 66°. The intensity of the diffraction GaAs line is many times higher than the intensities of the InSb line, which prevents the correct perception of the XRD patterns. Therefore, reflection GaAs(400) is not shown on it. The reflection from the crystallographic planes (400) and (100) are structurally equivalent. Diffraction reflections from the plane (100) for InSb and GaAs have a small diffraction angle and are not observed experimentally in the XRD pattern. The angular positions for diffraction from the plane (400) correspond to diffraction from four interplanar distances (100). They are experimentally recorded on the XRD pattern and indicated in the ICDD-PDF2 database.

The InSb films have a prevalent orientation (100), which repeats the orientation of the single-crystal GaAs substrate (100), since the intensity of the InSb(400) diffraction peak is many times higher than the intensities of other InSb peaks (see fig. 1). The maximum intensity of the InSb(100) diffraction peak is observed at a film deposition temperature of 440 °C. Consequently, the InSb films deposited in the temperature range of 375–460 °C are heteroepitaxial. In addition, with an increase in the substrate temperature, diffraction reflections from the (111), (220), and (311) crystallographic planes were observed. This is due to the formation and increase in the concentration of intercrystalline boundaries with an increase in the deposition temperature. At a deposition temperature of 460 °C, the intensity of diffraction peaks from planes (111), (220), and (311) is greatest.

Note that an increase in the GaAs substrate temperature during the deposition of InSb films from 375 to 460 °C leads to an increase in the film roughness (fig. 2). The average roughness (R_a) for the sample formed at deposition temperatures of 375 °C is 3.4 nm, while for the sample formed at deposition temperature of 460 °C is 19.1 nm. An increase in the deposition temperature leads to an increase in the crystallite size of the InSb film, as a result of the coalescence of smaller crystallites [10], which leads to an increase in the surface roughness.

The electrical properties of InSb films on GaAs(100) formed by explosive thermal evaporation, depending on the substrate temperature, are presented in the table.

Electrical properties of InSb films formed on GaAs(100)
by explosive thermal evaporation depending on the substrate temperature

Deposition temperature, °C	γ , mV/T	n , cm^{-3}	μ , $\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$
375	568.18 ± 0.03	$(5.4 \pm 0.5) \cdot 10^{16}$	$(21 \pm 2) \cdot 10^3$
430	1159.09 ± 0.03	$(2.6 \pm 0.3) \cdot 10^{16}$	$(12.0 \pm 1.0) \cdot 10^3$
440	1477.27 ± 0.03	$(2.1 \pm 0.4) \cdot 10^{16}$	$(11.0 \pm 1.0) \cdot 10^3$
460	931.81 ± 0.03	$(3.3 \pm 0.3) \cdot 10^{16}$	$(9.8 \pm 0.9) \cdot 10^3$

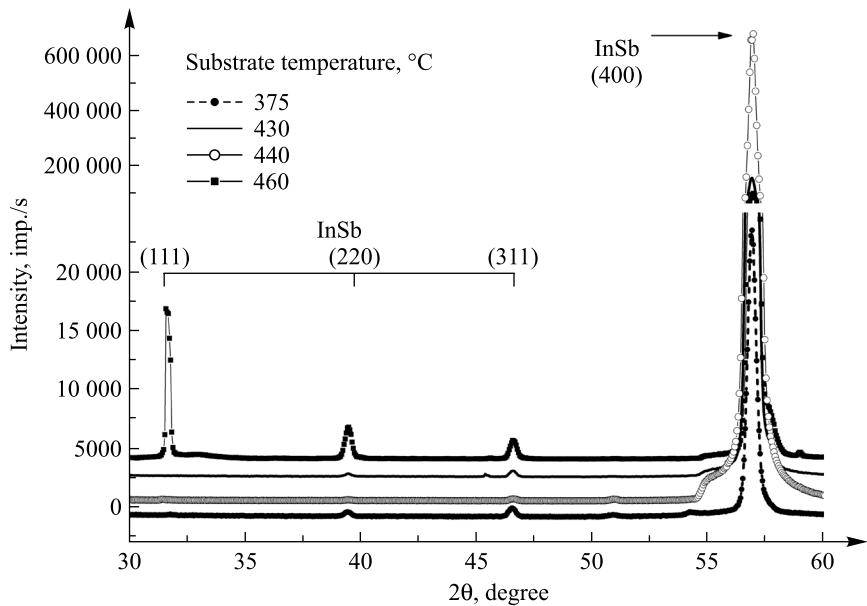


Fig. 1. XRD patterns of film samples deposited on semi-insulating GaAs substrates by explosive thermal evaporation of InSb powder as a function of the substrate temperature

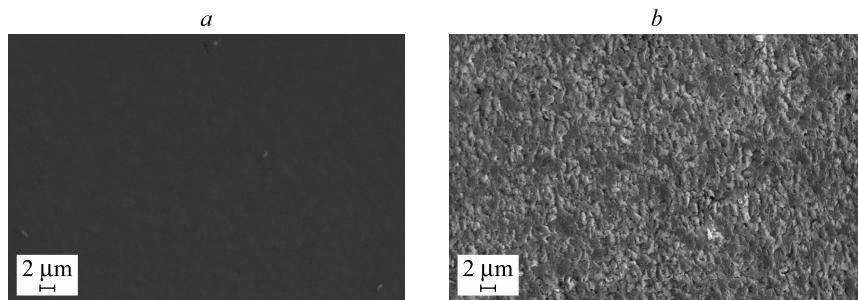


Fig. 2. Scanning electron images of the surface of InSb films formed by explosive thermal evaporation at deposition temperatures: *a* – 375 °C; *b* – 460 °C

In InSb thin films, independent of their preparation method, the mobility of carriers charge depends strongly on the thickness of film, especially at $d < 2-3 \mu\text{m}$ [14]. This is due to the presence of a defect transition layer between the substrate and the film. An increase in the film thickness leads to a decrease in the density of misfit dislocations at the film-substrate interface, the presence of which is due to the difference in the lattice parameters of InSb and GaAs. At the same time, an increase in the crystallite size is observed, which in turn leads to a decrease in the scattering of charge carriers at grain boundaries [9].

The data in the table show that in the substrate temperature range of 375–460 °C, InSb films on GaAs formed by explosive thermal deposition have different electrical properties. With an increase in the deposition temperature from 375 to 460 °C, the mobility of charge carriers decreases by a factor of two. This is due to the scattering of carriers by inhomogeneities due to an increase in the concentration of grain boundaries at higher deposition temperatures. Epitaxial films have the Hall voltage sensitivity to the magnetic field of InSb films varies in the range of 500–1500 mV/T. At the same time, similar Hall devices known today have a sensitivity to the magnetic field of 300–500 mV/T [15]. The electron concentration in the range of $2 \cdot 10^{16} - 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

The changes in the extent of crystal perfection of the films presented above have a significant effect on their electrical resistivity. At a deposition temperature of 375 °C, the film electrical resistivity is $2 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$, while at a deposition temperature of 460 °C the continuity of the film is disrupted and its electrical resistivity increases to $8 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$. The increase in electrical resistivity with the increase in the substrate temperature is due to the decrease in mobility of the charge carriers as a result of decrease in the preferred orientation and appearance of additional crystallite orientations in the film. The resistance of InSb films deposited on GaAs(100) by explosive thermal evaporation depending on the deposition temperature are shown in fig. 3.

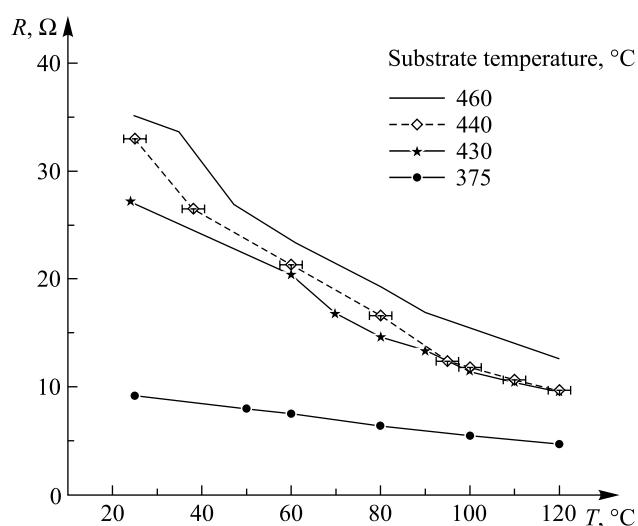


Fig. 3. Temperature dependence of resistance (R) of the InSb films on semi-insulating GaAs(100) substrates deposited by explosive thermal evaporation at different substrate temperatures

The obtained temperature dependence of the resistance satisfies the properties of semiconductor materials, i. e. as the temperature rises, the resistance decreases. At the films deposition temperatures of 430–460 °C, the change in resistance with increasing temperature is more significant (see fig. 3). For the film, the deposition temperature of which is 375 °C, the drop in resistance with an increase in temperature by 100 °C is 3 Ω, while for the film obtained at a deposition temperature of 460 °C, this value is more than 20 Ω.

Conclusions

The explosive thermal evaporation method is promising for obtaining InSb films. The advantage of the method is its technical implementation in comparison with MBE. The high deposition rate of the films makes it possible to reduce the cost of devices based on them. In addition, a high repeatability of the results on the concentration and mobility of carriers, homogeneity and phase composition of the grown films is observed.

In this investigation, it was found that the heteroepitaxial InSb films of various extent of crystal perfection are formed by means of explosive thermal deposition of InSb on semi-insulating GaAs(100) substrates in the temperature range of 375–460 °C. The Hall voltage sensitivity to the magnetic field of InSb films varies in the range of 500–1500 mV/T. The electron concentration and mobility changes in the range of $2 \cdot 10^{16}$ – $6 \cdot 10^{16}$ cm⁻³ and $10 \cdot 10^3$ – $21 \cdot 10^3$ cm²/(V · s), respectively. The formed InSb films on semi-insulating GaAs(100) make it possible to use them as highly sensitive miniature Hall devices.

Библиографические ссылки

- Хасс Г, Тун РЭ, редакторы. Современное состояние исследований и технические применения. Москва: Мир; 1972. 334 с. (Физика тонких пленок; том 5).
- Болванович ЭИ. Полупроводниковые пленки и миниатюрные измерительные преобразователи. Минск: Наука и техника; 1981. 214 с.
- Виллардсон Р, Геринг Х, редакторы. Полупроводниковые соединения $A^{III}B^V$. Вигдорович ВН, Нашельский АЯ, переводчики. Москва: Металлургия; 1967. 727 с.
- Джойс БА, Хекингбогттом Р, Менх У. Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры. Ченг Л, Плог К, Алферов ЖИ, Шмарцев ЮВ, редакторы; Алферов ЖИ, Шмарцев ЮВ, переводчики. Москва: Мир; 1989. 582 с.
- Zhang T, Clowes SK, Debnath M, Bennett A, Roberts C, Harris JJ, et al. High-mobility thin InSb films grown by molecular beam epitaxy. *Applied Physics Letters*. 2004;84(22):4463–4465. DOI: 10.1063/1.1748850.
- Гуляев АМ, Шнитников АС. Влияние избытка компонентов на электрические свойства пленок антимонида индия. *Физика и техника полупроводников*. 2015;2(49):214–218.
- Иванов А, Смирнов Б. Электронно-лучевое напыление: технология и оборудование. *Наноиндустрия*. 2012;6:28–34.
- Tripathi RRSN, Kumar AV, Vishwakarma SR. Electrical characterization of electron beam evaporated indium antimonide thin films. *Archives of Physics Research*. 2011;2(2):100–106.
- Vishwakarma SR, Kumar A, Tripathi RSN, Das R, Das S. Fabrication and characterization of n -InSb thin film of different thickness. *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. 2013;51:260–266.
- Taher A. Effect of substrate temperature on the properties of vacuum evaporated thin InSb films. *Daffodil International University Journal of Science and Technology*. 2018;13(1):39–43.



11. Maisel LI, Glang R. *Handbook of thin film technology*. New York: McGraw-Hill; 1970. 800 p.
12. Кунис ЕВ. *Методы исследования эффекта Холла*. Москва: Советское радио; 1974. 328 с.
13. Кобус А, Тушинский Я. *Датчики Холла и магниторезисторы*. Москва: Энергия; 1971. 352 с.
14. Касьян ВА, Кетруш ПИ, Никольский ЮА, Пасечник ФИ. *Тонкие пленки антимонида индия: получение, свойства, применение*. Сырбу НН, редактор. Кишинев: Штиинца; 1989. 161 с.
15. Баранчиков МЛ. *Микромагнитоэлектроника. Том 2*. Москва: ДМК Пресс; 2002. 681 с.

References

1. Hass G, Thun RE, editors. *Advances in research and development*. New York: Academic Press; 1969. [341 p.]. Moscow: Mir; 1972. p. 140–244 (Physics in thin films; volume 5).
Russian edition: Khass G, Tun RE, editors. *Sovremennoe sostoyanie issledovanii i tekhnicheskie primeneniya*. Moscow: Mir; 1972. 334 p. (Fizika tonkikh plenok; tom 5).
2. Bolvanovich EI. *Poluprovodnikovye plenki i miniatyurnye izmeritel'nye preobrazovateli* [Semiconductor films and miniature measuring transducers]. Minsk: Nauka i tekhnika; 1981. 214 p. Russian.
3. Villardson R, Gering Kh, editors. *Poluprovodnikovye soedineniya A^{III}B^V* [Semiconductor compounds A^{III}B^V]. Vigdorovich VN, Nashel'skii AYa, translators. Moscow: Metallurgiya; 1967. 727 p. Russian.
4. Chang LL, Ploog K, editors. *Molecular beam epitaxy and heterostructures*. Dordrecht: Springer; 1985. 728 p.
Russian edition: Dzhois BA, Khekingbottom R, Menkh U. *Molekulyarno-luchevaya epitaksiya i geterostruktury*. Cheng L, Plog K, Alferov ZhI, Shmartsev YuV, editors; Alferov ZhI, Shmartsev YuV, translators. Moscow: Mir; 1989. 582 p.
5. Zhang T, Clowes SK, Debnath M, Bennett A, Roberts C, Harris JJ, et al. High-mobility thin InSb films grown by molecular beam epitaxy. *Applied Physics Letters*. 2004;84(22):4463–4465. DOI: 10.1063/1.1748850.
6. Gulyaev AM, Shitnikov AS. Effect of an excess of components on the electrical properties of indium antimonide films. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*. 2015;2(49):214–218. Russian.
7. Ivanov A, Smirnov B. Electron beam deposition: technology and equipment. *Nanoindustriya*. 2012;6:28–34. Russian.
8. Tripathi RRSN, Kumar AV, Vishwakarma SR. Electrical characterization of electron beam evaporated indium antimonide thin films. *Archives of Physics Research*. 2011;2(2):100–106.
9. Vishwakarma SR, Kumar A, Tripathi RSN, Das R, Das S. Fabrication and characterization of *n*-InSb thin film of different thickness. *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. 2013;51:260–266.
10. Taher A. Effect of substrate temperature on the properties of vacuum evaporated thin InSb films. *Daffodil International University Journal of Science and Technology*. 2018;13(1):39–43.
11. Maisel LI, Glang R. *Handbook of thin film technology*. New York: McGraw-Hill; 1970. 800 p.
12. Kuchis EV. *Metody issledovaniya effekta Kholla* [Methods of investigating the Hall effect]. Moscow: Sovetskoe radio; 1974. 328 p. Russian.
13. Kobus A, Tushinskii Ya. *Hall devices and magnetic resistors*. Moscow: Energiya; 1971. 352 p. Russian.
14. Kas'yan VA, Ketrush PI, Nikol'skii YuA, Pasechnik FI. *Tonkie plenki antimonida indiya: poluchenie, svoistva, primenie* [Indium antimonide thin films: preparation, properties, application]. Syrbu NN, editor. Kishinev: Shtiinca; 1989. 161 p. Russian.
15. Baranochnikov ML. *Mikromagnitoelektronika. Tom 2* [Micromagnetoelectronics. Tom 2]. Moscow: DMK Press; 2002. 681 p. Russian.

Received 17.05.2021 / revised 09.06.2021 / accepted 12.08.2021.



УДК 538.91;539.21

ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ПЛЕНОК SiO_2 НА Si, ПОЛУЧЕННЫХ ТЕРМИЧЕСКИМ ОКИСЛЕНИЕМ И ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИМ ОСАЖДЕНИЕМ

И. А. РОМАНОВ¹⁾, Н. С. КОВАЛЬЧУК²⁾, Л. А. ВЛАСУКОВА¹⁾, И. Н. ПАРХОМЕНКО^{1),}
В. А. СОЛОДУХА²⁾, В. А. ПИЛИПЕНКО^{1), 2)}, Д. В. ШЕСТОВСКИЙ²⁾, С. А. ДЕМИДОВИЧ²⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

²⁾«Интеграл» – управляющая компания холдинга «Интеграл»,
ул. Казинца, 121А, 220108, г. Минск, Беларусь

Проведено сравнение светоизлучающих свойств при электрическом возбуждении свечения пленок оксида кремния, полученных термическим оксидированием в парах воды при 900 °C и методом плазмохимического осаждения из газовой фазы из смеси $\text{SiH}_4 + \text{N}_2\text{O}$ при 350 °C. Спектры электролюминесценции сняты в системе

Образец цитирования:

Романов ИА, Ковальчук НС, Власукова ЛА, Пархоменко ИН, Солодуха ВА, Пилипенко ВА, Шестовский ДВ, Демидович СА. Электролюминесценция пленок SiO_2 на Si, полученных термическим окислением и плазмохимическим осаждением. Журнал Белорусского государственного университета. Физика. 2021;3:26–31.

<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-26-31>

For citation:

Romanov IA, Kovalchuk NS, Vlasukova LA, Parkhomenko IN, Saladukha VA, Pilipenko UA, Shestovski DV, Demidovich SA. Electroluminescence of SiO_2 films grown on Si by thermal oxidation and plasma-enhanced chemical vapor deposition. Journal of the Belarusian State University. Physics. 2021;3:26–31. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-26-31>

Авторы:

Иван Александрович Романов – ассистент кафедры физической электроники и нанотехнологий факультета радиофизики и компьютерных технологий.

Наталья Станиславовна Ковальчук – кандидат технических наук, доцент; заместитель главного инженера.

Людмила Александровна Власукова – кандидат физико-математических наук; заведующий научно-исследовательской лабораторией материалов и приборных структур микронауки и наноэлектроники факультета радиофизики и компьютерных технологий.

Ирина Николаевна Пархоменко – кандидат физико-математических наук; ведущий научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории материалов и приборных структур микро- и наноэлектроники факультета радиофизики и компьютерных технологий.

Виталий Александрович Солодуха – доктор технических наук; генеральный директор.

Владимир Александрович Пилипенко – член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор; профессор кафедры физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета¹⁾, заместитель директора по научному развитию государственного центра «Белмикроанализ» филиала НТЦ «Белмикросистемы»²⁾.

Дмитрий Викторович Шестовский – инженер-технолог отдела перспективных технологических процессов.

Сергей Александрович Демидович – ведущий инженер отраслевой лаборатории новых технологий и материалов.

Authors:

Ivan A. Romanov, assistant at the department of physical electronics and nanotechnologies, faculty of radiophysics and computer technologies.

romivan@bsu.by

Natalya S. Kovalchuk, PhD (engineering), docent; deputy chief engineer.

nkovalchuk@integral.by

Ljudmila A. Vlasukova, PhD (physics and mathematics); head of the laboratory of materials and device structures for micro- and nanoelectronics, faculty of radiophysics and computer technologies.

vlasukova@bsu.by

<https://orcid.org/0000-0001-8273-6908>

Irina N. Parkhomenko, PhD (physics and mathematics); leading researcher at the laboratory of materials and device structures for micro- and nanoelectronics, faculty of radiophysics and computer technologies.

parkhomenko@bsu.by

<https://orcid.org/0000-0003-0982-3938>

Vitali A. Saladukha, doctor of science (engineering); general director.

Uladzimir A. Pilipenka, corresponding member of the National Academy of Sciences of Belarus, doctor of science (engineering), full professor; professor at the department of physics of semiconductors and nanoelectronics, faculty of physics^a, and deputy director for scientific development, state center «Belmicroanalysis», branch «Belmicrosystems»^b.

Dmitry V. Shestovski, engineer-technologist at the department of advanced technological processes.

dshestovski@integral.by

<https://orcid.org/0000-0002-4259-3276>

Sergey A. Demidovich, leading engineer at the branch laboratory of new technologies and materials.

sdemidovich@integral.by





электролит – диэлектрик – полупроводник. В спектре электролюминесценции оксидной пленки, полученной термическим окислением, доминирует интенсивная полоса в красной области с максимумом при 1,9 эВ. Сделан вывод о связи данной полосы с наличием в оксидах силанольных групп (Si—OH). В спектре электролюминесценции оксидной пленки, полученной плазмохимическим осаждением, наблюдается мультиполосное свечение в УФ-области. Дополнительные исследования методами ИК-спектроскопии и КРС показали, что модуляция спектра имеет колебательную природу, а не является результатом интерференции. Предположительно, люминесценция в УФ-области обусловлена наличием центров дефицита кислорода, содержащих связи с атомами водорода.

Ключевые слова: пленки оксида кремния; электролюминесценция; система электролит – диэлектрик – полупроводник; центры дефицита кислорода; кремниевая оптоэлектроника.

Благодарность. Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы научных исследований «Фотоника и электроника для инноваций» (задание 3.8.1, № гос. регистрации 20212595).

ELECTROLUMINESCENCE OF SiO_2 FILMS GROWN ON Si BY THERMAL OXIDATION AND PLASMA-ENHANCED CHEMICAL VAPOR DEPOSITION

I. A. ROMANOV^a, N. S. KOVALCHUK^b, L. A. VLASUKOVA^a, I. N. PARKHOMENKO^a,
V. A. SALADUKHA^b, U. A. PILIPENKA^{a,b}, D. V. SHESTOVSKI^b, S. A. DEMIDOVICH^b

^aBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

^b«Integral» – Holding Management Company, 121A Kazinca Street, Minsk 220108, Belarus

Corresponding author: L. A. Vlasukova (vlasukova@bsu.by)

Emission of the silicon oxide films grown on Si by wet thermal oxidation at 900 °C and by plasma-enhanced chemical vapor deposition from the $\text{SiH}_4 + \text{N}_2\text{O}$ mixture at 350 °C has been compared using electroluminescence. The electroluminescence spectra were recorded in electrolyte – insulator – semiconductor system. The intense band in the red range with a maximum at 1.9 eV dominates the electroluminescence spectrum of the thermal oxide film. It was concluded that this band is related with the existence of silanol groups (Si—OH) in the oxide matrix. Multiband emission in the UV range is observed in the electroluminescence spectrum of the oxide film formed by plasma-enhanced chemical vapor deposition. Additional investigations using IR and RS spectroscopy revealed that observed spectrum modulation is of an oscillatory nature and is not the result of interference. Presumably, the luminescence in the UV region is due to the presence of oxygen deficiency centers containing bonds with hydrogen atoms.

Keywords: silicon oxide films; electroluminescence; electrolyte – insulator – semiconductor system; oxygen deficiency centers; silicon optoelectronics.

Acknowledgements. This work was supported by the state program of scientific research «Photonics and electronic for innovations» (assignment 3.8.1, reg. No. 20212595).

Введение

Люминесцентные методы широко используются при проведении фундаментальных исследований и диагностики твердотельных объектов, включая структуры полупроводник – диэлектрик [1–3]. Возросший в последние годы интерес к изучению люминесценции пленок нитрида и оксида кремния на кремнии, а также композиций на их основе связан со стремлением к созданию оптоэлектронных устройств на базе существующей кремниевой технологии [4–6]. Разработка эффективного источника света на основе кремния по технологии, совместимой с техпроцессом изготовления КМОП-приборов, позволила бы объединить в одной интегральной схеме фотонные и электронные устройства. Данная мечта научного сообщества стала рассматриваться в качестве реальной возможности после публикации пионерской работы Л. Т. Кэнхэма, посвященной фотолюминесценции пористого кремния [7]. С этого времени начались интенсивные исследования по созданию светоизлучающих материалов на базе кремния. Однако, несмотря на достигнутый прогресс, светоизлучающие диоды на основе Si пока не могут конкурировать с аналогами на основе соединений A^3B^5 или A^2B^6 . Одной из наиболее существенных нерешенных проблем на пути к их практическому применению является низкая эффективность электролюминесценции. Перспективным подходом к преодолению данного препятствия считается использование многослойных структур на базе нитрида и оксида кремния со встроенными кремниевыми нанокристаллами [8–11]. В качестве основного светоизлучающего материала рассматривается



нанокомпозит из кремниевых агломератов, окруженных аморфной матрицей диоксида кремния [12]. Механизм и спектр излучательной рекомбинации в такой системе пока являются предметом дискуссий и определяются не только свойствами кремниевых кристаллов и химией их поверхности, но и вкладом точечных дефектов матрицы диоксида кремния. Этот вклад зависит от метода получения оксидной пленки, ее толщины и способа возбуждения свечения. Поэтому важное значение имеет информация о светодиодах свойствах самой матрицы SiO_2 и их связи с технологией изготовления оксидных слоев. При изучении диэлектриков на основе кремния ключевым методом исследования является электролюминесценция. Данный метод позволяет изучить состав и структурные особенности диэлектрических слоев, определить концентрацию центров люминесценции, исследовать деградацию диэлектриков в результате воздействия сильного электрического поля. Однако из-за трудностей получения интенсивного сигнала электролюминесценции опубликовано небольшое количество работ по свечению пленок SiO_2 при электрическом возбуждении [6; 13–15]. В настоящей статье представлены результаты сравнительных исследований электролюминесценции пленок SiO_2 , полученных термическим окислением и плазмохимическим осаждением.

Методика эксперимента

В качестве подложек для нанесения диэлектрических пленок использовались пластины кремния p -типа кристаллографической ориентации (111) диаметром 100 мм. Пленки диоксида кремния были получены методами термического окисления и плазмохимического осаждения из газовой фазы. Термическое окисление проводилось в парах воды при температуре 900 °C в течение 120 мин. Толщина термически выращенной пленки составляла 130 нм. Для плазмохимического осаждения использовалась смесь моносилана (SiH_4) и закиси азота (N_2O), температура подложки составляла 350 °C, время осаждения – 12 мин. Толщина пленки, нанесенной данным методом, достигала 110 нм. Толщины пленок определялись методом растровой электронной микроскопии [14]. Для получения электролюминесценции в качестве верхнего контакта к излучающим слоям SiO_2 применялся прозрачный электролит. Преимуществами электролита перед твердотельными контактами для реализации метода электролюминесценции являются более высокое напряжение пробоя, высокая спектральная прозрачность в исследуемом диапазоне длин волн, возможность измерения спектрального распределения электролюминесценции при послойном стравливании диэлектрического слоя [13; 15]. Электролюминесценция исследовалась в спектральном диапазоне 1,8–5,3 эВ в гальваностатическом режиме при положительном смещении кремниевой подложки. В качестве электролита использовался 1 моль/л водный раствор Na_2SO_4 . Спектры электролюминесценции регистрировались при напряжениях более 60 В и плотностях тока 150 и 250 мА/см² с помощью монохроматора МДР-23, оснащенного фотоэлектронным умножителем ФЭУ-100. Для регистрации ИК-спектров использовался ИК-фурье-спектрометр Spectrum 3 Optica (PerkinElmer, США), спектры комбинационного рассеяния света (КРС) записывались на спектрофотометре Ramanor U1000 (Horiba Jobin Yvon, Франция). Спектры отражения регистрировались на спектрометре Lambda 1050 (PerkinElmer). Все оптические измерения проводились при комнатной температуре.

Результаты и их обсуждение

Спектр электролюминесценции структуры SiO_2/Si , полученной термическим окислением, представлен на рис. 1, а. Он характеризуется интенсивной полосой в красной области с максимумом при 1,9 эВ и фоновым свечением в диапазоне 2,0–3,5 эВ. Ранее была установлена связь полосы электролюминесценции при 1,9 эВ с наличием в слое SiO_2 силанольных групп ($\text{Si}—\text{OH}$) [13]. В процессе возбуждения люминесценции силанольные группы разрушаются с образованием центра люминесценции – одно-координированного кислорода ($\equiv\text{Si}—\text{O}\cdot$) в возбужденном состоянии. Его релаксация до основного состояния сопровождается излучением фотона [6]. Полоса с энергией 1,9 эВ и полушириной 0,18 эВ была зарегистрирована в спектрах фотолюминесценции стекла [16]. Авторы работы [16] также связали данную полосу с наличием в SiO_2 силанольных групп ($\text{Si}—\text{OH}$). Появление свечения приписывалось излучательным переходам между расщепленными под воздействием локальных электрических полей $2p$ -орбиталью немостиковых атомов кислорода, образующихся в результате диссоциации связи $\text{Si}—\text{OH}$. В нашем случае в процессе формирования слоев SiO_2 использовались газы, содержащие водород и кислород. Это могло приводить к образованию связей $\text{Si}—\text{OH}$ по всей толщине слоев оксида кремния. Таким образом, возникновение полосы электролюминесценции с энергией 1,9 эВ в термически выращенной оксидной пленке можно связать с наличием в слоях SiO_2 силанольных групп ($\text{Si}—\text{OH}$).

Электролюминесценция структуры SiO_2/Si , полученной плазмохимическим осаждением, представлена на рис. 1, б. Для данного образца зарегистрировано мультиполосное свечение высокой интенсивности в УФ-области спектра, полоса в красной области на спектре электролюминесценции не проявилась.



Спектр представляет собой набор узких полос с шириной на полувысоте около 0,11 эВ, локализованных в диапазоне энергий 3,2–5,2 эВ. Максимум наиболее интенсивной центральной полосы находится при 4,43 эВ. Энергетический сдвиг между соседними полосами составляет от 0,25 до 0,27 эВ. Вероятнее всего, наблюдаемая модуляция спектра – проявление тонкой структуры, а не результат интерференции. В пользу тонкой структуры говорит отсутствие полос интерференции на соответствующих спектрах отражения (см. рис. 1, б), а также отсутствие смещения полос при уменьшении толщины пленки методом травления. По-видимому, наблюдаемое свечение представляет собой электронно-колебательную полосу излучения. Величина энергетического сдвига 0,25–0,27 эВ в пересчете на сантиметры в минус первой степени соответствует 2000–2200 см⁻¹. Для подтверждения колебательной природы модуляции спектра были сняты спектры КРС и ИК-поглощения исследуемого образца, показанные на рис. 2. На ИК-спектрах в области частот 2000–2200 см⁻¹ полос поглощения не наблюдалось, однако на спектре КРС проявилась слабая широкая полоса с максимумом при 2150 см⁻¹. Полосы в данном частотном диапазоне связаны с колебанием связей Si—H₂ [17].

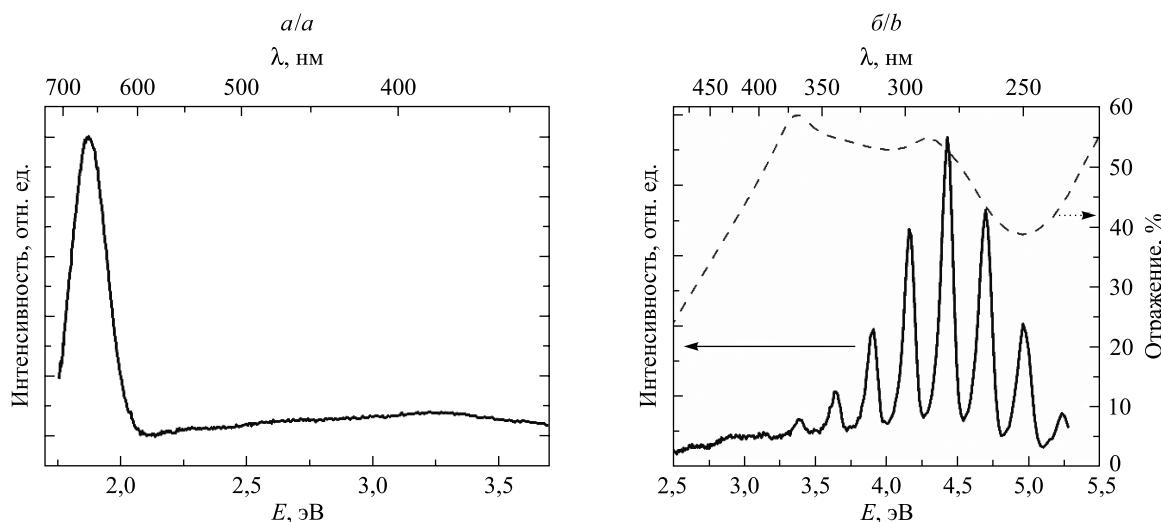


Рис. 1. Спектры электролюминесценции структур SiO₂/Si, полученных методами

термического окисления (а) и плазмохимического осаждения (б).

Плотность тока через образец составляла 150 и 250 мА/см² соответственно.

На рисунке б дополнительно показан спектр отражения

Fig. 1. Electroluminescence spectra of the SiO₂/Si structures formed by thermal oxidation (a) and plasma-enhanced chemical vapor deposition (b). The current density through the sample was 150 and 250 μA/cm², respectively.

Figure b additionally shows a reflectance spectrum

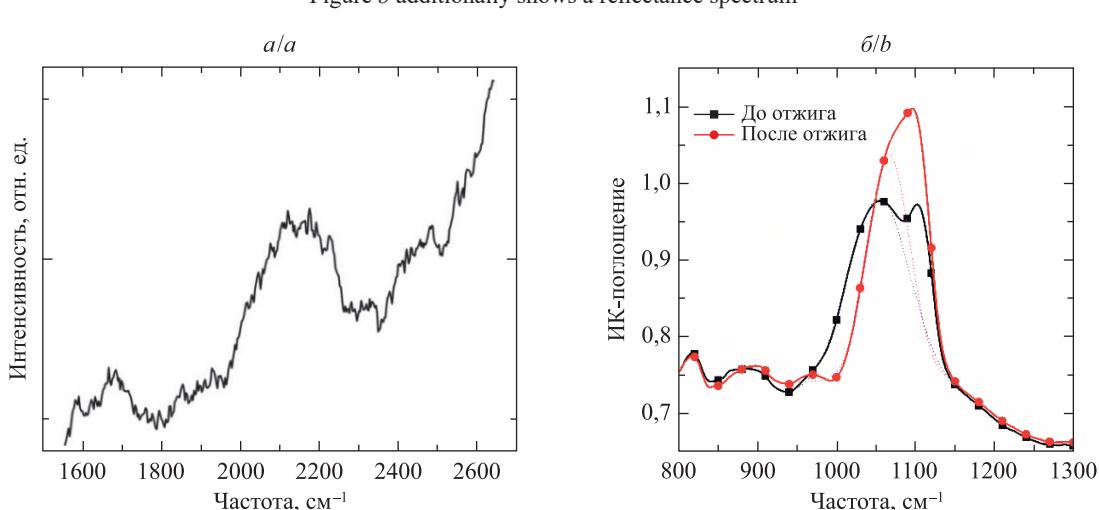


Рис. 2. Спектр КРС в области колебаний связей Si—H (а)
и спектры ИК-поглощения в области колебаний связей Si—O до и после отжига (б)

для структуры SiO₂/Si, полученной методом плазмохимического осаждения

Fig. 2. RS spectrum in the range of Si—H vibrations (a) and IR absorbance spectra in the range of Si—O vibrations before and after annealing (b) for the SiO₂/Si structure formed by plasma-enhanced chemical vapor deposition



В проводимом эксперименте формирование в оксиде таких связей ожидаемо из-за низкой температуры осаждения оксидного слоя и использования моносилана (SiH_4) в качестве прекурсора. В соответствии с [17] свечение оксида кремния в области 3,5–5,0 эВ связано с избытком кремния и (или) дефектами дефицита кислорода типа силиленовых центров, представляющих собой двухкоординированные по кислороду атомы кремния ($\text{O}_2=\text{Si}:$). Наличие избытка кремния также подтверждают данные ИК-спектроскопии, приведенные на рис. 2, б. Известно, что положение полосы, обусловленной колебаниями связей $\text{Si}-\text{O}$, на спектрах ИК-поглощения зависит от концентрации избыточного кремния в SiO_2 . Так, для аморфного кремния с небольшой концентрацией кислорода полоса $\text{Si}-\text{O}$ проявляется при 940 см^{-1} , тогда как для стехиометрического диоксида кремния SiO_2 максимум данной полосы находится при 1075 см^{-1} [18]. В нашем случае валентные колебания связи $\text{Si}-\text{O}$ в оксидной пленке, полученной методом плазмохимического осаждения, наблюдаются при частоте 1050 см^{-1} , что говорит о недостатке кислорода в пленке SiO_x ($x \sim 1,7$) [18]. Для подтверждения роли связей $\text{Si}-\text{H}$ в формировании мультиполосного спектра электролюминесценции структур SiO_2/Si , полученных методом плазмохимического осаждения, был проведен дополнительный отжиг данного образца при 900°C в атмосфере аргона. При отжиге в таком режиме должна происходить диссоциация связей $\text{Si}-\text{H}$. На спектрах КРС отожженного образца полосы, связанной с колебанием связей $\text{Si}-\text{H}$, не наблюдалось. Отжиг привел к полному тушению сигнала электролюминесценции в УФ-области, в то время как на спектрах ИК-поглощения отожженного образца максимум полосы $\text{Si}-\text{O}$ наблюдался при 1066 см^{-1} . Смещение полосы $\text{Si}-\text{O}$ в высокочастотную область, в сравнении со спектром неотожженного образца, говорит об улучшении качества пленки (возрастании параметра x). Наблюданное свечение в УФ-области, вероятнее всего, обусловлено наличием центров дефицита кислорода, содержащих связи с атомами водорода.

Заключение

Проведено сравнительное исследование электролюминесценции пленочных композиций SiO_2/Si , в которых пленки диоксида кремния наносились методами термического окисления и плазмохимического осаждения из газовой фазы. В спектре электролюминесценции оксидной пленки, полученной термическим окислением, доминирует интенсивная полоса в красной области с максимумом при 1,9 эВ. Сделан вывод о связи данной полосы с наличием в оксиде силанольных групп ($\text{Si}-\text{OH}$).

В спектре электролюминесценции структуры SiO_2/Si , полученной плазмохимическим осаждением, зарегистрировано мультиполосное свечение в УФ-области спектра с максимумом наиболее интенсивной центральной полосы при 4,43 эВ. Энергетический сдвиг между соседними полосами составляет от 0,25 до 0,27 эВ. С использованием дополнительных исследований методами ИК-спектроскопии и КРС показано, что модуляция спектра имеет колебательную природу, а не является результатом интерференции. Сделано предположение, что люминесценция в УФ-области обусловлена наличием центров дефицита кислорода, содержащих связи с атомами водорода. Тушение УФ-свечения после отжига при 900°C в аргоне, а также сравнение ИК-спектров исходного и отожженного образцов подтвердили этот вывод.

Библиографические ссылки

1. Константинова-Шлезингер МА, редактор. *Люминесцентный анализ*. Москва: Физматгиз; 1961. 400 с.
2. Барабан АП, Дмитриев ВА, Петров ЮВ. *Электролюминесценция в твердотельных слоистых структурах на основе кремния*. Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского университета; 2009. 195 с.
3. McKnight SW, Palic ED. Cathodoluminescence of SiO_2 films. *Journal of Non-Crystalline Solids*. 1980;40(3):595–603. DOI: 10.1016/0022-3093(80)90133-7.
4. Dyakov SA, Zhigunov DM, Hartel A, Zacharias M, Perova TS, Timoshenko VYu. Enhancement of photoluminescence signal from ultrathin layers with silicon nanocrystals. *Applied Physics Letters*. 2012;100(6):061908. DOI: 10.1063/1.3682537.
5. Parkhomenko I, Vlasukova L, Komarov F, Milchanin O, Makhavikou M, Mudryi A, et al. Origin of visible photoluminescence from Si-rich and N-rich silicon nitride films. *Thin Solid Films*. 2017;626:70–75. DOI: 10.1016/j.tsf.2017.02.027.
6. Baraban AP, Samarina SN, Prokofiev VA, Dmitriev VA, Selivanov AA, Petrov Y. Luminescence of SiO_2 layers on silicon at various types of excitation. *Journal of Luminescence*. 2019;205:102–108. DOI: 10.1016/j.jlumin.2018.09.009.
7. Canham LT. Silicon quantum wire array fabrication by electrochemical and chemical dissolution of wafers. *Applied Physics Letters*. 1990;57(10):1046–1048. DOI: 10.1063/1.103561.
8. Jambois O, Rinnert H, Devaux X, Vergnat M. Photoluminescence and electroluminescence of size-controlled silicon nanocrystallites embedded in SiO_2 thin films. *Journal of Applied Physics*. 2005;98:046105. DOI: 10.1063/1.2034087.
9. Sheng-Wen Fu, Hui-Ju Chen, Hsuan-Ta Wu, Chuan-Feng Shih. Effect of SiO_2 layers on electroluminescence from Si nanocrystal/ SiO_2 superlattices prepared using argon ion beam assisted sputtering. *Vacuum*. 2016;126:59–62. DOI: 10.1016/j.vacuum.2016.01.020.
10. Berencén Y, Mundet B, Rodríguez JA, Montserrat J, Domínguez C, Garrido B. Hot electron engineering for boosting electroluminescence efficiencies of silicon-rich nitride light emitting devices. *Journal of Luminescence*. 2017;183:26–31. DOI: 10.1016/j.jlumin.2016.11.020.



11. Martínez HP, Luna JA, Morales R, Casco JF, Hernández JAD, Luna A, et al. Blue electroluminescence in SRO-HFCVD films. *Nanomaterials*. 2021;11(4):943. DOI: 10.3390/nano11040943.
12. Rodríguez JA, Vásquez-Agustín MA, Morales-Sánchez A, Aceves-Mijares M. Emission mechanisms of Si nanocrystals and defects in SiO_2 materials. *Journal of Nanomaterials*. 2014;2014:409482. DOI: 10.1155/2014/409482.
13. Барабан АП, Булавинов ВВ, Коноров ПП. Электроника слоев SiO_2 на кремни. Ленинград: Издательство Ленинградского университета; 1988. 304 с.
14. Романов ИА, Комаров ФФ, Власукова ЛА, Пархоменко ИН, Ковалчук НС. Процессы деградации электролюминесценции светоизлучающих структур на основе тонких пленок оксида и нитрида кремния. *Доклады Национальной академии наук Беларуси*. 2021;65(2):158–167. DOI: 10.29235/1561-8323-2021-65-2-158-167.
15. Baraban AP, Egorov DV, Askinazi AYU, Miloglyadova LV. Electroluminescence of Si – SiO_2 – Si_3N_4 structures. *Technical Physics Letters*. 2002;28(12):978–980. DOI: 10.1134/1.1535507.
16. Skuja L. The origin of the intrinsic 1.9 eV luminescence band in glassy SiO_2 . *Journal of Non-Crystalline Solids*. 1994;179: 51–69. DOI: 10.1016/0022-3093(94)90684-X.
17. Bugaev KO, Zelenina AA, Volodin VA. Vibrational spectroscopy of chemical species in silicon and silicon-rich nitride thin films. *International Journal of Spectroscopy*. 2012;2012:281851. DOI: 10.1155/2012/281851.
18. Lucovsky G, Richard PD, Tsu DV, Lin SY, Markunas RJ. Deposition of silicon dioxide and silicon nitride by remote plasma enhanced chemical vapor deposition. *Journal of Vacuum Science & Technology A*. 1986;4:681–688. DOI: 10.1116/1.573832.

References

1. Константина-Шлезингер МА, редактор. *Люминесценциальный анализ* [Luminescence analysis]. Москва: Физматгиз; 1961. 400 p. Russian.
2. Baraban AP, Dmitriev VA, Petrov YuV. *Elektrolyuminestsentsiya v tverdotel'nykh sloistykh strukturakh na osnove kremniya* [Electroluminescence in solid-state silicon-based layered structures]. Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского университета; 2009. 195 p. Russian.
3. McKnight SW, Palic ED. Cathodoluminescence of SiO_2 films. *Journal of Non-Crystalline Solids*. 1980;40(3):595–603. DOI: 10.1016/0022-3093(80)90133-7.
4. Dyakov SA, Zhigunov DM, Hartel A, Zacharias M, Perova TS, Timoshenko VYu. Enhancement of photoluminescence signal from ultrathin layers with silicon nanocrystals. *Applied Physics Letters*. 2012;100(6):061908. DOI: 10.1063/1.3682537.
5. Parkhomenko I, Vlasukova L, Komarov F, Milchanin O, Makhavikou M, Mudryi A, et al. Origin of visible photoluminescence from Si-rich and N-rich silicon nitride films. *Thin Solid Films*. 2017;626:70–75. DOI: 10.1016/j.tsf.2017.02.027.
6. Baraban AP, Samarina SN, Prokofiev VA, Dmitriev VA, Selivanov AA, Petrov Y. Luminescence of SiO_2 layers on silicon at various types of excitation. *Journal of Luminescence*. 2019;205:102–108. DOI: 10.1016/j.jlumin.2018.09.009.
7. Canham LT. Silicon quantum wire array fabrication by electrochemical and chemical dissolution of wafers. *Applied Physics Letters*. 1990;57(10):1046–1048. DOI: 10.1063/1.103561.
8. Jambois O, Rinnert H, Devaux X, Vergnat M. Photoluminescence and electroluminescence of size-controlled silicon nanocrystallites embedded in SiO_2 thin films. *Journal of Applied Physics*. 2005;98:046105. DOI: 10.1063/1.2034087.
9. Sheng-Wen Fu, Hui-Ju Chen, Hsuan-Ta Wu, Chuan-Feng Shih. Effect of SiO_2 layers on electroluminescence from Si nanocrystal/ SiO_2 superlattices prepared using argon ion beam assisted sputtering. *Vacuum*. 2016;126:59–62. DOI: 10.1016/j.vacuum.2016.01.020.
10. Berencén Y, Mundet B, Rodríguez JA, Montserrat J, Domínguez C, Garrido B. Hot electron engineering for boosting electroluminescence efficiencies of silicon-rich nitride light emitting devices. *Journal of Luminescence*. 2017;183:26–31. DOI: 10.1016/j.jlumin.2016.11.020.
11. Martínez HP, Luna JA, Morales R, Casco JF, Hernández JAD, Luna A, et al. Blue electroluminescence in SRO-HFCVD films. *Nanomaterials*. 2021;11(4):943. DOI: 10.3390/nano11040943.
12. Rodríguez JA, Vásquez-Agustín MA, Morales-Sánchez A, Aceves-Mijares M. Emission mechanisms of Si nanocrystals and defects in SiO_2 materials. *Journal of Nanomaterials*. 2014;2014:409482. DOI: 10.1155/2014/409482.
13. Baraban AP, Bulavinov VV, Konorov PP. *Elektronika sloev SiO_2 na kremni* [Electronics of SiO_2 layers on silicon]. Ленинград: Издательство Ленинградского университета; 1988. 304 p. Russian.
14. Romanov IA, Komarov FF, Vlasukova LA, Parkhomenko IN, Kovalchuk NS. Processes of electroluminescence degradation of light-emitting structures based on thin silicon oxide and nitride films. *Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*. 2021; 65(2):158–167. DOI: 10.29235/1561-8323-2021-65-2-158-167. Russian.
15. Baraban AP, Egorov DV, Askinazi AYU, Miloglyadova LV. Electroluminescence of Si – SiO_2 – Si_3N_4 structures. *Technical Physics Letters*. 2002;28(12):978–980. DOI: 10.1134/1.1535507.
16. Skuja L. The origin of the intrinsic 1.9 eV luminescence band in glassy SiO_2 . *Journal of Non-Crystalline Solids*. 1994;179: 51–69. DOI: 10.1016/0022-3093(94)90684-X.
17. Bugaev KO, Zelenina AA, Volodin VA. Vibrational spectroscopy of chemical species in silicon and silicon-rich nitride thin films. *International Journal of Spectroscopy*. 2012;2012:281851. DOI: 10.1155/2012/281851.
18. Lucovsky G, Richard PD, Tsu DV, Lin SY, Markunas RJ. Deposition of silicon dioxide and silicon nitride by remote plasma enhanced chemical vapor deposition. *Journal of Vacuum Science & Technology A*. 1986;4:681–688. DOI: 10.1116/1.573832.

Получена 20.08.2021 / исправлена 25.08.2021 / принята 22.09.2021.
Received 20.08.2021 / revised 25.08.2021 / accepted 22.09.2021.

ФИЗИКА И ТЕХНИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

SEMICONDUCTOR PHYSICS AND ENGINEERING

УДК 621.315.592

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОМЫШЛЕННОГО КРЕМНИЕВОГО СОЛНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ЛЕГИРОВАНИЕМ НИКЕЛЕМ

М. К. БАХАДЫРХАНОВ¹⁾, З. Т. КЕНЖАЕВ²⁾, Б. К. ИСМАЙЛОВ¹⁾,
В. Б. ОДЖАЕВ³⁾, В. С. ПРОСОЛОВИЧ³⁾, Ю. Н. ЯНКОВСКИЙ³⁾

¹⁾Ташкентский государственный технический университет им. Ислама Каримова,
ул. Университетская, 2, 100095, г. Ташкент, Узбекистан

²⁾Каракалпакский государственный университет им. Бердаха,
ул. Ч. Абдирова, 1, 230112, г. Нукус, Узбекистан

³⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Исследована возможность корректировки эксплуатационных характеристик промышленных фотоэлементов производства фирмы *Suniva* на основе монокристаллического кремния посредством дополнительного диффузионного легирования их примесью никеля в интервале температур 700–1200 °C. Показано, что оптимальная температура диффузии никеля $T_{\text{диф}} = 800–850$ °C, в этом случае значение максимальной мощности P_{\max} возрастает на 20–28 % по отношению к параметрам исходного промышленного фотоэлемента. При температурах диффузии $T_{\text{диф}} > 1000$ °C происходит резкое уменьшение P_{\max} , что связано с увеличением глубины залегания $p-n$ -перехода вследствие разгонки атомов фосфора при проведении высокотемпературной диффузии никеля. Положительный эффект диффузионного легирования никелем на электрофизические свойства фотоэлементов является наибольшим в том случае, когда примесные кластеры никеля находятся в области $p-n$ -перехода, т. е. при диффузионном легировании в лицевую сторону пластины. Действие электрически нейтральных кластеров никеля менее выражено при их расположении в области изотипного $p-p^+$ -перехода, т. е. при диффузионном легировании в обратную сторону пластины.

Ключевые слова: кремниевый фотоэлемент; максимальная мощность; диффузия никеля; обогащенный никелем слой.

Образец цитирования:

Бахадырханов МК, Кенжав ЗТ, Исмайллов БК, Оджаев ВБ, Прасолович ВС, Янковский ЮН. Повышение эффективности промышленного кремниевого солнечного элемента легированием никелем. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021;3:32–39.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-32-39>

For citation:

Bakhadirhanov MK, Kenzhaev ZT, Ismaylov BK, Odzhaev VB, Prasalovich US, Yankovski YuN. Improving the efficiency of an industrial silicon solar cell by doping with nickel. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021;3:32–39. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-32-39>

Сведения об авторах см. на с. 38–39.

Information about the authors see p. 38–39.





IMPROVING THE EFFICIENCY OF AN INDUSTRIAL SILICON SOLAR CELL BY DOPING WITH NICKEL

M. K. BAKHADIRKHANOV^a, Z. T. KENZHAEV^b, B. K. ISMAYLOV^a,
V. B. ODZHAEV^c, U. S. PRASALOVICH^c, Yu. N. YANKOVSKI^c

^aTashkent State Technical University named after Islam Karimov,
2 University Street, Tashkent 100095, Uzbekistan

^bKarakalpak State University named after Berdakh,
1 Ch. Abdirov Street, Nukus 230112, Uzbekistan

^cBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: U. S. Prasalovich (prosolovich@bsu.by)

The possibility of adjusting the operational parameters of industrial solar cells produced by the company *Suniva* based on monocrystalline silicon by means of additional diffusion doping with nickel in the temperature range 700–1200 °C has been investigated. It is shown that the optimal temperature of nickel diffusion is $T_{\text{diff}} = 800\text{--}850$ °C. In this case the value of the maximum power P_{max} increases by 20–28 % in relation to the parameters of the original industrial photocell. At diffusion temperatures $T_{\text{diff}} > 1000$ °C, a sharp decrease in P_{max} occurs, which is associated with an increase in the depth of the $p\text{--}n$ junction due to the distillation of phosphorus atoms during high-temperature diffusion of nickel. The positive effect of diffusion alloying with nickel on the electrophysical parameters of photocells is greatest in the case when the nickel impurity clusters are in the region of the $p\text{--}n$ junction, i. e. with diffusion alloying to the front side of the plate. The action of electrically neutral nickel clusters is less pronounced when they are located in the region of the isotropic $p\text{--}p^+$ transition; in case of diffusion alloying with nickel in the opposite side of the plate.

Keywords: silicon photocell; maximum power; nickel diffusion; nickel-enriched layer.

Введение

Солнечная энергетика – один из перспективных экологических источников возобновляемой энергии. Однако ее существенным недостатком является довольно низкий коэффициент полезного действия применяемых приборов и устройств. Как следствие, основные работы в данной области направлены на повышение эффективности фотоэлектрических преобразователей. С этой целью используются различные методы текстурирования поверхности для уменьшения ее коэффициента отражения, разрабатываются более эффективные просветляющие покрытия, совершенствуются технологии формирования изотипного перехода, увеличивающего эффективность сортирования неравновесных носителей заряда, а также изучаются возможности применения различных видов гетероструктур на широкозонных полупроводниках [1; 2]. До настоящего времени наиболее распространенным с точки зрения соотношения цены и качества является использование фотоэлектрических преобразователей, изготовленных на основе монокристаллического кремния. В данном случае основная масса исследований посвящены как проведению многоступенчатой диффузии при формировании эмиттерной области, так и легированию материала нетрадиционными электрически нейтральными примесями в целях увеличения времени жизни неравновесных носителей заряда [3].

В работах [4–6] было показано, что образование обогащенного никелем слоя в приповерхностной области кремниевых фотоэлементов (ФЭ) приводит к улучшению их электрофизических параметров. В связи с этим актуальной задачей является разработка технологии формирования в приповерхностной области промышленных кремниевых ФЭ областей, обогащенных электрически нейтральными атомами никеля, а также изучение их влияния на эффективность работы ФЭ. Подобные исследования позволяют выявить влияние обогащенного никелем приповерхностного слоя на эксплуатационные параметры промышленных ФЭ с достаточно мелким $p\text{--}n$ -переходом (0,50–0,75 мкм). В связи с этим целью данной работы были установление оптимальных условий формирования обогащенной никелем области, позволяющих повысить эффективность преобразования солнечной энергии промышленными кремниевыми ФЭ, и оценка применимости метода легирования никелем в стандартном технологическом процессе изготовления монокристаллических кремниевых ФЭ.

Материалы и методы исследования

В работе использовались ФЭ на основе монокристаллического кремния промышленного изготовления (кремниевые пластины диаметром 200 мм производства фирмы *Suniva* с базой p -типа и глубиной залегания $p\text{--}n$ -перехода ~0,5 мкм). Концентрация основной легирующей примеси бора в исходных



подложках, определенная методом Ван-дер-Пау (p_0), составляла $\sim 1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. В ходе исследований измерялись вольт-амперные характеристики (ВАХ) ФЭ при освещении лампой накаливания с плотностью мощности излучения $\sim 150 \text{ мВт/см}^2$, запитанной от стабилизатора напряжения. На основе проведенных измерений определялись основные электрические параметры промышленного ФЭ: напряжение холостого хода $U_{xx} = 0,6 \text{ В}$, плотность тока короткого замыкания $J_{kz} = 50 \text{ мА/см}^2$. Стабильность температуры образцов поддерживалась пассивным водяным терmostатом и составляла $(25 \pm 2)^\circ\text{C}$. Для исключения нагрева образцов во время измерений их освещение проводилось импульсами длительностью 1 с, период следования которых равнялся 15 с.

По завершении тестирования исходных промышленных образцов ФЭ тыльный и лицевой омические контакты удалялись без разрушения просветляющего покрытия (тыльный – травлением в 10 % растворе HCl при комнатной температуре в течение 10 мин, а лицевой – травлением в 12 % растворе HNO₃ при комнатной температуре в течение 10 мин) [7–9]. После этого пластины ФЭ разрезались на отдельные образцы размером $1 \times 1 \text{ см}^2$ (90 шт.). Для контроля на некоторые образцы наносились контакты из индий-галлиевой эвтектики, определялись ВАХ данных образцов и вычислялись их электрические параметры (J_{kz} и U_{xx}). Было установлено, что J_{kz} и U_{xx} образцов после удаления контактов практически не изменились (сохранили свои исходные значения), что говорит о достаточно высоком качестве контактов из индий-галлиевой эвтектики. Таким образом, использованный метод удаления стандартных промышленных контактов ФЭ позволяет сохранить исходные параметры полупроводниковой структуры промышленного ФЭ.

Полученные образцы ФЭ размером $1 \times 1 \text{ см}^2$ делились на три группы (по 30 шт.):

- группа I – контрольные образцы, в которые диффузия никеля не проводилась;
- группа II – образцы, у которых на тыльную (p -типа) сторону структур в вакууме напылялся тонкий металлический слой чистого никеля толщиной $\sim 1 \text{ мкм}$;
- группа III – образцы, у которых металлическая пленка никеля создавалась на поверхности диффузионного n -слоя.

Диффузия никеля проводилась в интервале температур $T_{\text{диф}} = 700\text{--}1200^\circ\text{C}$ с шагом 50°C . Время диффузии для каждой температуры рассчитывалось с учетом температурной зависимости коэффициента диффузии никеля в кремнии таким образом, чтобы p – n -переход был расположен в обогащенной никелем приповерхностной области [10–12]. Согласно расчетам время проведения диффузии для $T_{\text{диф}} = 800\text{--}850^\circ\text{C}$ составляло 30–40 мин, а для $T_{\text{диф}} = 950\text{--}1200^\circ\text{C}$ варьировалось от 10 до 25 мин в зависимости от температуры.

Все образцы групп II и III после проведения диффузии никеля в интервале температур $T_{\text{диф}} = 700\text{--}1200^\circ\text{C}$ были подвергнуты стабилизирующему термическому отжигу при $T_{\text{отж}} = 750\text{--}800^\circ\text{C}$ в течение 30 мин в целях снижения влияния глубоких рекомбинационных центров в решетке кремния, формирующихся при высокотемпературной обработке при проведении диффузии [6; 13–15]. Контрольные образцы также отжигались при соответствующих температурах диффузии и подвергались стабилизирующему термическому отжигу аналогично образцам групп II и III.

Для удаления оксида кремния и никеля с поверхности пластин выполнялась химическая обработка в 10 % растворе HCl при комнатной температуре в течение 10 мин, а затем в 12 % растворе HNO₃ при комнатной температуре в течение 10 мин. Перед измерениями ВАХ на исследуемые образцы наносились контакты из индий-галлиевой эвтектики в виде одной полоски шириной $\sim 0,5 \text{ мм}$ на месте удаленного контакта в центре образца. На основании проведенных измерений были определены максимальная мощность исследуемых экспериментальных образцов $P_{\max} = \xi \cdot J_{kz} \cdot U_{xx}$ (ξ – коэффициент заполнения ВАХ) и ее изменение по отношению к параметрам исходного контрольного промышленного ФЭ, не подвергавшегося термообработкам ($J_{kz} = 50 \text{ мА/см}^2$, $U_{xx} = 0,6 \text{ В}$, $\xi = 0,44$, $P_{\max} = 13,2 \text{ мВт/см}^2$).

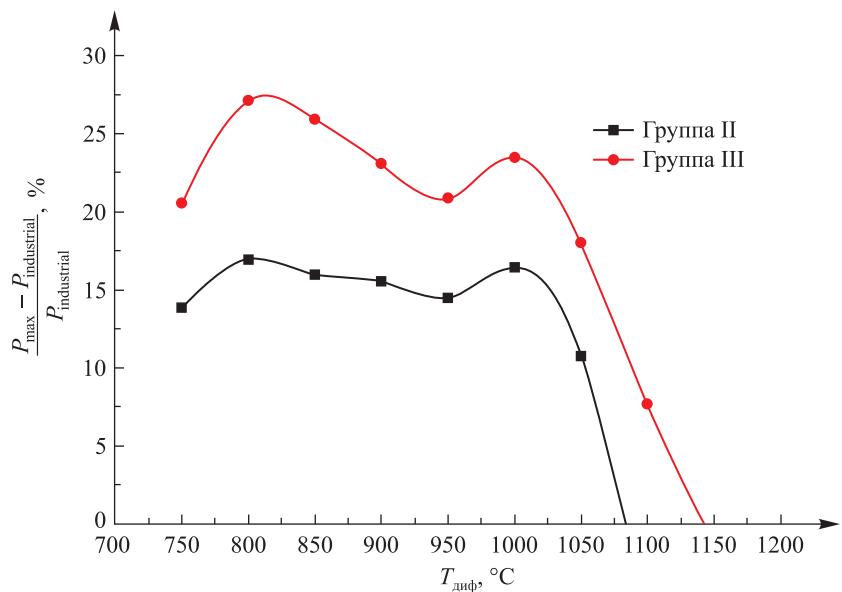
Результаты и их обсуждение

В ходе исследований установлено, что для ФЭ группы I (контрольные образцы) в интервале температур первой термообработки $T_{\text{диф}} = 950\text{--}1200^\circ\text{C}$ происходит снижение электрофизических параметров. Так, при проведении диффузии при 950°C были получены значения $J_{kz} = 48 \text{ мА/см}^2$, $U_{xx} = 0,58 \text{ В}$, $\xi = 0,45$, $P_{\max} = 12,5 \text{ мВт/см}^2$, а при 1050°C – $J_{kz} = 40 \text{ мА/см}^2$, $U_{xx} = 0,52 \text{ В}$, $\xi = 0,37$, $P_{\max} = 7,7 \text{ мВт/см}^2$. Данный эффект, по всей видимости, обусловлен увеличением глубины p – n -перехода вследствие диффузии фосфора из эмиттерной области ФЭ. Авторами работы [15] установлено, что, с одной стороны, при увеличении глубины залегания p – n -перехода уменьшается слоеобразное сопротивление структуры и повышается коэффициент заполнения ВАХ. С другой стороны, рост толщины эмиттерного слоя приводит к ухудшению эффективности сопротивления неосновных носителей заряда, генерированных вблизи поверхности, а также снижению квантового выхода фотоответа во всем спектральном диапазоне фоточувствительности, особенно в коротковолновой ее части, что обуславливает уменьшение тока короткого замыкания и напряжения холостого хода.



Проведенные расчеты изменения глубины залегания $p-n$ -перехода при условии диффузии из слоя конечной толщины (диффузия из ограниченного источника) с учетом температурной зависимости коэффициента диффузии фосфора в кремнии [11] показали, что глубина залегания $p-n$ -перехода при $T_{\text{диф}} = 950–1200$ °C увеличилась в 1,5–3,0 раза. Так, при $T_{\text{диф}} = 950$ °C глубина залегания $p-n$ -перехода выросла на 0,18 мкм, при $T_{\text{диф}} = 1000$ °C – на 0,36 мкм, а при $T_{\text{диф}} = 1200$ °C – на 1,0 мкм. Следует отметить, что параметры контрольных ФЭ в интервале температур $T_{\text{диф}} = 700–900$ °C практически не изменились, что подтверждает предположение об увеличении глубины залегания $p-n$ -перехода при $T_{\text{диф}} = 950–1200$ °C.

На рисунке представлены зависимости изменения относительной максимальной мощности ФЭ групп II и III при разных температурах диффузии никеля по сравнению с параметрами контрольного образца $\frac{P_{\max} - P_{\text{industrial}}}{P_{\text{industrial}}}$, где P_{\max} – максимальная мощность исследуемого ФЭ после проведения диффузии никеля при соответствующих температурах; $P_{\text{industrial}}$ – максимальная мощность промышленного ФЭ, не подвергавшегося диффузии никеля и различным видам термообработок.



Относительное изменение максимальной мощности ФЭ групп II и III в зависимости от температуры диффузии никеля по сравнению с параметрами ФЭ группы I

The relative change in the maximum power of photocells' groups II and III depending on the nickel diffusion temperature in comparison with the parameters of the photocells' group I

Как видно из рисунка, относительная максимальная мощность образцов ФЭ группы II после проведения диффузии никеля в интервале температур $T_{\text{диф}} = 950–1200$ °C увеличивается с понижением температуры диффузии никеля ниже 1050 °C. Так, при $T_{\text{диф}} = 1000$ °C P_{\max} возрастает на 16,43 % по сравнению с максимальной мощностью контрольного промышленного образца. Установлено, что при $T_{\text{диф}} = 800–850$ °C значения электрофизических параметров составили: $J_{\text{kz}} \approx 55 \text{ mA/cm}^2$, $U_{\text{xx}} \approx 0,61 \text{ В}$, $\xi \approx 0,46$, $P_{\max} \approx 15,4 \text{ мВт/см}^2$, т. е. наблюдается повышение значений J_{kz} на ~10 %, U_{xx} на ~1,66 %, а ξ на ~4,54 %. При этом P_{\max} увеличилась на 16–17 % по отношению к параметрам исходного промышленного ФЭ. Максимальное значение данной величины достигается при $T_{\text{диф}} = 800$ °C, в данном случае P_{\max} возрастает на 16,92 % по сравнению с максимальной мощностью контрольного промышленного образца.

Аналогичные закономерности изменения максимальной мощности, как видно из приведенного рисунка, характерны и для образцов группы III, у которых никель напыляли с лицевой стороны, однако увеличение данного параметра было более существенным. При $T_{\text{диф}} = 800–850$ °C значения электрофизических параметров составили: $J_{\text{kz}} \approx 53,3 \text{ mA/cm}^2$, $U_{\text{xx}} \approx 0,62 \text{ В}$, $\xi \approx 0,51$, $P_{\max} \approx 16,7 \text{ мВт/см}^2$. Таким образом, происходит рост значений J_{kz} на ~6–7 %, U_{xx} на ~2,5 %, а ξ на ~15,9 %. В то же время P_{\max} увеличилась на 26–27 % по отношению к параметрам контрольного промышленного ФЭ. Существенное повышение данной величины наблюдается при $T_{\text{диф}} < 900$ °C, при этом глобальный максимум достигается при $T_{\text{диф}} \approx 800$ °C (увеличение P_{\max} на 27,12 %). Имеется также локальный максимум при $T_{\text{диф}} \approx 1000$ °C (увеличение P_{\max} на 23,49 %).



Диффузия никеля при более низких температурах ($T_{\text{диф}} = 700–750^{\circ}\text{C}$) ухудшает электрофизические параметры ФЭ групп II и III (относительно образцов, полученных при оптимальной температуре $T_{\text{диф}} = 800^{\circ}\text{C}$). Это может быть связано с уменьшением толщины обогащенной никелем области, а также с понижением концентрации атомов никеля при более низких температурах диффузии [16; 17].

Коэффициент заполнения ВАХ ФЭ группы III при всех температурах диффузии никеля увеличился относительно такового образцов группы I на 15–16 %, образцов группы II на 10–11 %. Вероятно, это обусловлено уменьшением слоевого сопротивления поверхностных слоев эмиттера солнечного элемента. Действительно, измерение поверхностного сопротивления эмиттерной области (n -слоя) исследуемых образцов, легированных никелем ($\rho_{\text{пов}} = 1,8 \Omega$ на квадрат), показывает его снижение на 14,3 % по сравнению с поверхностным сопротивлением эмиттерной области контрольных образцов ($\rho_{\text{пов}} = 2,1 \Omega$ на квадрат), что примерно соответствует росту коэффициента заполнения ВАХ.

Резкое уменьшение P_{max} для образцов групп II и III при $T_{\text{диф}} > 1000^{\circ}\text{C}$, вероятно, связано с увеличением глубины залегания $p-n$ -перехода вследствие разгонки атомов фосфора при проведении высокотемпературной диффузии никеля.

Максимальные значения параметров наблюдаются в тех случаях, когда мелкий $p-n$ -переход [18–20] ФЭ расположен в обогащенной никелем приповерхностной области. Полученные экспериментальные результаты позволяют заключить, что эффект повышения эксплуатационных характеристик образцов обусловлен наличием обогащенного никелем слоя в приповерхностной области ФЭ.

Следует отметить, что наибольшее увеличение электрофизическими параметров ФЭ наблюдалось, как сказано выше, в случае проведения диффузии никеля в рабочую сторону пластин, где расположен $p-n$ -переход, т. е. в области осуществления генерации под действием излучения неравновесных носителей заряда. При проведении диффузии никеля в обратную сторону пластин диффузионно введенный никель находится в области изотипного $p-p^{+}$ -перехода, ответственного за процессы сортирования неравновесных носителей заряда. В процессе диффузии никель формирует электрически неактивные примесные кластеры, которые являются геттерами для технологических фоновых примесей [4; 21], образующих в кремнии рекомбинационно активные глубокие примесные уровни в запрещенной зоне, и снижают время жизни неравновесных носителей заряда. Параллельно с формированием кластеров никеля при проведении термообработок происходит образование кислородных преципитатов, также выступающих эффективными геттерами для технологических фоновых примесей [22]. Формирование геттерирующих центров обуславливает увеличение времени жизни неравновесных носителей заряда, что обеспечивает повышение напряжения холостого хода, тока короткого замыкания и коэффициента заполнения ВАХ образцов. Данный эффект оказывает наибольшее влияние на электрофизическими параметры ФЭ в том случае, когда примесные кластеры находятся в области $p-n$ -перехода. При расположении в области изотипного $p-p^{+}$ -перехода их действие менее выражено. Таким образом, при использовании стандартного промышленного просветляющего покрытия и омических контактов, имеющих оптимальную форму, максимальная снимаемая мощность с ФЭ, изготовленных с применением представленного в настоящей работе способа дополнительного диффузионного легирования никелем, может быть повышена примерно на 20–28 %.

Следует отметить, что вакуумное осаждение никеля является достаточно дорогостоящим и длительным технологическим процессом. Для снижения стоимости изготовления ФЭ перспективным представляется использование способа легирования никелем исходных пластин из слоя химически осажденного никеля [23] с последующим проведением диффузии никеля при $T_{\text{диф}} = 800–850^{\circ}\text{C}$. После удаления остатков металлического никеля химическим травлением можно использовать стандартную промышленную технологию изготовления ФЭ. Для отработки данного способа далее планируется провести соответствующие исследования.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Для повышения фотоэлектрических параметров промышленных ФЭ целесообразно проведение дополнительного легирования пластин монокристаллического кремния примесью никеля. Оптимальные условия легирования никелем: $T_{\text{диф}} = 800–850^{\circ}\text{C}$, время проведения диффузии – 30–40 мин с последующим термостабилизирующим отжигом при $T_{\text{отж}} = 750–800^{\circ}\text{C}$ в течение 30–40 мин.

2. Легирование пластин монокристаллического кремния никелем при условиях, перечисленных в п. 1, позволяет увеличить максимальную мощность промышленно изготовленного ФЭ на 20–28 %.

3. Положительный эффект диффузионного легирования никелем на электрофизическими параметры ФЭ является наибольшим в том случае, когда примесные кластеры никеля находятся в области $p-n$ -перехода,



т. е. диффузионное легирование производится в лицевую сторону пластины. Действие электрически нейтральных кластеров никеля менее выражено при их расположении в области изотипного $p-p^+$ -перехода, т. е. при диффузионном легировании в обратную сторону пластины.

Предложенный в настоящей работе способ корректировки электрофизических параметров промышленно изготовленного ФЭ позволяет совмещать его со стандартным технологическим процессом изготовления ФЭ без существенных изменений и с небольшими затратами.

Библиографические ссылки

1. Гременок ВФ, Тиванов МС, Залесский ВБ. *Солнечные элементы на основе полупроводниковых материалов*. Минск: Издательский центр БГУ; 2007. 222 с.
2. Середин ПВ, Леншин АС. Основные проблемы формированияnano- и гетероструктур на основе кремния и полупроводников A^3B^5 для современной оптоэлектроники. *Молодой ученый*. 2013;11:28–31.
3. Бринкевич ДИ, Вабищевич СА, Просолович ВС, Янковский ЮН. *Редкоземельные элементы в монокристаллическом кремнии*. Новополоцк: Полоцкий государственный университет; 2003. 203 с.
4. Bakhadirkhanov MK, Isamov SB, Kenzhaev ZT, Koveshnikov SV. Studying the effect of doping with nickel on silicon-based solar cells with a deep $p-n$ junction. *Technical Physics Letters*. 2019;45(10):959–962. DOI: 10.1134/S1063785019100031.
5. Bakhadirkhanov MK, Isamov SB, Kenzhaev ZT, Melebaev D, Zikrillayev KhF, Ikhitiyarova GA. Silicon photovoltaic cells with deep $p-n$ junction. *Applied Solar Energy*. 2020;56(1):13–17. DOI: 10.3103/S0003701X2001003X.
6. Бахадырханов МК, Кенжав 3Т. Оптимальные условия легирования никелем для повышения эффективности кремниевых фотоэлементов. *Журнал технической физики*. 2021;91(6):981–986. DOI: 10.21883/jtf.2021.06.50868.332-20.
7. Kalinkin IP, Kukushkin SA, Osipov AV. Effect of chemical treatment of a silicon surface on the quality and structure of silicon-carbide epitaxial films synthesized by atom substitution. *Semiconductors*. 2018;52(6):802–808. DOI: 10.1134/S1063782618060118.
8. Воробьева ТН, Кобец АВ, Рева ОВ, Брублевская ОН. Осаждение из растворов многослойных пленок металлов на кремний. В: Иващенко ОА, Воробьева ТН, Аршанский ЕЯ, Браницкий ГА, Василевская ЕИ, редакторы. *Свиридовские чтения. Выпуск 7*. Минск: БГУ; 2011. с. 34–43.
9. Staph A, Gondek C, Kroke E, Roewer G. Wafer cleaning, etching, and texturization. In: Yang D, editor. *Handbook of photovoltaic silicon*. Berlin: Springer; 2018. p. 1–47. DOI: 10.1007/978-3-662-52735-1_17-1.
10. Lindroos J, Fenning DP, Backlund DJ, Verlage E, Gorgulla A, Estreicher SK, et al. Nickel: a very fast diffuser in silicon. *Journal of Applied Physics*. 2013;113(20):204906. DOI: 10.1063/1.4807799.
11. Болтакс БИ. *Диффузия и точечные дефекты в полупроводниках*. Ленинград: Наука; 1972. 384 с.
12. Vu Van Hung, Phan Thi Thanh Hong, Bui Van Khue. Boron and phosphorus diffusion in silicon: interstitial, vacancy and combination mechanisms. *Proceedings of the National Conference on Theoretical Physics*. 2010;35:73–79.
13. Чистохин ИБ, Фрицлер КБ. Влияние условий формирования геттера в высокомоментном кремнии на характеристики PIN-фотодиодов. *Письма в Журнал технической физики*. 2020;46(21):11–13. DOI: 10.21883/PJTF.2020.21.50188.18455.
14. Бахадырханов МК, Исмайлова БК. Геттерирующие свойства кластеров атомов никеля в решетке кремния. *Приборы*. 2020;6:44–48.
15. Хвостиков ВП, Сорокина СВ, Хвостикова ОА, Тимошина НХ, Потапович НС, Бер БЯ и др. Высокоэффективные фотоэлементы на основе GaSb. *Физика и техника полупроводников*. 2013;47(2):273–279.
16. Bakhadirkhanov MK, Ismaylov BK, Ismailov KA, Zikrillaev NF, Isamov SB. On how thermal annealing affects the state of clusters of nickel atoms in crystal lattice of silicon. *International Journal of Advanced Science and Technology*. 2020;29(9s):6308–6312.
17. Асташенков АС, Бринкевич ДИ, Петров ВВ. Свойства кремния, легированного примесью никеля методом диффузии. *Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники*. 2008;38(8):37–43.
18. Панайотти ИЕ, Теруков ЕИ, Шахрай ИС. Метод расчета рабочих характеристик кремниевых гетеропереходных солнечных элементов с произвольными параметрами кристаллической подложки. *Письма в Журнал технической физики*. 2020;46(17):3–5. DOI: 10.21883/PJTF.2020.17.49883.18377.
19. Green M, Dunlop E, Hohl-Ebinger J, Yoshita M, Kopidakis N, Hao X. Solar cell efficiency tables (version 57). *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*. 2021;29(1):3–15. DOI: 10.1002/pip.3371.
20. Саченко АВ, Шкребтый АИ, Коркишко РМ, Костылев ВП, Кулиш НР, Соколовский ИО. Особенности фотопреобразования в высокоэффективных кремниевых солнечных элементах. *Физика и техника полупроводников*. 2015;49(2):271–277.
21. Крюков ВЛ, Фурманов ГП, Бринкевич ДИ, Вабищевич НВ, Просолович ВС, Янковский ЮН. Свойства кремния, диффузионно-легированного никелем. *Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники*. 2002;1:22–24.
22. Васильев ЮБ, Верезуб НА, Меженный МВ, Просолович ВС, Простомолов АИ, Резник ВЯ. Особенности дефектообразования в процессе термообработки бездислокационных монокристаллических пластин кремния большого диаметра с заданным распределением в объеме кислородсодержащих геттерирующих центров. *Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники*. 2012;2:43–51.
23. Dhar S, Chakrabarti S. Electroless Ni plating on n - and p -type porous Si for ohmic and rectifying contacts. *Semiconductor Science and Technology*. 1996;11(8):1231–1234.

References

1. Gremenok VF, Tivanov MS, Zalecskii VB. *Solnechnye elementy na osnove poluprovodnikovykh materialov* [Solar cells based on semiconductor materials]. Minsk: Publishing Center of the Belarusian State University; 2007. 222 p. Russian.
2. Seredin PV, Len'shin AS. [The main problems of the formation of nano- and heterostructures based on silicon and A^3B^5 semiconductors for modern optoelectronics]. *Molodoi uchenyi*. 2013;11:28–31. Russian.



3. Brinkevich DI, Vabishchevich SA, Prosolovich VS, Yankovskii YuN. *Redkozemel'nye elementy v monokristallicheskem kremni* [Rare earth elements in monocrystalline silicon]. Novopolotsk: Polotsk State University; 2003. 203 p. Russian.
4. Bakhadirkhanov MK, Isamov SB, Kenzhaev ZT, Koveshnikov SV. Studying the effect of doping with nickel on silicon-based solar cells with a deep $p-n$ junction. *Technical Physics Letters*. 2019;45(10):959–962. DOI: 10.1134/S1063785019100031.
5. Bakhadirkhanov MK, Isamov SB, Kenzhaev ZT, Melebaev D, Zikrillayev KhF, Ikhtiyarova GA. Silicon photovoltaic cells with deep $p-n$ junction. *Applied Solar Energy*. 2020;56(1):13–17. DOI: 10.3103/S0003701X2001003X.
6. Bakhadirkhanov MK, Kenzhaev ZT. [Optimal conditions for nickel alloying to increase the efficiency of silicon solar cells]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2021;91(6):981–986. Russian. DOI: 10.21883/jtf.2021.06.50868.332-20.
7. Kalinkin IP, Kukushkin SA, Osipov AV. Effect of chemical treatment of a silicon surface on the quality and structure of silicon-carbide epitaxial films synthesized by atom substitution. *Semiconductors*. 2018;52(6):802–808. DOI: 10.1134/S1063782618060118.
8. Vorob'eva TN, Kobets AV, Reva OV, Vrublevskaya ON. [Deposition of multilayer metal films from solutions on silicon]. In: Iwashkevich OA, Vorob'eva TN, Arshanskii EYa, Branitskii GA, Vasilevskaya EI, editors. *Sviridovskie chteniya. Vypusk 7* [Sviridov readings. Issue 7]. Minsk: Belarusian State University; 2011. p. 34–43. Russian.
9. Staph A, Gondek C, Kroke E, Roewer G. Wafer cleaning, etching, and texturization. In: Yang D, editor. *Handbook of photovoltaic silicon*. Berlin: Springer; 2018. p. 1–47. DOI: 10.1007/978-3-662-52735-1_17-1.
10. Lindroos J, Fenning DP, Backlund DJ, Verlage E, Gorgulla A, Estreicher SK, et al. Nickel: a very fast diffuser in silicon. *Journal of Applied Physics*. 2013;113(20):204906. DOI: 10.1063/1.4807799.
11. Boltaks BI. *Difuziya i tochechnye defekty v poluprovodnikakh* [Diffusion and point defects in semiconductors]. Leningrad: Nauka; 1972. 384 p. Russian.
12. Vu Van Hung, Phan Thi Thanh Hong, Bui Van Khue. Boron and phosphorus diffusion in silicon: interstitial, vacancy and combination mechanisms. *Proceedings of the National Conference on Theoretical Physics*. 2010;35:73–79.
13. Chistokhin IB, Fritsler KB. [Influence of getter formation conditions in high-resistance silicon on the characteristics of PIN photodiodes]. *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2020;46(21):11–13. Russian. DOI: 10.21883/PJTF.2020.21.50188.18455.
14. Bakhadirkhanov MK, Ismailov BK. [Gettering properties of nickel atom clusters in a silicon lattice]. *Pribory*. 2020;6:44–48. Russian.
15. Khvostikov VP, Sorokina SV, Khvostikova OA, Timoshina NKh, Potapovich NS, Ber BYa, et al. High efficient photocells based on GaSb. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*. 2013;47(2):273–279. Russian.
16. Bakhadirkhanov MK, Ismailov BK, Ismailov KA, Zikrillaev NF, Isamov SB. On how thermal annealing affects the state of clusters of nickel atoms in crystal lattice of silicon. *International Journal of Advanced Science and Technology*. 2020;29(9s):6308–6312.
17. Astashenkov AS, Brinkevich DI, Petrov VV. [Properties of silicon doped with nickel admixture by diffusion]. *Doklady Belaruskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki*. 2008;38(8):37–43. Russian.
18. Panaiotti IE, Terukov EI, Shakhrai IS. [Method for calculating the performance characteristics of silicon heterojunction solar cells with arbitrary parameters of the crystal substrate]. *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2020;46(17):3–5. Russian. DOI: 10.21883/PJTF.2020.17.49883.18377.
19. Green M, Dunlop E, Hohl-Ebinger J, Yoshita M, Kopidakis N, Hao X. Solar cell efficiency tables (version 57). *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*. 2021;29(1):3–15. DOI: 10.1002/pip.3371.
20. Sachenko AV, Shkrebtii AI, Korkishko RM, Kostylyov VP, Kulish NR, Sokolovskyi IO. Features of phototransformation in the high-efficiency silicon solar cells. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*. 2015;49(2):271–277. Russian.
21. Kryukov VL, Furmanov GP, Brinkevich DI, Vabishchevich NV, Prosolovich VS, Yankovskii YuN. [Properties of nickel diffusion-doped silicon]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Materialy elektronnoi tekhniki*. 2002;1:22–24. Russian.
22. Vasil'ev YuB, Verezub NA, Mezhennyi MV, Prosolovich VS, Prostomolotov AI, Reznik VYa. [Features of defect formation in the process of heat treatment of dislocation-free single-crystal silicon wafers of large diameter with a given distribution in the volume of oxygen-containing gettering center]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Materialy elektronnoi tekhniki*. 2012;2:43–51. Russian.
23. Dhar S, Chakrabarti S. Electroless Ni plating on n - and p -type porous Si for ohmic and rectifying contacts. *Semiconductor Science and Technology*. 1996;11(8):1231–1234.

Получена 08.09.2021 / принята 09.09.2021.
Received 08.09.2021 / accepted 09.09.2021.

Авторы:

Мухаммад Кабир Бахадырханов – академик АН Республики Узбекистан, доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры цифровой электроники и микроэлектроники факультета электроники и автоматики.

Зоир Тохир Кенжаев – базовый докторант кафедры физики полупроводников физического факультета. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор К. А. Исмайлова.

Байрамбай Канатбаевич Исмайлов – кандидат физико-математических наук; старший преподаватель кафедры цифровой электроники и микроэлектроники факультета электроники и автоматики.

Authors:

Mukhamed Kabir Bakhadirkhanov, academician of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of digital electronics and microelectronics, faculty of electronics and automation.
bahazeb@yandex.com

Zoир Тохир Кенжаев, basic doctoral student at the department of physics semiconductors, physical faculty.
zoirl991@bk.ru

Bayrambay K. Ismaylov, PhD (physics and mathematics); senior lecturer at the department of digital electronics and microelectronics, faculty of electronics and automation.



Владимир Борисович Оджаев – доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедрой физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета.

Владислав Савельевич Просолович – кандидат физико-математических наук, доцент; заведующий научно-исследовательской лабораторией спектроскопии полупроводников кафедры физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета.

Юрий Николаевич Янковский – кандидат физико-математических наук; ведущий научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории спектроскопии полупроводников кафедры физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета.

Vladimir B. Odzhaev, doctor of science (physics and mathematics), full professor; head of the department of semiconductor physics and nanoelectronics, faculty of physics.

odzaev@bsu.by

Uladislau S. Prasalovich, PhD (physics and mathematics), docent; head of the laboratory of semiconductor spectroscopy, department of semiconductor physics and nanoelectronics, faculty of physics.

prosolovich@bsu.by

Yuri N. Yankovski, PhD (physics and mathematics); leading researcher at the laboratory of semiconductor spectroscopy, department of semiconductor physics and nanoelectronics, faculty of physics.

yankouski@bsu.by

БИОФИЗИКА

BIOPHYSICS

УДК 53.047;519.62

ДРОБНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ COVID-19

Т. А. ЕФИМОВА¹⁾, И. А. ТИМОЩЕНКО¹⁾, Н. Г. АБРАШИНА-ЖАДАЕВА¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Изучается математическая модель распространения пандемии COVID-19, основанная на обыкновенных дифференциальных уравнениях с дробной производной по времени. В модели учитываются восприимчивость населения к заражению, инкубационный период, число контактов между здоровыми и больными людьми, число зараженных, выздоровевших и умерших в определенный период. Для проверки модели в работе проведено сравнение с моделями на основе производной первого порядка по времени, использующими известные данные по итальянскому региону Ломбардия. Результаты позволяют утверждать, что использование математической модели на основе дробной производной по времени посредством данных, таких как восприимчивость населения к заражению, инкубационный период, число зараженных, выздоровевших и умерших в определенный период, поможет органам здравоохранения разработать эффективные меры по борьбе с пандемией. Это особенно возможно, если расширить модель и рассмотреть дифференциальные уравнения в частных производных, описывающих конвекционно-диффузационный процесс с учетом предвидения географического распределения важнейших медицинских ресурсов.

Ключевые слова: COVID-19; SEIRD; дробная производная; дробный метод Адамса.

Образец цитирования:

Ефимова ТА, Тимошенко ИА, Абрашина-Жадаева НГ. Дробно-дифференциальная модель распространения COVID-19. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021;3:40–48 (на англ.).
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-40-48>

Авторы:

Таисия Адамовна Ефимова – студентка физического факультета. Научный руководитель – Н. Г. Абрашина-Жадаева.
Игорь Андреевич Тимошенко – старший преподаватель кафедры компьютерного моделирования физического факультета.
Наталья Григорьевна Абрашина-Жадаева – доктор физико-математических наук, доцент; профессор кафедры высшей математики и математической физики физического факультета.

For citation:

Efimova TA, Timoshchenko IA, Abrashina-Zhadaeva NG. Fractional differential model of the spread of COVID-19. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021;3:40–48.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-40-48>

Authors:

Taisia A. Efimova, student at the faculty of physics.
efimovataya77@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-8334-5773>
Igor A. Timoshchenko, senior lecturer at the department of computer modelling, faculty of physics.
timoshchenkoia@bsu.by
<https://orcid.org/0000-0003-2830-9213>
Natalia G. Abrashina-Zhadaeva, doctor of science (physics and mathematics), docent; professor at the department of higher mathematics and mathematical physics, faculty of physics.
zhadaeva@bsu.by
<https://orcid.org/0000-0001-8531-6490>



FRACTIONAL DIFFERENTIAL MODEL OF THE SPREAD OF COVID-19

T. A. EFIMOVA^a, I. A. TIMOSHCHENKO^a, N. G. ABRASHINA-ZHADAEVA^a

^aBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: T. A. Efimova (efimovataya77@gmail.com)

This paper studies a mathematical model of the spread of the COVID-19 pandemic based on ordinary differential equations with a time-fractional derivative. The model takes into account the susceptibility of the population to infection, the incubation period, the number of contacts between healthy and sick people, number of infected, recovered and deceased people in a certain period. To test the model a comparison was made with models obtained with a time derivative of integer orders, with known data for the Italian region of Lombardy. The results suggest that the use of a mathematical model based on a time-fractional derivative with the help of data such as susceptibility of the population to infection, incubation period, number of infected, recovered and deceased people in a certain period, ultimately can help health authorities to develop effective measures against the pandemic. This is especially possible if we expand the model and consider partial differential equations describing the convection-diffusion process, taking into account the prediction of the geographical distribution of the most important medical resources.

Keywords: COVID-19; SEIRD; fractional derivative; fractional Adams method.

Introduction

Throughout its history, humanity has faced challenges such as wars, environmental problems, demographical problems, exhaustion of resources, and other global problems. But these problems were successfully solved due to the development of science and technology and, of course, to an increase in the consumption of Earth's resources. Currently, humanity is going through one of the most difficult periods – the coronavirus pandemic.

Epidemics have repeatedly affected humanity throughout history. It is believed that malaria and tuberculosis devastated ancient Egypt more than 5000 years ago. From 541 to 542 AD, a global pandemic, known as the Justinian Plague, is estimated to have killed 15–25 % of the world's 200 mln population. After the Spanish conquest of Mexico, the local population decreased from about 30 mln in 1519 to just 3 mln 50 years later.

The latest outbreak of the SARS-CoV-2 coronavirus (hereinafter COVID-19) has affected the whole world, which has led to significant damage both in terms of human lives and economic resources. To stop the spread of the disease, governments of different countries have taken different measures, such as quarantine, isolation, and lockdown. The consequences of these measures (both positive and negative) are partly due to the lack of information about the spatiotemporal spread of COVID-19.

It is impossible to conduct an experiment in the current situation, so an important role is assigned to numerical mathematical modelling of the disease spread process. Mathematical modelling is a very promising tool for studying the origin, growth, spread, and extinction of pandemics. Thanks to the construction and analysis of various mathematical models, it becomes possible to predict the dynamics of the epidemic and determine the best measures to fight the epidemic for a specific situation. For example, experts at Imperial College London made a prediction in March, according to which many patients and deaths due to coronavirus infection were waiting for the UK without restrictive measures. Given this prediction, the UK government has changed its policy towards the epidemic and increased the restriction of social activity.

Scientists have discovered that with the help of basic mathematical models researchers can begin to predict the progression of diseases and understand the impact of interventions on the spread of diseases. With the help of more complex models, we can begin to answer questions about the effective allocation of limited resources or the elimination of the consequences of public health interventions, such as closing cafes and banning meetings of large groups of people¹.

Currently, the COVID-19 pandemic is still an open problem for the world. This suggests the relevancy of this work from the point of view of studying various models that are used to describe the development of processes associated with the coronavirus. By studying the virus spread on a mathematical model and analysing the solution, it will be possible to influence the situation and prevent outbreaks. The paper proposes a model and a numerical method for its implementation. In addition, the obtained results are analysed and compared with the available official data.

¹Christian Ya. How to model a pandemic [Electronic resource] // The Conversation. 2020. URL: <https://theconversation.com/how-to-model-a-pandemic-134187> (date of access: 05.08.2021).



At the moment, there are many different works devoted to this problem, for example [1–3]. The basic model of virus spread is the SIR (susceptible – infected – removed) model, in which the rate of pandemic growth depends on the number of infected carriers and the number of individuals not yet infected [4]. People who have not yet had the disease are marked as susceptible. It is assumed that every person is born susceptible and capable of being infected. Those who are able to transmit disease to susceptible people are infected. The third group is called the removed class. These are people who have suffered an illness, recovered, and now are immune to it, or those who have died. The removed people contribute no longer to the spread of the disease. This model is described by a simple system of three differential equations:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta r S(t) \frac{I(t)}{N}, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - \gamma I(t), \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I(t),\end{aligned}$$

where S, I, R are the number of people susceptible to the disease, infected and removed people, respectively; r is the number of contacts per unit of time; β is the probability of transmission of the disease during contact; γ is the recovery rate; $N = S + I + R$ is the total number of people.

The SIR model illustrates the importance of social isolation for infected people. By staying at home until full recovery, you effectively transfer yourself from an infected class directly to a removed class without spreading the virus. This simple action can reduce the scale of the outbreak, reducing the possibility of transmitting the disease to susceptible people.

But it is possible to improve this model if we consider the human demography for diseases when the time frame of the dynamics of the disease is comparable to the human demography. There are many ways to model human demography: a constant level of immigration, constant indicators of fertility and mortality per capita, a mortality rate depending on density, mortality from diseases. Then the SIR model can be represented in a different form:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - \mu S(t), \\ \frac{dI}{dt} &= \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - (\gamma + \mu) I(t), \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I(t) - \mu R(t),\end{aligned}$$

where Λ is the fertility rate; μ is the mortality rate.

A simple SIR model is not enough to cover the subtleties of many outbreaks of infectious diseases. For example, it doesn't consider the phenomenon of delayed processes in time that characterises COVID-19, when a certain time passes from the moment of infection to the moment of active manifestation of the virus, after which a person becomes an open spreader of infection, called the incubation period. Then this model can be complicated by adding another group of people who have the disease in the incubation period (exposed). In this case, the SEIR (susceptible – exposed – infected – removed) model [5] is described by a system of four equations:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - \mu S(t), \\ \frac{dE}{dt} &= \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - (\sigma + \mu) E(t), \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E(t) - (\gamma + \mu) I(t), \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I(t) - \mu R(t),\end{aligned}$$

where E is the number of people who have the disease in the incubation period; σ is the inverse incubation period of the disease; $N = S + E + I + R$.



The SEIR model reflects the behaviour of the infection more accurately, but it is impossible to estimate the total number of people who died from the disease (and, accordingly, the scale of the epidemic) with its help. In this case, we can consider the SEIRD (susceptible – exposed – infected – recovered – deceased) model [6], described by a system of five differential equations:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - \mu S(t), \\ \frac{dE}{dt} &= \beta r S(t) \frac{I(t)}{N} - (\mu + \sigma) E(t), \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E(t) - (\gamma + \mu) I(t), \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma (1 - \mu_C(t)) I(t) - \mu R(t), \\ \frac{dD}{dt} &= \gamma \mu_C(t) I(t),\end{aligned}$$

where D is population loss due to the disease; $\mu_C(t) \sim e^{-\xi t}$ is a death rate due to COVID-19; $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$.

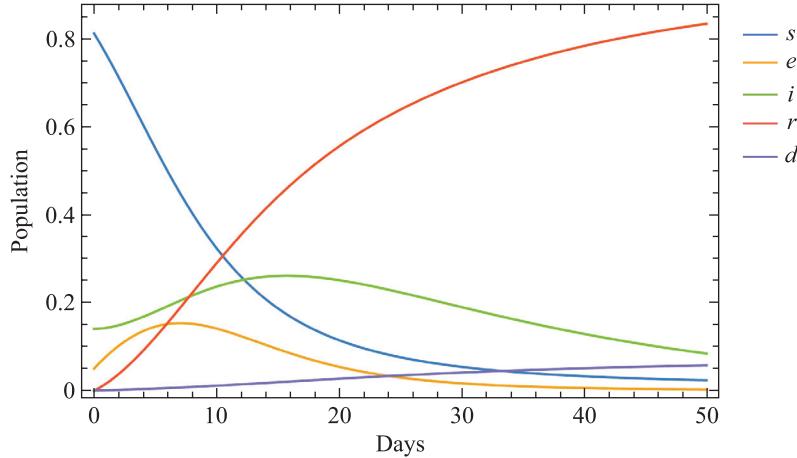


Fig. 1. Evolution of SEIRD model

The numerical solution of SEIRD model with parameters described below is presented on fig. 1. We can observe that this model (like SIR, SEIR) predicts a larger number of infections than are presented in official statistics. This may be since not all people pass the COVID-19 detection test, but this does not explain the sharpness of the peaks and the very rapid attenuation of the number of people exposed to infection. To eliminate this problem, we propose to use differential operators of fractional orders in the model.

Theoretical basis

Following [1] consider the model described by a system of differential equations in fractional derivatives:

$$\begin{aligned}\partial_{0,t}^{\alpha_1} s(x, t) &= \lambda n - \left(1 - \frac{A}{n}\right) \beta_i s i - \left(1 - \frac{A}{n}\right) \beta_e s e - \mu s + \nabla \cdot (n v_s \nabla s), \\ \partial_{0,t}^{\alpha_2} e(x, t) &= \left(1 - \frac{A}{n}\right) \beta_i s i + \left(1 - \frac{A}{n}\right) \beta_e s e - (\sigma + \varphi_e + \mu) e + \nabla \cdot (n v_e \nabla e), \\ \partial_{0,t}^{\alpha_3} i(x, t) &= \sigma e - (\varphi_d + \varphi_r + \mu) i + \nabla \cdot (n v_i \nabla i), \\ \partial_{0,t}^{\alpha_4} r(x, t) &= \varphi_r i + \varphi_e e - \mu r + \nabla \cdot (n v_r \nabla r), \\ \partial_{0,t}^{\alpha_5} d(x, t) &= \varphi_d i,\end{aligned}\tag{1}$$



where $s(x, t)$ is the number of healthy people susceptible to the disease; $e(x, t)$ is the number of infected people having the disease in the incubation period; $i(x, t)$ is the number of infected people; $r(x, t)$ is the number of people who are no longer susceptible to the disease; $d(x, t)$ is the number of deceased people; $n = s + e + i + r$ is the entire population. These functions are normalised for the entire population of the country. Further λ is the birth rate, σ is the inverse of the incubation period of the disease, φ_r is the recovery rate, φ_e is the asymptomatic recovery rate, φ_d is the mortality rate among patients, β_e is the asymptomatic contact rate, β_i is the contact rate with symptoms, μ is the mortality rate without the COVID-19, A is a parameter that accounts the distribution of resources and is intended for modelling the trends of outbreaks in large populations, and v_s, v_e, v_i, v_r are parameters of the diffusion of various population groups, which we take as zero, since this paper does not consider the spatial spread of infection. In this model a Gerasimov – Caputo time-fractional derivative operator of order α ($0 < \alpha < 1$) is used:

$$\partial_{0+,t}^\alpha u(x, t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{u'_\tau(x, \tau) d\tau}{(t-\tau)^\alpha}.$$

The model (fig. 2) takes into account asymptomatic transmission of infection, which is considered a key factor in the COVID-19 pandemic [7]. The first and second equations from the model (1) show that exposed asymptomatic patients can transmit COVID-19 to susceptible people with a contact rate of β_e . This is consistent with recent studies suggesting that patients can transmit COVID-19 almost immediately after infection [7]. In addition, the third and fourth equations from the model (1) include the infected patients who do not develop symptoms and who move directly to the recovered population. It is also assumed that recovered patients are immune therefore there is not any reverse flow from the equation for r to the equation for s [8].

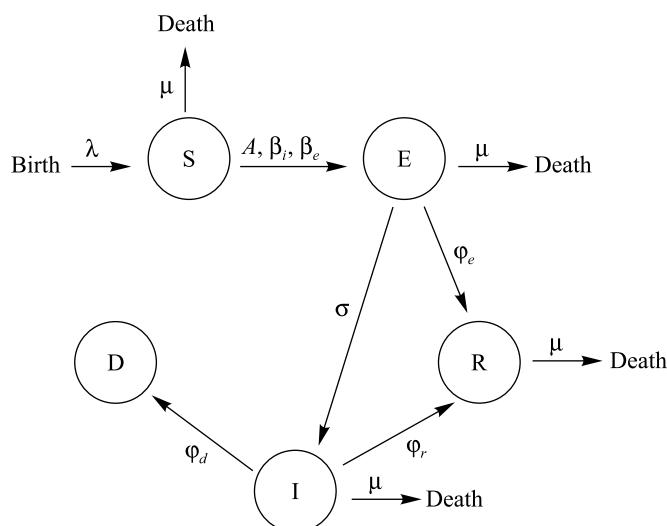


Fig. 2. A block diagram describing the dynamics between subgroups of people in the model (1)

Since there is quite detailed data on the development of infection for the Italian region of Lombardy, we took the coefficients for our model from there. We assume $\sigma = \frac{1}{7}$ days $^{-1}$, $\varphi_r = \frac{1}{24}$ days $^{-1}$, $\varphi_d = \frac{1}{160}$ days $^{-1}$, and $\varphi_e = \frac{1}{6}$ days $^{-1}$. These values are based on the data available in the literature on mortality, incubation period

and recovery time of infected and asymptomatic patients [7]. In addition, we do not consider the birth rate or mortality without COVID-19 (that is, we set $\lambda = 0$ and $\mu = 0$ accordingly). The time scale in our simulations is days. Based on the results of parameter calibration, we initially set $\beta_i = \beta_e = 3.3 \cdot 10^{-4}$ people $^{-1} \cdot$ days $^{-1}$.

Given the uncertainty in the currently available COVID-19 data, we believe that an assessment of the parameters aimed at matching the dynamics of all parts of the model is impractical. Since not every member of the population is tested for infection, and asymptomatic cases are known to exist in possibly large numbers, we think that the available data on cases of infection may lead to an unrealistic adjustment of the parameters. Conversely, the data presented for COVID-19 deaths provide greater reliability for calibrating the model parameters. Therefore, we strive for a quantitative agreement in the subgroup of the deceased $d(t)$ and a qualitative agreement for the remaining model subgroups $s(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $r(t)$.



When developing the numerical method, it was taken into account that with fractional differential equations are interrelated with first-order differential equations, and therefore we combine the fractional-order algorithm and the classical method. The results of the work allow us to give recommendations on the choice of these two algorithms, indicating the need for both methods to be based on very similar principles of construction. Therefore, the Adams approach was chosen.

Consider a system of differential equations with Caputo fractional derivative:

$$\partial_{0,t}^\alpha \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{u}),$$

where $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)^T$ and $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)^T$, $f_i = f_i(t, u_1, \dots, u_n)$, are unknown and given functions, respectively. On the interval $[0, T]$, we construct a grid $\omega_\tau = \left\{ t_j = j\tau, j = \overline{0, j_{\max}}, \tau = \frac{T}{j_{\max}} \right\}$. Let \mathbf{u}_j be an approximate solution at the node t_j . The numerical solution is obtained by predictor-corrector scheme [9; 10]:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{j+1}^* &= \mathbf{u}_0 + \frac{\tau^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} \sum_{k=0}^j g_{k,j+1} \mathbf{f}(t_k, \mathbf{u}_k), \\ \mathbf{u}_{j+1} &= \mathbf{u}_0 + \frac{\tau^\alpha}{\Gamma(\alpha+2)} \sum_{k=0}^j q_{k,j+1} \mathbf{f}(t_k, \mathbf{u}_k) + q_{j+1,j+1} \mathbf{f}(t_{j+1}, \mathbf{u}_{j+1}^*), \end{aligned} \quad (2)$$

where

$$g_{k,j+1} = (j-k+1)^\alpha - (j-k)^\alpha,$$

$$q_{k,j+1} = \begin{cases} j^{\alpha+1} - (j-\alpha)(j+1)^\alpha, & k=0, \\ (j-k+2)^{\alpha+1} - 2(j-k+1)^{\alpha+1} + (j-k)^{\alpha+1}, & 1 \leq k \leq j, \\ 1, & k=j+1. \end{cases}$$

To apply the algorithm at each step, according to the formula (2), the predictor \mathbf{u}_{j+1}^* is being calculated first, then the value $\mathbf{f}(t_{j+1}, \mathbf{u}_{j+1}^*)$ for determination of the corrector \mathbf{u}_{j+1} considered to be an approximate solution at the next time layer. This scheme is very useful and effective for the numerical solution of fractional differential equations.

Results and discussion

The numerical solution of the system (1) is presented on fig. 3–7. All computations were performed in the *Wolfram Mathematica*. The graphs show the distribution over time of the number of people from a certain group at different orders of the fractional derivative in a mathematical model. It can be seen from the graphs that the smaller the order of the fractional derivative is, the faster the curves come out on horizontal straight parallel axes, i. e. the stationarity of the process is established what in general does not mean that the number of, for example, infected people will not grow, just the growth rate will not be so high.

Taking into account the official data from Italy (fig. 8), and comparing them with the results obtained, we were convinced that our model is consistent with the published statistics in Italy. As it can be seen all processes, in fact, do not have obvious peaks that were characteristic of the differential model with derivatives of integer orders, and with the characteristic features of the fractional derivative (memory) they reach the stationary state faster with time. All the data was provided by the Johns Hopkins University, who made the data available for educational and academic research purposes.

Thus, we can conclude that the model proposed in this paper correctly describes the general trends in the spread of the disease. However, we do not claim its absolute accuracy, for several reasons:

- 1) a limited number of tests conducted for the presence of COVID-19;
- 2) the percentage of people who have suffered the disease asymptotically is not taken into account, because they can be detected only after testing for antibodies;
- 3) the COVID-19 virus has not yet been fully studied and many parameters cannot be set absolutely accurately;
- 4) spatial trends in the spread of the disease are not taken into account.

But we will leave these details for future research.

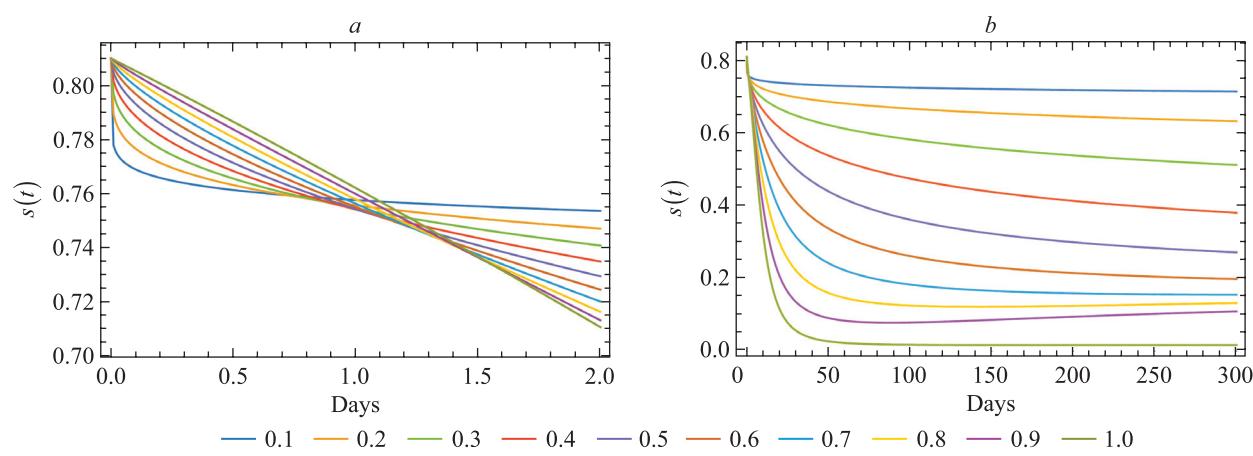


Fig. 3. Evolution of the number of people susceptible to the disease over time for different orders of the fractional derivative:
 a – 2 days dynamics; b – 300 days dynamics

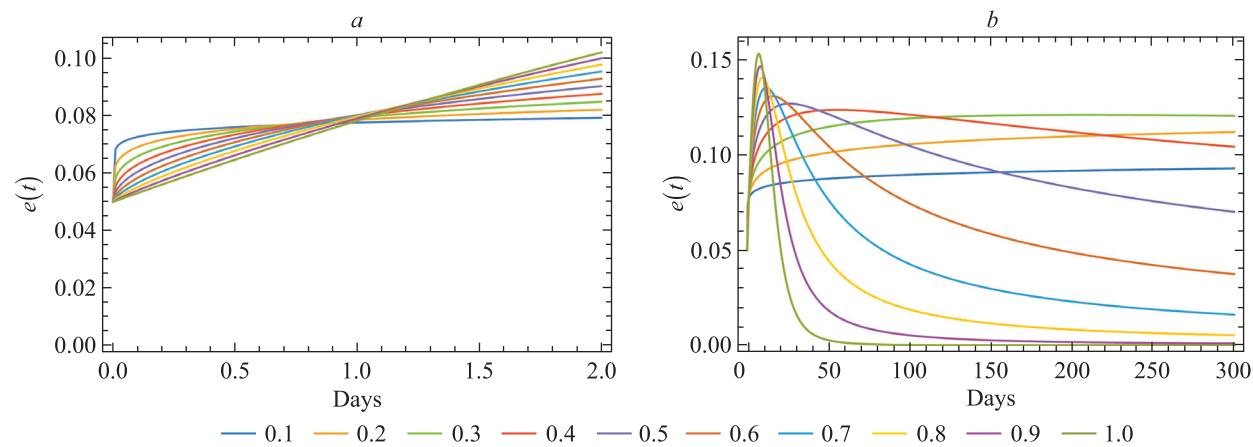


Fig. 4. Evolution of the number of exposed people over time for different orders of fractional derivative:
 a – 2 days dynamics; b – 300 days dynamics

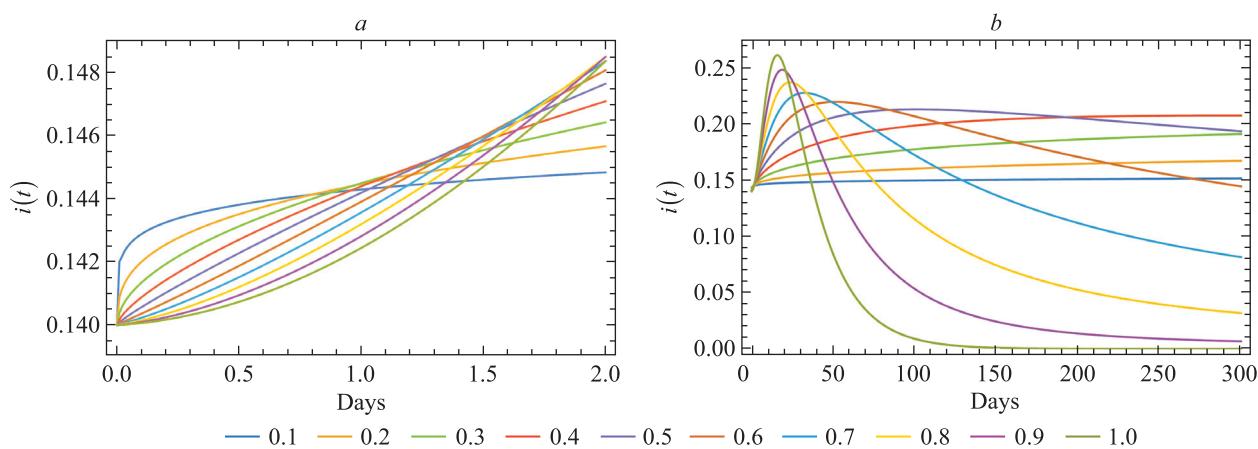


Fig. 5. Evolution of the number of infected people over time for different orders of the fractional derivative:
 a – 2 days dynamics; b – 300 days dynamics

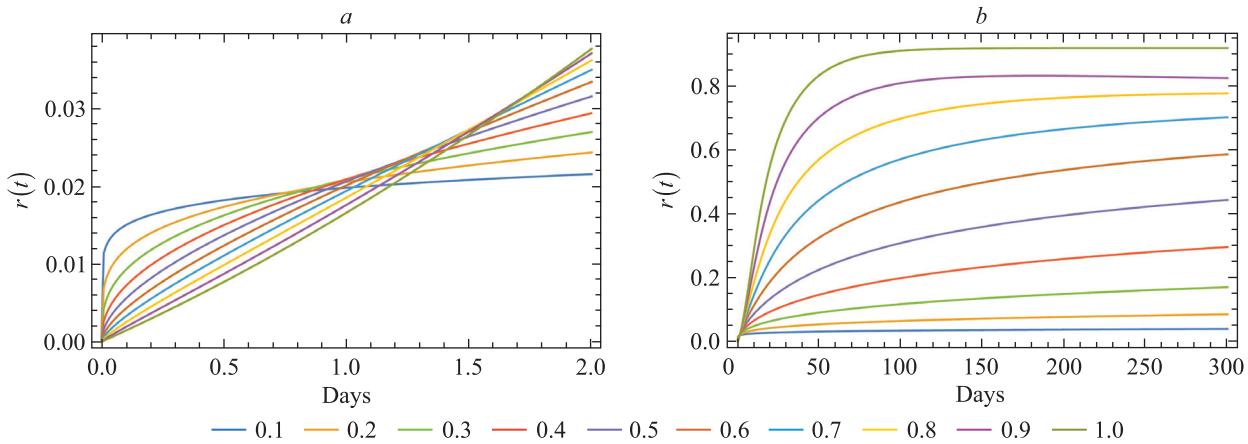


Fig. 6. Evolution of the number of recovered people over time
for different orders of the fractional derivative:
a – 2 days dynamics; b – 300 days dynamics

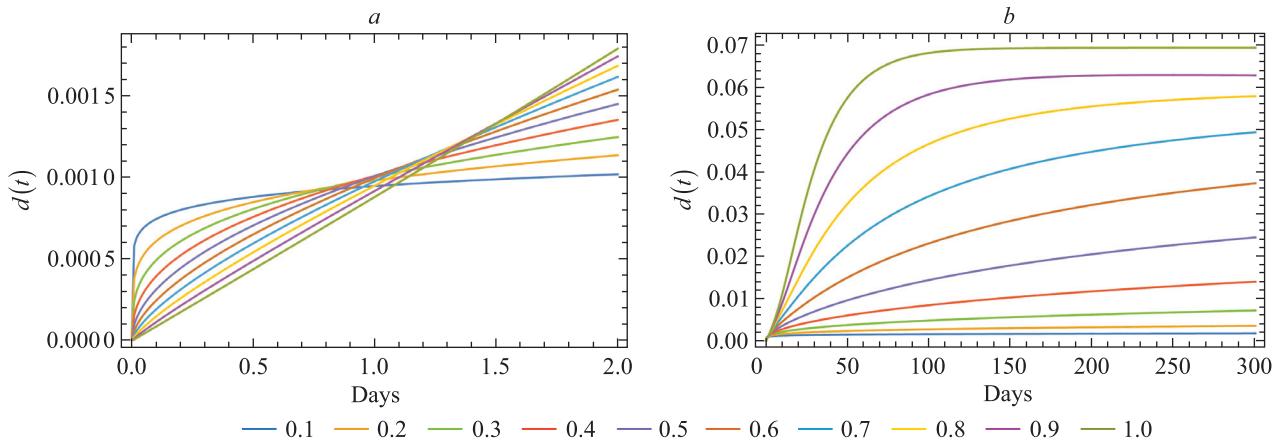


Fig. 7. Evolution of the number of deceased people over time
for different orders of the fractional derivative:
a – 2 days dynamics; b – 300 days dynamics

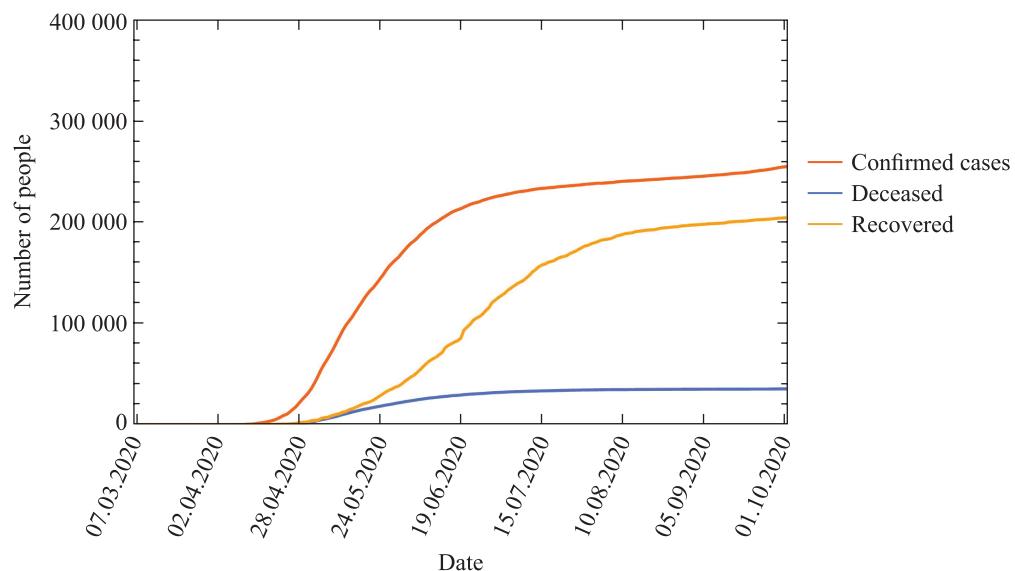


Fig. 8. Official data for Italy from 07.03.2020 to 01.10.2020
according to the Johns Hopkins Coronavirus Resource Center



Conclusions

The problem of the spread of COVID-19 infection is still relevant for the whole world. This paper and others in this direction are intended to provide proof of the importance of using systems of differential equations with fractional orders derivatives. With the help of fractional operators previous morbidity can be taken into account, which allows us to obtain much more accurate results than with a derivatives of integer orders.

Our model was implemented numerically using the Adams – Bashford algorithm. There is a good qualitative agreement of the computational experiment with reality, which indicates a fairly accurate representation of the overall dynamics of the outbreak. However, there are still ways to improve our model, such as, for example, adding a diffusion operator and considering the spatial spread of the virus, which is supposed to be considered in our further research.

References

1. Viguerie A, Lorenzo G, Auricchio F, Baroli D, Hughes ThJR, Patton A, et al. Simulating the spread of COVID-19 via a spatially-resolved susceptible – exposed – infected – recovered – deceased (SEIRD) model with heterogeneous diffusion. *Applied Mathematics Letters*. 2021;111:106617. DOI: 10.1016/j.aml.2020.106617.
2. Liu M, Cao J, Liang J, Chen M. *Epidemic-logistics modeling: a new perspective on operations research*. Singapore: Springer; 2020. 287 p.
3. Kucharski AJ, Russell TW, Diamond C, Yang Liu, Edmunds J, Funk S, et al. Early dynamics of transmission and control of COVID-19: a mathematical modelling study. *Lancet Infectious Diseases*. 2020;20(5):553–558. DOI: 10.1016/S1473-3099(20)30144-4.
4. Cooper I, Mondal A, Antonopoulos CG. A SIR model assumption for the spread of COVID-19 in different communities. *Chaos, Solitons and Fractals*. 2020;139:110057. DOI: 10.1016/j.chaos.2020.110057.
5. Chitnis N. Introduction to SEIR models. In: *Swiss Tropical and Public Health Institute. Workshop on mathematical models of climate variability, environmental change and infectious diseases; 2017 May 8; Trieste, Italy* [Internet]. Basel: Swiss TPH; 2017 [cited 2021 March 5]. [about 38 p.]. Available from: <http://indico.ictp.it/event/7960/session/3/contribution/19/material/slides/0.pdf>.
6. Ala’raj M, Majdalawieh M, Nizamuddi N. Modelling and forecasting of COVID-19 using a hybrid dynamic model based on SEIRD with ARIMA corrections. *Infectious Disease Modelling*. 2021;6:98–111. DOI: 10.1016/j.idm.2020.11.007.
7. Giordano G, Blanchini F, Bruno R, Colaneri P, Di Filippo A, Angela Di Matteo, et al. Modelling the COVID-19 epidemic and implementation of population-wide interventions in Italy. *Nature Medicine*. 2020;26:855–860. DOI: 10.1038/s41591-020-0883-7.
8. Lan Lan, Dan Xu, Guangming Ye, Chen Xia, Shaokang Wang, Yirong Li, et al. Positive RT-PCR test results in patients recovered from COVID-19. *JAMA*. 2020;323(15):1502–1503. DOI: 10.1001/jama.2020.2783.
9. Changpin Lia, Chunxing Tao. On the fractional Adams method. *Computers & Mathematics with Applications*. 2009;58(8):1573–1588. DOI: 10.1016/j.camwa.2009.07.050.
10. Owolabi KM, Atangana A. *Numerical methods for fractional differentiation*. Singapore: Springer; 2019. 328 p. (Springer series in computational mathematics; volume 54). DOI: 10.1007/978-981-15-0098-5.

Received 05.08.2021 / revised 09.08.2021 / accepted 18.08.2021.

ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ATOMIC NUCLEUS AND ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS

УДК 539.1

НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИХ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ НА ЭЛЕКТРОНАХ

B. V. ТИХОМИРОВ¹⁾

¹⁾Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь

Статья посвящена проблеме последовательного описания движения заряженных частиц высоких энергий в поле атомных цепочек и плоскостей ориентированных кристаллов, применяемого для управления пучками крупнейших ускорителей и получения интенсивного гамма-излучения. В дополнение к развитому ранее описанию рассеяния канализированных частиц на ядрах рассматривается некогерентное рассеяние на электронах. Развиваемая теория учитывает эффекты передачи импульса между быстрыми частицами и электронами атомов кристалла на расстояниях, начиная с минимальных и кончая превышающими межатомные, а также включает зависящий от температуры фактор Дебая – Валлера, рассчитанные с учетом деталей атомной структуры формфакторы и функцию рассеяния. Все эффекты модификации электронного рассеяния в кристаллах сведены к величине, играющей роль эффективного минимального передаваемого импульса и более чем на порядок превышающей величину, соответствующую средней атомной энергии теории Бете – Блоха. Совместное использование этой величины с выражением для среднего квадрата угла отклонения классически движущейся частицы позволяет корректно сравнить рассеяние на электронах и ядрах, а с сечением Резерфорда – смоделировать процесс плоскостного канализирования положительно заряженных частиц в весьма протяженных кристаллах, которые предполагается применять для вывода пучков из ускорителей, измерения электромагнитных характеристик короткоживущих частиц и создания источников интенсивного узкополосного рентгеновского излучения и гамма-излучения на основе кристаллических ондуляторов.

Ключевые слова: высокие энергии; релятивистская квантовая механика; канализование частиц в кристаллах; изогнутые кристаллы; рассеяние частиц электронами; когерентное рассеяние; некогерентное рассеяние.

Благодарность. Автор признателен Еврокомиссии за поддержку грантом N-LIGHT GA 872196, профессору И. Д. Феранчуку за ценную информацию по расчетам атомной структуры, а также профессорам Ё. Оцуки и Х. Нитте за обсуждение проблем некогерентного рассеяния в кристаллах в Университете Васэда (Токио) в 1990–1991 гг.

Образец цитирования:

Тихомиров ВВ. Некогерентное рассеяние ультраканализистических канализированных частиц на электронах. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021;3:49–61.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-49-61>

For citation:

Tikhomirov VV. Incoherent ultrarelativistic channeling particle scattering by electrons. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021;3:49–61. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-49-61>

Автор:

Виктор Васильевич Тихомиров – доктор физико-математических наук, профессор; главный научный сотрудник отраслевой лаборатории радиационной безопасности.

Author:

Viktor V. Tikhomirov, doctor of science (physics and mathematics), full professor; chief researcher at the sectoral laboratory of radiation safety.
vvtikh@mail.ru





INCOHERENT ULTRARELATIVISTIC CHANNELING PARTICLE SCATTERING BY ELECTRONS

V. V. TIKHOMIROV^a

^aInstitute for Nuclear Problems, Belarusian State University,
11 Babrujskaja Street, Minsk 220006, Belarus

The problem of high-energy charged particle motion in the field of atomic strings and planes of oriented crystals, widely applied to control large accelerator beams and generate intense gamma radiation, is addressed. Following the previously developed theory of channeled particles incoherent scattering by crystal atom nuclei, we consider here the same by crystal atom electrons. The theory developed takes into consideration all the effects of momentum transfer between fast particles and electrons of atoms in a crystal in the range from the nuclear radius up to the many inter-atomic distances. The theory also includes the temperature-dependent Debye – Waller factor, as well as both the atomic form factors and scattering function, evaluated with the detail consideration of atomic structure. All the modifications of electron scattering in crystals are reduced to the value of the effective minimum momentum transfer, which by an order of value exceeds that one, related with the Bethe – Bloch mean atomic energy. Substituting this quantity to the expression for the mean square of the scattering angle of a classically moving particle makes it possible to compare the scattering by electrons and nuclei, while its joint use with the Rutherford cross section allows for the correct simulations of the planar channeling of positively charged particles in the thickest crystals, supposed to be used for the beam extraction from high energy accelerators, measurement of electromagnetic characteristics of short-living particles and development of intense narrow-band X-ray and gamma radiation sources based on crystal undulators.

Keywords: high energy; relativistic quantum mechanics; particle channeling in crystals; bent crystals; scattering by electrons; coherent scattering; incoherent scattering.

Acknowledgements. The author is grateful to the European Commission for the support by the N-LIGHT GA 872196 grant, professor I. D. Feranchuk for valuable information on atomic structure calculations, as well as professors Y. Otsuki and H. Nitta for discussing the problems of incoherent scattering in crystals at Waseda University (Tokyo) in 1990–1991.

Введение

Сопровождающийся поперечными осцилляциями процесс канализированного движения быстрых заряженных частиц вдоль атомных цепочек и плоскостей кристаллов, а также других упорядоченных атомных структур имеет ряд перспективных приложений, связанных с получением жесткого электромагнитного излучения, управлением движением и регистрацией частиц, измерением и модификацией их характеристик [1]. Распространение частиц через ориентированные кристаллы, помимо этого, является источником новых задач квантовой теории и методов экспериментальной проверки их решений. В частности, эффективность вывода пучков из ускорителей [2], точность измерения электромагнитных характеристик короткоживущих частиц [3; 4] и яркость источников интенсивного узкополосного рентгеновского излучения и гамма-излучения на основе кристаллических ондуляторов [1; 5] критически зависят от устойчивости канализации в условиях сильного изгиба и значительной протяженности кристаллов. При этом возмущение канализированного движения в областях его максимальной устойчивости вызывается некогерентным рассеянием как на ядрах, так и на электронах, достигая критического уровня в пространственной области, где интенсивности данных процессов сравниваются. По этой причине описание многих приложений эффекта канализации требует построения теории некогерентного рассеяния частиц на атомных ядрах и электронах.

Из теории ионизационных потерь энергии [6–10] известно, что зона близких столкновений используемых в приложениях [1–5] частиц с лоренц-фактором $\gamma \sim 10^3$, в которой рассеяние мало отличается от рассеяния на свободных электронах, превышает несколько межатомных расстояний, описать некогерентное рассеяние на электронах в кристаллах на основе величины локальной электронной плотности (концентрации) представляется в еще меньшей степени возможным, чем в случае рассеяния на ядрах [11; 12]. Данная статья дополняет недавнее развитие теории ядерного рассеяния в указанных работах, она посвящена рассеянию частиц высоких энергий на электронах.

Хотя описание ионизационных потерь в условиях неоднородности распределения электронов атомных цепочек и плоскостей обсуждалось ранее [13–15], его нельзя непосредственно применить к процессу многократного электронного рассеяния, потому что последнее обусловлено поперечной передачей импульса, в то время как ионизационные потери связаны не только с поперечной, но и с продольной



передачей. Не внося вклад в многократное рассеяние, продольная передача импульса становится существенной при достаточно высоких энергиях, делая известную формулу теории ионизационных потерь [16], которая учитывает продольную передачу, неприменимой для расчета среднего квадрата угла рассеяния. Помимо релятивистских величин, продольные передачи импульса доминируют и вблизи порога возбуждения и ионизации атомов, где представленное описание также будет отличаться от предложенного Г. Бете [6; 7] для ионизационных потерь. Кроме того, мы включим в развивающую количественную теорию некогерентного электронного рассеяния ранее не учтенные фактор Дебая – Валлера и рассчитанные на основе детального рассмотрения атомной структуры формфакторы [17–19] и функцию рассеяния [17; 20], параметризовав все описываемые ими эффекты простой формулой, содержащей локально определяемый параметр, имеющий смысл нижней границы импульса, передаваемого при рассеянии частиц на электронах.

Отклонение частицы единичным атомом

Теория некогерентного электронного рассеяния частиц с энергиями, используемыми в приложениях [2–5], должна сочетать классическое описание движения частиц с квантовым расчетом некогерентной передачи импульса атомам среды. Поскольку переход к первому из них уже был обоснован на примере ядерного рассеяния в рамках ряда квантовых подходов [11; 12; 21] и привел к результатам, соответствующим интуитивным представлениям классической электродинамики, мы будем следовать последним и при расчете углов рассеяния частиц электронами, исходя [22] из полного уравнения Лоренца¹

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - e \vec{\nabla} \phi + e \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (1)$$

Для упрощения перехода к квантовому случаю последнее выражено через скалярный ϕ и векторный \vec{A} потенциалы, создаваемые временными гармониками пространственных распределений плотностей заряда $\rho(\vec{r} - \vec{r}_{at})e^{-i\omega t}$ и тока $\vec{j}(\vec{r} - \vec{r}_{at})e^{-i\omega t}$ атома с радиус-вектором \vec{r}_{at} и удовлетворяющие уравнениям [9]

$$\Delta \vec{A} - \epsilon(\omega) \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -4\pi \vec{j}(\vec{r} - \vec{r}_{at})e^{-i\omega t}, \quad (2)$$

$$\epsilon(\omega) \left(\Delta \phi - \epsilon(\omega) \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) = -4\pi \rho(\vec{r} - \vec{r}_{at})e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

в которых в рассматриваемом достаточно жестком электромагнитном диапазоне для диэлектрической проницаемости можно использовать высокочастотный предел [15]

$$\epsilon(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2},$$

содержащий квадрат плазменной частоты $\omega_{pl}^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m}$, где n_e , e и m – концентрация (пространственная плотность) электронов среды, заряд и масса электрона соответственно. Решая уравнения (2), (3) методом разложения в ряд Фурье, найдем скалярный и векторный потенциалы, действующие на частицу, движущуюся со скоростью \vec{v} и прицельным параметром \vec{b} , подставим их в уравнение (1), интегрируя которое получим классическое релятивистское выражение

$$\Delta \vec{p}_\perp(\vec{b} - \vec{r}_{at}) = 4\pi e \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int \vec{k}_\perp \frac{\vec{v} \vec{j}_{\vec{k}} - \rho_{\vec{k}}}{k_\perp^2 - \omega^2 + \omega_{pl}^2} e^{i\vec{k}(\vec{b} - \vec{r}_{at} + \vec{v}t) - i\omega t} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \quad (4)$$

для поперечной компоненты импульса, передаваемого частице атомом. Заметим, что в статическом пределе $\omega = 0$, в отсутствие среды ($\omega_{pl} = 0$) и в пренебрежении атомным током выражение (4) переходит в формулу для отклонения частицы электростатическим потенциалом в приближении малых углов, описывающую основной вклад и в рассматриваемом релятивистском случае.

Для перехода от (4) к соответствующему квантовому выражению ω следует заменить [23] на частоту атомного перехода ω_{n0} между традиционно обозначаемыми [7; 8; 13] дираковскими символами основным $|0\rangle$ и возбужденным либо ионизированным атомным состоянием $|n\rangle$, а фурье-компоненты плотностей заряда и тока – на их матричные элементы:

¹В статье используется система единиц $c = \hbar = 1$.



$$\rho_{\vec{k}} \rightarrow \rho_{n0}(\vec{k}) = \sum_a \langle n | e^{-i\vec{k}\vec{r}_a} | 0 \rangle,$$

$$\vec{j}_{\vec{k}} \rightarrow \vec{j}_{n0}(\vec{k}) = \sum_a \frac{-i}{2m} \langle n | \vec{\nabla} e^{-i\vec{k}\vec{r}_a} + e^{-i\vec{k}\vec{r}_a} \vec{\nabla} | 0 \rangle,$$

где суммирование проводится по атомным электронам.

Рассеяние на совокупности атомов кристаллической решетки

Для нахождения квадрата импульса некогерентного рассеяния в кристалле квантовое обобщение выражения (4) необходимо просуммировать по всем его атомам и усреднить квадрат модуля полученной суммы по их тепловым колебаниям. Для того чтобы выделить влияние упорядоченного расположения атомов, следует объединить содержащие их координаты экспоненты из (4) и комплексно сопряженного ему интеграла, вводя разность и сумму векторных переменных интегрирования \vec{k}_1 и \vec{k}_2 , и воспользоваться вытекающим из интегрального представления дельта-функции соотношением

$$\iint \exp \left[i(\omega_{n0} t_1 + \vec{k}_1 \vec{v} t_1 - \omega_{n0} t_2 - \vec{k}_2 \vec{v} t_2) \right] dt_1 dt_2 = 8\pi^2 \delta \left[(\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{v} + 2\omega_{n0} \right] \delta \left[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{v} \right],$$

которое показывает, что векторы \vec{k}_1 , \vec{k}_2 имеют равные продольные компоненты:

$$k_{1\parallel} = k_{2\parallel} = k_{\parallel} = \frac{-\omega_{n0}}{v}. \quad (5)$$

При типичных для приложений [2–5] лоренц-факторах $\gamma \sim 10^3$ масштабные релятивистские эффекты позволяют избежать [9; 10; 14; 15] рассмотрения наиболее сложных аспектов теории взаимодействия частиц с электронной подсистемой конденсированного вещества [6; 7], связанных со вхождением энергии атомного возбуждения ω_{n0} в знаменатель формулы (4). Суть в том, что квадрат продольной компоненты (5) редуцирует вклад квадрата энергии атомного возбуждения ω_{n0}^2 до величины $\left(\frac{\omega_{n0}}{\gamma v} \right)^2$, становящейся при $\gamma \sim 10^3$ пренебрежимо малой по сравнению с квадратом плазменной частоты ω_{pl}^2 конденсированного вещества. Это позволяет упростить знаменатель (4), проводя замену [9; 15]

$$k^2 - \omega_{n0}^2 + \omega_{pl}^2 \rightarrow k_\perp^2 + \omega_{pl}^2. \quad (6)$$

Помимо того что сокращение вкладов энергии атомного возбуждения в знаменателе (4) существенно упрощает все рассмотрение по сравнению с нерелятивистской теорией ионизационных потерь [6; 7], оно отражает невозмущенное простиранье кулоновского потенциала в поперечной плоскости вплоть до расстояний $b \sim k^{-1} \sim \frac{c}{\omega_{pl}} \sim 10^{-7}$ см, говорящее о принципиальной необходимости рассмотрения нелокальной природы электронного рассеяния в масштабах межплоскостных расстояний, составляющих несколько ангстрем. Отметим также, что, в отличие от ионизационных потерь энергии [9], связанных с передачей продольной компоненты импульса, рассмотрение еще больших прицельных расстояний, соответствующих пределу непрерывной среды, приводит к гарантированному соображениями симметрии нулевому вкладу в передаваемый поперечный импульс.

После перехода к переменной $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$ суммирование по атомам решетки, выполненное с учетом структурного фактора S , периодичности расположения атомов и теплового разброса их положений относительно узлов решетки, характеризующегося в простейшей модели гауссовым распределением со среднеквадратичной амплитудой u_1 [24], приводит к равенству

$$\left\langle \sum_a e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)_\perp \vec{r}_a} \right\rangle = 4\pi^2 n \Delta z \sum_{\vec{g}} S(\vec{g}) e^{-g^2 u_1^2 / 2} \delta(\vec{k}_{1\perp} - \vec{k}_{2\perp} - \vec{g}), \quad (7)$$

в правой части которого суммирование осуществляется по векторам \vec{g} обратной решетки, здесь n – число элементарных ячеек в единице объема кристалла, а Δz – длина произвольного прямолинейного участка траектории частицы. Перечисленные операции приводят к среднему квадрату импульса некогерентного рассеяния на единице длины в точке \vec{b} плоскости прицельного параметра, практически совпадающей с плоскостью поперечного движения относительно направления выбранной атомной цепочки или плоскости:



$$\left\langle \frac{dp_{\perp}^2(\vec{b})}{dz} \right\rangle = \frac{1}{4\pi^2 v^2} \sum_{\vec{g}} S(\vec{g}) e^{i\vec{g}\vec{b}} \int d^2 k_{\perp} \left(k_{\perp}^2 - \frac{g^2}{4} \right) \sum_{n=1}^{\infty} M_{0n}^*(\vec{k} - \frac{\vec{g}}{2}) M_{n0}(\vec{k} + \frac{\vec{g}}{2}), \quad (8)$$

где введены обозначение

$$M_{n0}(\vec{k}) \equiv (Aj)_{n0}(\vec{k}) = \frac{4\pi\alpha}{k_{\perp}^2 + \omega_{pl}^2} \sum_a \langle n | e^{-i\vec{k}\vec{r}_a} - \frac{i(\vec{\nabla}e^{-i\vec{k}\vec{r}_a} + e^{-i\vec{k}\vec{r}_a}\vec{\nabla})}{2m} | 0 \rangle \quad (9)$$

и вектор $\vec{k} = \frac{\vec{k}_2 + \vec{k}_2}{2}$, последний, помимо поперечной компоненты \vec{k}_{\perp} , по которой производится интегрирование, имеет продольную компоненту k_{\parallel} , в соответствии с (5) $k_{\parallel} = \frac{-\omega_{n0}}{v}$. Большинство деталей интегрирования по поперечной компоненте импульса можно будет выяснить далее, пренебрегая вкладом плотности тока и рассматривая произвольный член суммы по векторам обратной решетки

$$\int d^2 k_{\perp} \frac{\vec{k}_+ \vec{k}_-}{(k_+^2 + \omega_{pl}^2)(k_-^2 + \omega_{pl}^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_a \langle 0 | e^{i\vec{k}_-\vec{r}_a} | n \rangle \langle n | e^{-i\vec{k}_+\vec{r}_a} | 0 \rangle, \quad (10)$$

в котором

$$\vec{k}_{\pm} = \vec{k}_{\perp} \pm \frac{\vec{g}}{2}. \quad (11)$$

Интегрирование по переданному импульсу в случае аморфной среды

Выражение (10) дополнительно упрощается в соответствующем нулевому вектору обратной решетки $\vec{g} = 0$ случае аморфной среды, когда оно может быть представлено в виде

$$\int_{|\vec{k}_{\perp}| < k_0} \frac{k_{\perp}^2 S(k_{\perp}) d^2 k_{\perp}}{(k_{\perp}^2 + \omega_{pl}^2)^2} + \pi Z \int_{k_0^2}^{k_{\max}^2} \frac{dk_{\perp}^2}{k_{\perp}^2} \equiv 2\pi Z \ln\left(\frac{k_{\max}}{k_{\text{eff}}}\right). \quad (12)$$

Действительно, двойная сумма произведений матричных элементов числителя (10) определяет функцию рассеяния² [17; 20]. Метод расчета подобных сумм опирается на свойство полноты состояний, приводящее к представлению [7]

$$S(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \langle 0 | \sum_a e^{i\vec{k}\vec{r}_a} | n \rangle \langle n | \sum_b e^{i\vec{k}\vec{r}_b} | 0 \rangle = Z + \sum_{a \neq b} \langle 0 | e^{i\vec{k}(\vec{r}_a - \vec{r}_b)} | 0 \rangle - F^2(k), \quad (13)$$

где $F(k) \equiv \sum_a \langle 0 | e^{i\vec{k}\vec{r}_a} | 0 \rangle$ – атомный формфактор [18; 19]. Представление (13) содержит как диагональные (первое и третье слагаемые) вклады, так и сумму недиагональных (второе слагаемое), нахождение последних осложняется необходимостью расчета соответствующих одночастичных матричных элементов и учета свойств симметрии атомных волновых функций. При импульсах $k > k_0$, где $k_0 \sim 100$ кэВ/с (c – скорость света)³ для кремния ($Z = 14$) и $k_0 \sim 200$ кэВ/с для вольфрама ($Z = 74$), второе и третье слагаемые быстро спадают, и функция рассеяния (13) приближается к Z , что позволяет выделить в (12) второе слагаемое, соответствующее чисто кулоновскому рассеянию. Границный импульс k_0 был оценен выше на основе сравнения погрешности нерелятивистского приближения при $k < k_0$ и отличия S от Z при $k > k_0$. Поэтому при выполнении условия $k_{\max} > k_0$ сумма интегралов (12) может быть параметризована единственной величиной $k_{\text{eff}}(x)$, имеющей смысл эффективной нижней границы передаваемых импульсов.

Переход при $k_{\max} > k_0$ к чисто кулоновскому рассеянию открывает возможность экстраполяции в релятивистскую область переданных импульсов $k \geq m$, где величина m (равная в обычных единицах mc) задает релятивистский масштаб импульса. Суть в том, что канализование достаточно высокоэнергетических частиц, а вместе с ним и не нарушающее его устойчивости некогерентное рассеяние становятся при высоких энергиях глубоко релятивистскими, о чем говорит максимальный поперечный импульс канализированной частицы $\sqrt{2V_0\varepsilon}$, достигающий при энергии 1 ТэВ в кремнии ультрарелятивистских

²При том, что аналогичное обозначение традиционно использовано в (7), (8) для структурного фактора, ниже под $S(k)$ и $S(k_{\perp})$ всегда понимается функция рассеяния.

³Упомянутая единица измерения импульса описывается в статье «Электронвольт» интернет-энциклопедии «Википедия» (см.: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Электронвольт>).



величин $\sim 10m$. Переход к релятивистскому описанию кулоновского рассеяния, как обычно [8], не вызывает заметных затруднений. В самом деле, в пренебрежении движением и связью электронов в атомах передаваемые двухмерный поперечный импульс \vec{k}_\perp , энергия T , трехмерный \vec{k} и четырехмерный $Q \equiv (T, \vec{k})$ импульсы связаны соотношениями

$$T \equiv E_n - E_0 = \sqrt{k^2 + m^2} - m = \frac{k_\perp^2}{2m} = \frac{-Q^2}{2m}, \quad (14)$$

выразив через них сечение кулоновского рассеяния в виде

$$d\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{v^2} \frac{d(-Q^2)}{Q^4} = \frac{4\pi\alpha^2}{v^2} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^4} = \frac{2\pi\alpha^2}{mv^2} \frac{dT}{T^2},$$

можно убедиться, что применимость второго слагаемого (12) в действительности не ограничена нерелятивистским случаем.

Касательно корректности нерелятивистского разложения в области $k < k_0$ поясним, что следующее из (14) неравенство

$$k_\parallel \approx \frac{k_\perp^2}{2m} \ll k_\perp$$

позволяет считать вклады продольного импульса релятивистскими поправками в случае свободных электронов. Однако при учете связи последних в атомах (ее максимальная энергия, например, в вольфраме достигает 69,5 кэВ) продольная компонента ограничивается снизу величиной $\frac{\omega_{n0}}{v}$, которую, конечно, нельзя считать пренебрежимо малой при нерелятивистском рассмотрении. Сказанное оказывается существенным при расчете функции рассеяния в пределе малых импульсов

$$S(k) \approx \sum_a \langle 0 | x_a^2 | 0 \rangle k^2,$$

не позволяющим проследить зависимость от k_\perp . Избежать этого затруднения удается при учете вклада в (8), (9) атомного тока, после которого входящий в выражение (9) интеграл в пределе малых $|\vec{k}|$ принимает вид

$$\langle n | e^{-i\vec{k}\vec{r}} - \frac{i(\vec{\nabla}e^{-i\vec{k}\vec{r}} + e^{-i\vec{k}\vec{r}}\vec{\nabla})}{2m} | 0 \rangle \approx -i(\vec{k} + \omega_{n0}\vec{v}) \langle n | \vec{r} | 0 \rangle. \quad (15)$$

Усредняя далее квадрат модуля (15) по азимутальному углу ориентации вектора \vec{k} относительно скорости частицы [8], убеждаемся в сокращении вкладов продольного импульса в уточненной функции рассеяния

$$\begin{aligned} S(k) &= k^2 \sum_a |\langle n | x_a | 0 \rangle|^2 + 2\omega_{n0} (\vec{k} \langle n | \vec{r}_a | 0 \rangle) (\vec{v} \langle n | x_a | 0 \rangle) + \\ &+ v^2 \omega_{n0}^2 |\langle n | x_a | 0 \rangle|^2 \rightarrow S(k_\perp) = \left(k_\perp^2 + \frac{\omega_{n0}^2}{v^2 \gamma^2} \right) |\langle n | x_a | 0 \rangle|^2 \approx k_\perp^2 |\langle n | x_a | 0 \rangle|^2, \end{aligned} \quad (16)$$

которое, на самом деле, уже было учтено выше в (12) посредством перехода в функции рассеяния от полного передаваемого импульса к поперечному. Заметим, что при больших импульсах, не допускающих разложения (15), учет вклада атомного тока в (9) проводится с применением использованного Г. Бете в работе [6] правила сумм матричных элементов без их разложения [6; 7] и также приводит лишь к релятивистским поправкам, чего можно ожидать и из сравнения членов суммы под интегралом этого выражения.

Интегрирование по переданному импульсу в случае кристалла

В отличие от случая аморфной среды, соответствующего нулевому значению когерентно передаваемого импульса, расчет аналога функции рассеяния (13) при ненулевом значении в полном объеме не проводился, и только первое слагаемое ее разложения

$$\begin{aligned} S(\vec{k}_\perp, \vec{g}) &\equiv \sum_{n=1}^{\infty} \langle 0 | \sum_a e^{i\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}_a} | n \rangle \langle n | \sum_b e^{-i\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}_b} | 0 \rangle = \\ &= F(g) + \sum_{a \neq b} \langle 0 | e^{i\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}_a - i\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}_b} | 0 \rangle - F(k_+) F(k_-), \end{aligned} \quad (17)$$



соответствующее когерентному рассеянию в отсутствие обменных эффектов, рассматривалось в теории ионизационных потерь в кристаллах [13; 14]. Отсутствие зависимости от переменной \vec{k} позволяет вынести формфактор $F(g)$ из-под знака интеграла (12) и получить в пределе $k_0 \gg g$

$$\int_{|\vec{k}| < k_0} \frac{\vec{k}_+ \vec{k}_-}{k_-^2 k_+^2} d^2 k_\perp \approx \pi \left(\ln \frac{k_0^2}{g^2} + \frac{g^2}{4k_0^2} \right). \quad (18)$$

Предполагая в дальнейшем, что интегрирование по поперечному импульсу далеко экстраполируется в релятивистскую область, будем пренебрегать последним слагаемым (18). Что касается второго слагаемого (17), то, поскольку имеющиеся расчетные данные [17–19] не позволяют выделить информацию о когерентном обменном рассеянии, при когерентной передаче импульса (11) будем аппроксимировать его данными об обменном рассеянии в аморфной среде (13) с помощью анзата

$$\sum_{a \neq b} \langle 0 | e^{i\vec{k}_- \vec{r}_a - \vec{k}_+ \vec{r}_b} | 0 \rangle \rightarrow \sqrt{(S(k_+) + F^2(k_+) - Z)(S(k_-) + F^2(k_-) - Z)}. \quad (19)$$

Переходя к выяснению роли продольной передачи импульса вблизи порога реакций возбуждения и ионизации атома при стремлении к нулю векторов $\vec{k}_\pm = \vec{k} \pm \frac{\vec{g}}{2}$, заметим, что, поскольку произведение $\vec{k}_+ \vec{k}_- = k_y^2 \pm \vec{g} \vec{k}_\mp$ содержит лишь поперечные компоненты векторов \vec{k}_\mp , при интегрировании по азимутальному углу разложения

$$\langle n | e^{\pm i\vec{k}_\mp \vec{r}} | 0 \rangle \approx e^{-i\vec{g}\vec{r}} \vec{k}_\mp \langle n | \vec{r} | 0 \rangle$$

матричных элементов по степеням стоящих в экспоненте малых векторов \vec{k}_\mp , $|\vec{k}_\mp| \ll g$, также сохраняются лишь вклады их поперечных компонент, вследствие чего оказывается возможным пренебречь продольной компонентой импульса в интеграле (8) от функции рассеяния (17).

Остается пояснить, что токовый вклад в матричный элемент (9), как и ранее, приводит к релятивистским поправкам к выражению (8). Например, линейный вклад по току обусловливает появление поправки $\frac{ZF(g)k_\perp^2}{m^2}$ к первому слагаемому (17), которой, однако, следует пренебречь наряду с другими релятивистскими поправками к формуле (8). Таким образом, после подстановок (13) и (17)–(19) выражение (12) позволяет рассчитать средний квадрат угла некогерентного рассеяния на траектории классической ультрарелятивистской частицы в нерелятивистском приближении, описывая все релятивистские эффекты в рассеянии с помощью резерфордовского сечения.

Средний квадрат угла некогерентного электронного рассеяния при плоскостном канализировании

В качестве простого актуального примера применения развитого подхода рассмотрим случай плоскостного канализирования, используемого в приложениях [2–5]. Будем при этом полагать, что направление движения канализированных частиц достаточно удалено от направлений образующих плоскости атомных цепочек, пренебрегая соответствующими когерентными передачами импульса. В этом случае набор векторов обратной решетки

$$g_i = \frac{2\pi}{d} i, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

является одномерным и определяется межплоскостным расстоянием d . Поскольку при рассмотрении приложений и проверке теоретических подходов интерес может представлять некогерентное рассеяние как в плоскости канализирования xz , так и в перпендикулярной ей плоскости локализации атомов yz , нам понадобятся интегралы

$$\int_{|\vec{k}| < k_0} \frac{k_x^2 - \frac{g^2}{4}}{k_-^2 k_+^2} d^2 k_\perp \approx \frac{\pi}{2} \left(\ln \frac{k_0^2}{g^2} - 1 \right), \quad (20)$$

$$\int_{|\vec{k}| < k_0} \frac{k_y^2}{k_-^2 k_+^2} d^2 k_\perp \approx \frac{\pi}{2} \left(\ln \frac{k_0^2}{g^2} + 1 \right). \quad (21)$$



Переходя от поперечных компонент импульса к углам рассеяния $\theta_{x,y} = \frac{\Delta p_{x,y}}{p}$ в плоскостях xz и yz , для их средних квадратов, накапливающихся на единичной длине в точке траектории с поперечной координатой $b \rightarrow x$, из формул (12), (17), (19)–(21) получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{d\langle\theta_{x,y}^2(x)\rangle}{dz} &= \frac{4\pi\alpha^2 n_{at}}{v^2 p^2} \left\{ Z \ln \frac{k_{\perp\max}}{k_0} + \frac{1}{2} \int_0^{k_0^2} \frac{S(k_\perp^2) k_\perp^2 dk_\perp^2}{(k_\perp^2 + \omega_{n0}^2)^2} + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(\frac{-g_i^2 u_1^2}{2}\right) \cos(g_i x) \times \right. \\ &\quad \times \left. \left[F(g_i) \left(\ln \frac{k_0}{g_i} \mp \frac{1}{2} \right) + \sum_{i=1}^{\infty} \int \frac{S(\vec{k}_\perp, g_i \vec{n}_x) - F(g_i)}{\left(k_\perp^2 + \frac{g_i^2}{4} + \omega_{pl}^2 \right)^2 - (k_x g_i)^2} \begin{Bmatrix} k_x^2 - \frac{g_i^2}{4} \\ k_y^2 \end{Bmatrix} \frac{1}{\pi} d^2 k_\perp \right] \right\} \equiv \\ &\equiv \frac{4\pi\alpha^2 Z_{sc}^2}{v^2 p^2} n_{sc}(x) \ln\left(\frac{k_{\perp\max}}{k_{\text{eff}}(x)}\right), \end{aligned} \quad (22)$$

в котором, считая межплоскостной потенциал симметричным, мы положили $F(g) = F(-g)$. Поясним, что вследствие присутствия плазменной частоты в знаменателе и экспоненциального убывания форм-факторов при $k > k_0$ пределы второго интеграла можно считать бесконечными.

В целях упрощения формулировки общей картины некогерентного рассеяния частиц в кристаллах в последней строке (22) введен эффективный минимальный передаваемый импульс $k_{\text{eff}}(x)$, а сама иско-мая величина представлена в форме, применимой как для электронов ($Z_{sc} = 1$), так и для ядер⁴ ($Z_{sc} = Z$), если под $n_{sc}(x)$ понимать соответствующую концентрацию. После выделения последней эффективный минимальный импульс $k_{\text{eff}}(x)$ будет полностью аккумулировать влияние нелокальных эффектов на рассеяние, не завися при этом от параметров k_0 , $k_{\perp\max}$ и энергии частиц. Пространственное поведение величины $k_{\text{eff}}(x)$ (кэВ/с), рассчитанной для плоскости (110) кристалла кремния, иллюстрирует рис. 1.

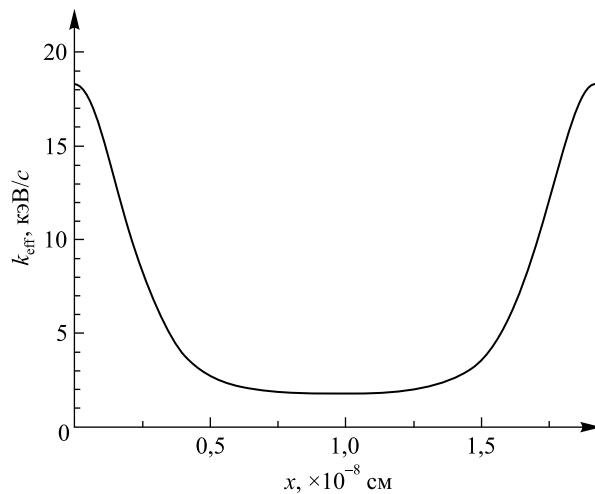


Рис. 1. Зависимость эффективного минимального импульса от расстояния x до атомной плоскости, рассчитанная для кристаллографической плоскости (110) кристалла кремния

Fig. 1. The dependence of the effective minimum momentum on the distance x to the atomic plane, calculated for the crystallographic plane (110) of silicon crystal

⁴Для ядерного рассеяния аналогичное представление использовано в препринте автора arXiv:2103.03141v1 (Tikhomirov V. V. Relativistic particle incoherent scattering by the nuclei of crystal plane atoms [Electronic resource]. URL: <https://arxiv.org/abs/2103.03141v1> (date of access: 04.05.2021)).



Развиваемый подход является альтернативой локальному описанию [25; 26] некогерентного электронного рассеяния выражением

$$\frac{d\langle\theta^2\rangle}{dz} = \frac{2m}{p^2} \left(\frac{dE}{dz} \right)_{am} \frac{n_e(x)}{n_0} \approx \frac{8\pi e^4 n_e(x)}{v^2 p^2} \left(\ln \frac{2m\gamma}{I} - 1 \right). \quad (23)$$

Вытекая из формулы для удельных ионизационных потерь энергии в аморфном веществе $\left(\frac{dE}{dz} \right)_{am}$ [16],

выражение (23) наследует в качестве нижнего предела среднюю атомную энергию (энергию ионизации) теории Бете – Блоха [6; 7] $I = 16Z^{0.9} \approx 172$ эВ. По этому поводу важно отметить, что, как подчеркнуто в работе [15] и отражено формулой (6), при корректном учете эффекта плотности в формуле для удельных ионизационных потерь должна использоваться не средняя атомная частота (энергия), а плазменная. В любом случае, поскольку импульс $k_{eff}(x) > 1,75$ кэВ/с $> 10I/c$ оказывается ближе к минимальному импульсу обратной решетки $g_1 = \frac{2\pi}{d} \approx 6,5$ кэВ/с, чем к значительно меньшему импульсу $I/c = 16Z^{0.9}/c \approx 172$ эВ/с и тем более к величине $\omega_{pl}/c \approx 31$ эВ/с, описание процесса передачи импульса вблизи нижнего предела интегрирования (22) существенно отличается от описания ионизационных потерь в работах [25; 26] на основе формулы (23). Выражаемое этим отличием сокращение роли малых передач поперечного импульса по сравнению с процессом ионизации объясняется интерференционными эффектами в когерентном рассеянии, приводящими к появлению логарифма $\ln \frac{k_0}{g_i}$, который содержит импульс $g_i \gg I/c$, а также наличием множителей $k_{x,y}^2$ под знаком интеграла (22) и степенным спаданием функции рассеяния (16).

Используемый в работах [25; 26] метод совмещает учет рассеяния на углы, превышающие, в том числе многократно, угол канализации, и порождаемой рассеянием на меньшие углы медленной диффузии частиц по поперечной энергии, что также отличает его от предложенного автором [29] раздельного теоретического описания и моделирования этих процессов. В случае электронного рассеяния оба они существенно упрощаются при условии $k_0 < \sqrt{2V_0\epsilon}$, выполняющемся уже при энергиях позитронов, превышающих 1 ГэВ, когда отличие сечения рассеяния от резерфордовского сечения проявляется только при импульсах $k_\perp < k_0 < \sqrt{2V_0\epsilon}$, меньших импульсов $k \geq \sqrt{2V_0\epsilon}$, однократная передача которых существенно возмущает траектории канализированных частиц. При этом дополняющий рассеяние на большие углы процесс диффузного деканализования характеризуется получаемым подстановкой верхнего предела $k_{\perp max} = \sqrt{2V_0\epsilon}$ в формулу (22) средним квадратом угла рассеяния

$$\frac{d\langle\theta_{x,y}^2(x)\rangle_{dech}}{dz} \approx \frac{4\pi\alpha^2 Z_{sc}^2}{v^2 p^2} n_{sc}(x) \ln\left(\frac{\sqrt{2V_0\epsilon}}{k_{eff}(x)}\right), \quad (24)$$

подлежащим сравнению с величиной (23). Моделирование электронного рассеяния осуществляется на основе резерфордовского сечения с учетом ограничения $k > k_{eff}(x)$ на передаваемый импульс и не требует использования не всегда корректно определяемого [30] понятия длины деканализации. При этом скачкообразные изменения траектории, происходящие при высоких энергиях через значительное количество периодов канализации, адекватно моделируются передачами импульса $k > k_0$, описывая как стохастические изменения траекторий частиц в условиях канализации, так и «катастрофические» процессы деканализации при передачах $k > \sqrt{2V_0\epsilon}$ вплоть до рассеяния на углы, определяемые размерами и структурой ядра. Подобно диффузному, этот процесс может быть качественно описан экспоненциальным законом, декремент которого оценивается на основе сечения Резерфорда.

Логарифм выражения (24) в предложенном автором подходе служит альтернативой логарифму в формуле (23). Для сравнения предсказаний, сделанных на основе этих выражений, на рис. 2 и 3 рассматриваются случай позитронов с энергией 2 ГэВ, оптимальной для использования в кристаллических ондуляторах⁵, и случай протонов с энергией 1 ТэВ, иллюстрирующий ситуацию, типичную как для вывода высокоэнергетических пучков из накопителей, так и для готовящегося эксперимента [4] по измерению электромагнитных моментов короткоживущих частиц. При этом, поскольку на рис. 2 и 3 сравниваются случаи рассеяния в плоскости канализации xz , результаты расчета по формуле (23) для суммы квадратов углов рассеяния в обоих поперечных направлениях были разделены на два.

⁵Tikhomirov V. V. A benchmark construction of positron crystal undulator [Electronic resource]. URL: <https://arxiv.org/abs/1502.06588v1> (date of access: 04.05.2021).

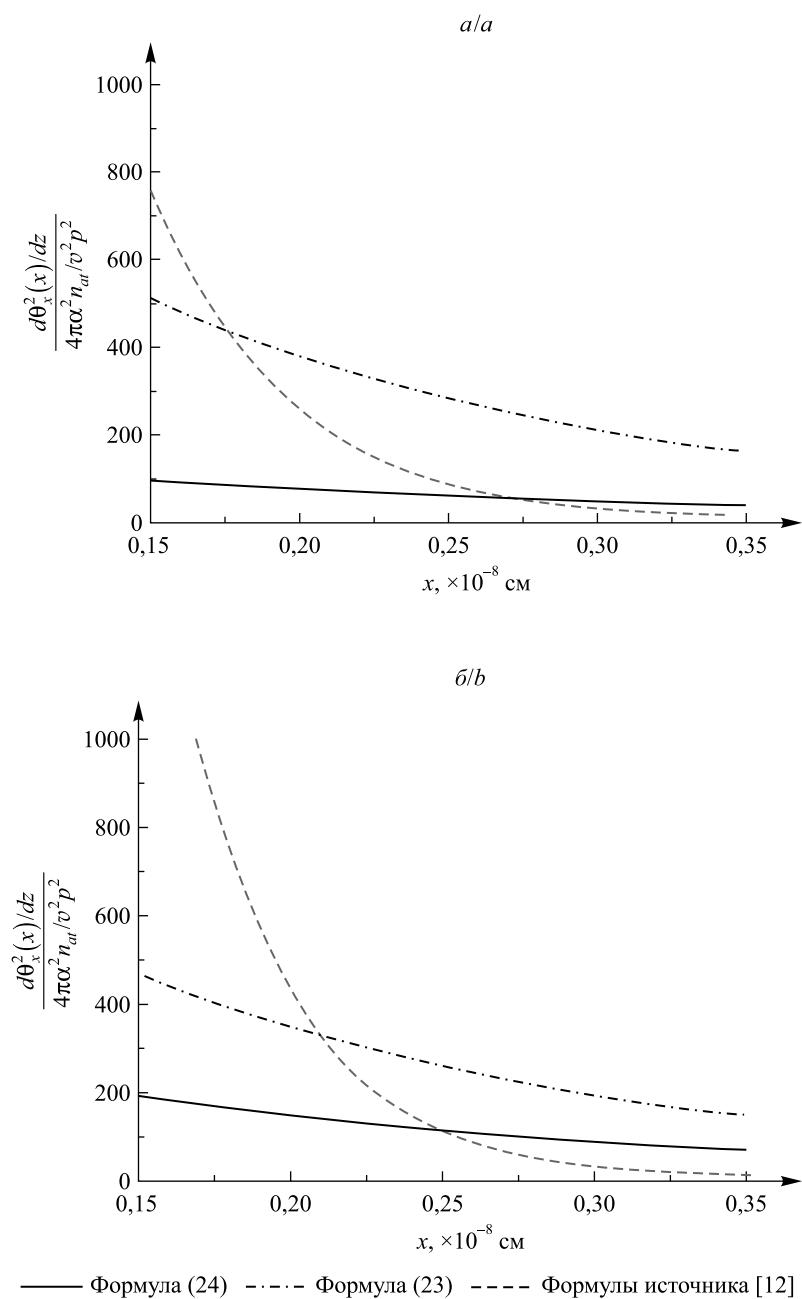
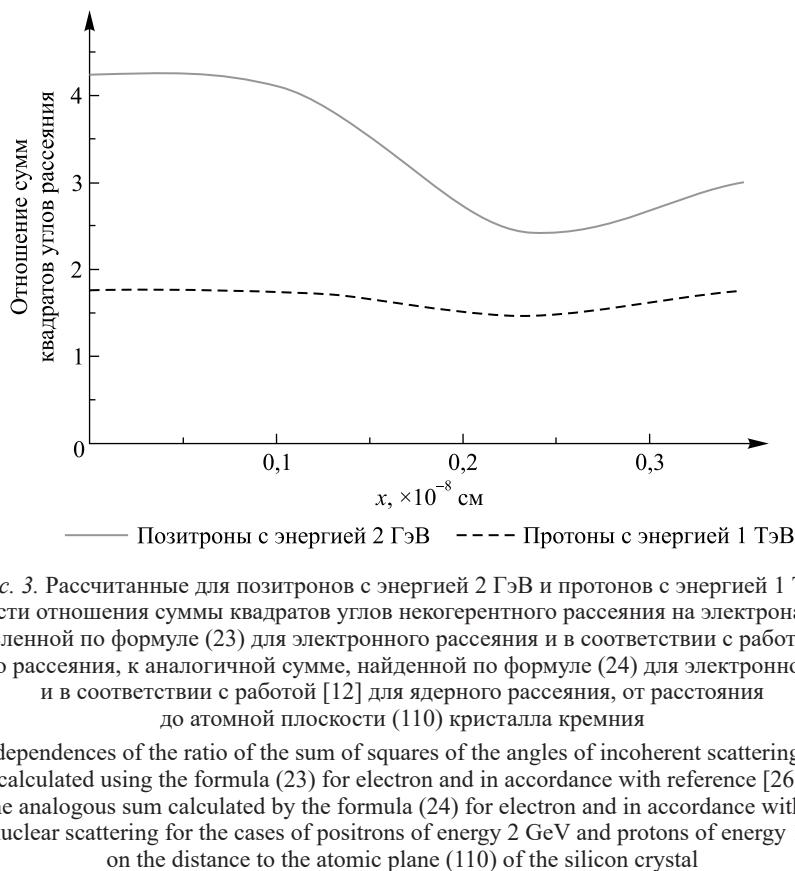


Рис. 2. Рассчитанные для позитронов с энергией 2 ГэВ (а) и протонов с энергией 1 ТэВ (б) зависимости средних квадратов углов некогерентного рассеяния на единичной длине от расстояния до атомной плоскости (110) кристалла кремния, вычисленные по формулам (23), (24) для рассеяния на электронах и по формулам работы [12] для рассеяния на ядрах. Все величины выражены в единицах, определяемых множителем фигурной скобки в формуле (22)

Fig. 2. The mean squares of incoherent scattering angles at a unit length for electron scattering according to equations (23), (24) and for scattering at nuclei according to the formulas of [12] calculated for positron energy 2 GeV (a) and proton energy 1 TeV (b) as a function of the distance to the atomic plane (110) of silicon crystal. All quantities are expressed in the natural unit determined by the multiplier of the curly bracket in equation (22)



Rис. 3. Рассчитанные для позитронов с энергией 2 ГэВ и протонов с энергией 1 ТэВ зависимости отношения суммы квадратов углов некогерентного рассеяния на электронах и ядрах, вычисленной по формуле (23) для электронного рассеяния и в соответствии с работой [26] для ядерного рассеяния, к аналогичной сумме, найденной по формуле (24) для электронного рассеяния и в соответствии с работой [12] для ядерного рассеяния, от расстояния до атомной плоскости (110) кристалла кремния

Fig. 3. The dependences of the ratio of the sum of squares of the angles of incoherent scattering by electrons and nuclei calculated using the formula (23) for electron and in accordance with reference [26] for nuclear scattering to the analogous sum calculated by the formula (24) for electron and in accordance with reference [12] for nuclear scattering for the cases of positrons of energy 2 GeV and protons of energy 1 TeV on the distance to the atomic plane (110) of the silicon crystal

Следует пояснить, что на рис. 2 и 3 представлена наиболее важная область поперечного движения, характеризующаяся сравнимыми интенсивностями некогерентного рассеяния на электронах и ядрах, в которой происходит переход от стабильного канализования к ускоренному ядерному деканализированию. Рисунки 2 и 3 демонстрируют соответственно четырех- и двукратное отличие предсказаний рассматриваемых подходов к электронному рассеянию при энергиях 2 ГэВ и 1 ТэВ. Источником заметной энергетической зависимости отличий предсказаний обсуждаемых подходов является то, что в аргументы логарифмов формул (23) и (24) входят разные соотношения $\gamma = \frac{\epsilon}{m}$ и $\sqrt{2V_0\epsilon}$.

Для исследования устойчивости канализированного движения принципиальную роль играет соотношение электронного и ядерного рассеяния в области исчезающие малых пространственных плотностей ядер, также иллюстрируемой рис. 2. В связи с этим отметим, что предложенный автором подход к ядерному рассеянию [11; 12], как и согласующийся с ним в принципиальных моментах подход профессора Й. Оцуки и его учеников [21; 27], также существенно отличается от используемого в публикациях [25; 26]. В основе работ [11; 12] лежит учет влияния когерентного рассеяния на некогерентное, последствия которого недавно были продемонстрированы экспериментально [28]. Помимо этого, указанные работы обеспечили последовательное описание нелокального характера некогерентного рассеяния, наиболее ярко проявляющегося в заметном вкладе рассеяния на основной массе ядер атомных цепочек и плоскостей в области $x > 3u_1$ их исчезающее малой концентрации, в результате которого ядерное рассеяние вместо резкого спадания со снижением последней продолжает оставаться сравнимым с электронным (штриховые линии на рис. 2). Рисунок 3 иллюстрирует отношение предсказаний сумм квадратов углов некогерентного рассеяния на ядрах и электронах, рассчитанных на основании работ [25; 26] и предложенного автором подхода. Уменьшение этого отношения с ростом энергии также объясняется зависимостью от нее аргумента формулы (24). Таким образом, нами впервые реализовано количественное описание электронного рассеяния, которое позволяет обоснованно сравнить его с ядерным и с моделировать приложения [2–5] эффекта канализирования положительно заряженных частиц.

Заключение

Получены выражения для среднего квадрата угла некогерентного рассеяния на электронах атомов кристалла, учитывающие данные последовательных расчетов атомной структуры, влияние тепловых колебаний кристаллической решетки, а также эффект плотности, заметно упрощающий рассмотрение.



Все указанные факторы параметризованы единственным, зависящим от поперечных координат, параметром, который имеет смысл нижней границы импульса, передаваемого атомным электронам при возбуждении и ионизации, и дает возможность эффективно разыгрывать некогерентное рассеяние на электронах методом Монте-Карло. Развитый подход позволяет приступить к обоснованному моделированию таких объединяемых необходимостью использования канализирования положительно заряженных частиц в толстых кристаллах приложений, как вывод пучков из ускорителей, измерение электромагнитных характеристик короткоживущих частиц и получение интенсивного узкополосного рентгеновского излучения и гамма-излучения на основе применения кристаллических ондуляторов.

Библиографические ссылки

1. Барышевский ВГ. Канализование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: БГУ имени В. И. Ленина; 1982. 256 с.
2. Elsener K, Fidecaro G, Gyr M, Herr M, Klem J, Mikkelsen U, et al. Proton extraction from the CERN SPS using bent silicon crystals. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 1996;119: 215–230.
3. Baryshevsky VG. Electromagnetic dipole moments and time reversal violating interactions for high energy charged baryons in bent crystals at LHC. *The European Physical Journal C*. 2019;79:350. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6857-6.
4. Aiola S, Bandiera L, Cavoto G, De Benedetti F, Fu J, Guidi V. Progress towards the first measurement of charm baryon dipole moments. *Physical Review D*. 2021;103:072003. DOI: 10.1103/PhysRevD.103.072003.
5. Baryshevsky VG, Tikhomirov VV. Crystal undulators: from the prediction to the mature simulations. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2013;309:30–36. DOI: 10.1016/j.nimb.2013.03.013.
6. Бете Г. Квантовая механика. Бонч-Бруевич ВЛ, редактор. Москва: Мир; 1965. 334 с.
7. Ландау ЛД, Лифшиц ЕМ. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука; 1974. 752 с. (Теоретическая физика; том 3).
8. Берестецкий ВБ, Лифшиц ЕМ, Питаевский ЛП. Квантовая электродинамика. 3-е издание. Москва: Наука; 1989. 728 с. (Теоретическая физика; том 4).
9. Ландау ЛД, Лифшиц ЕМ. Электродинамика сплошных сред. 2-е издание. Москва: Наука; 1982. 624 с. (Теоретическая физика; том 8).
10. Jackson JD. *Classical electrodynamics*. 3rd edition. New York: Wiley; 1999. 832 p.
11. Tikhomirov VV. Quantum features of high energy particle incoherent scattering in crystals. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2019;22(5):054501. Erratum in: *Physical Review Accelerators and Beams*. 2020;23(3):039901. DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.22.054501.
12. Тихомиров ВВ. Некогерентное рассеяние ультраквантования частиц на ядрах при плоскостном канализировании. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2020;1:83–94. DOI: 10.33581/2520-2243-2020-1-83-94.
13. Esbensen H, Golovchenko JA. Energy loss of fast channeled particles. *Nuclear Physics A*. 1978;298(3):382–396. DOI: 10.1016/0375-9474(78)90140-9.
14. Esbensen H, Fich O, Golovchenko JA, Madsen S, Nielsen H, Schiøtt HE, et al. Random and channeled energy loss in thin germanium and silicon crystals for positive and negative 2–15-GeV/c pions, kaons, and protons. *Physical Review B*. 1978;18:1039–1054.
15. Буренков АФ, Комаров ФФ, Кумахов МА. Энергетические потери заряженных частиц в кристаллах. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1980;78:1474–1489.
16. Zyla PA, Barnett RM, Beringer J, Dahl O, Dwyer DA, Groom DE, et al. Review of particle physics. *Physical Review D: Covering Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*. 2012;86(1):010001. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.010001.
17. Hubbell JH, Veigle WJ, Briggs EA, Brown RT, Cromer DT, Howerton RJ, et al. Atomic form factors, incoherent scattering functions, and photon scattering cross sections. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 1975;4:471–538.
18. Feranchuk ID, Gurskii LI, Komarov LI, Lugovskaya OM, Burgazy F, Ulyanenkov A. A new method for calculation of crystal susceptibilities for X-ray diffraction at arbitrary wavelength. *Acta Crystallographica A*. 2002;A58:370. DOI: 10.1107/s0108767302007997.
19. Skoromnik OD, Feranchuk ID, Leonau AU, Keitel CH. Analytic model of a multi-electron atom. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2017;50(24):245007. DOI: 10.1088/1361-6455/aa92e6.
20. Fano U. Inelastic collisions and the Moliere theory of multiple scattering. *Physical Review*. 1954;93(1):117–120.
21. Nitta H. Semiclassical theory of dechanneling and the diffusion coefficients. *Physica Status Solidi (b)*. 1985;131(1):75–86. DOI: 10.1002/pssb.2221310106.
22. Ландау ЛД, Лифшиц ЕМ. Теория поля. 7-е издание. Москва: Наука; 1988. 512 с. (Теоретическая физика; том 2).
23. Зоммерфельд А. Строение атома и спектры. Том 2. Москва: Гостехиздат; 1956. 696 с.
24. Тер-Микаэлян МЛ. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Издательство АН АрмССР; 1969. 343 с.
25. Bir'yukov VM, Chesnokov YA, Kotov VI. *Crystal channeling and its application at high-energy accelerators*. Berlin: Springer; 2010. 219 p.
26. Scandale W, Taratin AM. Channeling and volume reflection of high-energy charged particles in short bent crystals. Crystal assisted collimation of the accelerator beam halo. *Physics Reports*. 2019;815:1–107. DOI: 10.1016/j.physrep.2019.04.003.
27. Оцуки Ё-Х. Взаимодействие заряженных частиц с твердыми телами. Москва: Мир; 1985. 280 с.
28. Mazzolari A, Sytov A, Bandiera L, Germogli G, Romagnoni M, Bagli E. Broad angular anisotropy of multiple scattering in a Si crystal. *The European Physical Journal C*. 2020;80:63. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5400-x.
29. Tikhomirov VV. Simulation of multi-GeV electron energy losses in crystals. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 1989;36(3):282–285. DOI: 10.1016/0168-583X(89)90670-8.
30. Tikhomirov VV. Quantitative theory of channeling particle diffusion in transverse energy in the presence of nuclear scattering and direct evaluation of dechanneling length. *The European Physical Journal C*. 2017;77:483. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5060-x.



References

1. Baryshevsky VG. *Kanalirovanie, izluchenie i reaktsii v kristallakh pri vysokikh energiyakh* [Channeling, radiation and reactions in crystals at high energies]. Minsk: BGU imeni V. I. Lenina; 1982. 256 p. Russian.
2. Elsener K, Fidecaro G, Gyr M, Herr M, Klem J, Mikkelsen U, et al. Proton extraction from the CERN SPS using bent silicon crystals. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 1996;119: 215–230.
3. Baryshevsky VG. Electromagnetic dipole moments and time reversal violating interactions for high energy charged baryons in bent crystals at LHC. *The European Physical Journal C*. 2019;79:350. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6857-6.
4. Aiola S, Bandiera L, Cavoto G, De Benedetti F, Fu J, Guidi V. Progress towards the first measurement of charm baryon dipole moments. *Physical Review D*. 2021;103:072003. DOI: 10.1103/PhysRevD.103.072003.
5. Baryshevsky VG, Tikhomirov VV. Crystal undulators: from the prediction to the mature simulations. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2013;309:30–36. DOI: 10.1016/j.nimb.2013.03.013.
6. Bethe HA. *Intermediate quantum mechanics*. New York: Benjamin; 1964. 276 p.
Russian edition: Bethe H. *Kvantovaya mekhanika*. Bonch-Bruevich VL, editor. Moscow: Mir; 1965. 334 p.
7. Landau LD, Lifshitz EM. *Kvantovaya mekhanika. Nerelevativistskaya teoriya* [Quantum mechanics. Non-relativistic theory]. Moscow: Nauka; 1974. 752 p. (Teoreticheskaya fizika; tom 3). Russian.
8. Berestetskii VB, Lifshitz EM, Pitaevskii LP. *Kvantovaya elektrodinamika* [Quantum electrodynamics]. 3rd edition. Moscow: Nauka; 1989. 728 p. (Teoreticheskaya fizika; tom 4). Russian.
9. Landau LD, Lifshits EM. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of continuous media]. 2nd edition. Moscow: Nauka; 1982. 624 p. (Teoreticheskaya fizika; tom 8). Russian.
10. Jackson JD. *Classical electrodynamics*. 3rd edition. New York: Wiley; 1999. 832 p.
11. Tikhomirov VV. Quantum features of high energy particle incoherent scattering in crystals. *Physical Review Accelerators and Beams*. 2019;22(5):054501. Erratum in: *Physical Review Accelerators and Beams*. 2020;23(3):039901. DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.22.054501.
12. Tikhomirov VV. Incoherent ultrarelativistic particle scattering by nuclei at planar channeling. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2020;1:83–94. DOI: 10.33581/2520-2243-2020-1-83-94.
13. Esbensen H, Golovchenko JA. Energy loss of fast channeled particles. *Nuclear Physics A*. 1978;298(3):382–396. DOI: 10.1016/0375-9474(78)90140-9.
14. Esbensen H, Fich O, Golovchenko JA, Madsen S, Nielsen H, Schiøtt HE, et al. Random and channeled energy loss in thin germanium and silicon crystals for positive and negative 2-15-GeV/c pions, kaons, and protons. *Physical Review B*. 1978;18:1039–1054.
15. Burenkov AF, Komarov FF, Kumakhov MA. [Energy loss of charged particles in crystals]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*. 1980;78:1474–1489. Russian.
16. Zyla PA, Barnett RM, Beringer J, Dahl O, Dwyer DA, Groom DE, et al. Review of particle physics. *Physical Review D: Covering Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*. 2012;86(1):010001. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.010001.
17. Hubbell JH, Veigle WJ, Briggs EA, Brown RT, Cromer DT, Howerton RJ, et al. Atomic form factors, incoherent scattering functions, and photon scattering cross sections. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 1975;4:471–538.
18. Feranchuk ID, Gurskii LI, Komarov LI, Lugovskaya OM, Burgazy F, Ulyanenkov A. A new method for calculation of crystal susceptibilities for X-ray diffraction at arbitrary wavelength. *Acta Crystallographica A*. 2002;A58:370. DOI: 10.1107/s0108767302007997.
19. Skoromnik OD, Feranchuk ID, Leonau AU, Keitel CH. Analytic model of a multi-electron atom. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2017;50(24):245007. DOI: 10.1088/1361-6455/aa92e6.
20. Fano U. Inelastic collisions and the Moliere theory of multiple scattering. *Physical Review*. 1954;93(1):117–120.
21. Nitta H. Semiclassical theory of dechanneling and the diffusion coefficients. *Physica Status Solidi (b)*. 1985;131(1):75–86. DOI: 10.1002/pssb.2221310106.
22. Landau LD, Lifshitz EM. *Teoriya polya* [Field theory]. 7th edition. Moscow: Nauka; 1988. 512 p. (Teoreticheskaya fizika; tom 2). Russian.
23. Sommerfeld A. *Stroenie atoma i spektry. Tom 2* [Atomic structure and spectra. Volume 2]. Moscow: Gostekhizdat; 1956. 696 p. Russian.
24. Ter-Mikaelyan ML. *Vliyanie sredy na elektromagnitnye protsessy pri vysokikh energiyakh* [The influence of the environment on electromagnetic processes at high energies]. Erevan: Izdatel'stvo AN ArmSSR; 1969. 343 p. Russian.
25. Biryukov VM, Chesnokov YA, Kotov VI. *Crystal channeling and its application at high-energy accelerators*. Berlin: Springer; 2010. 219 p.
26. Scandale W, Taratin AM. Channeling and volume reflection of high-energy charged particles in short bent crystals. Crystal assisted collimation of the accelerator beam halo. *Physics Reports*. 2019;815:1–107. DOI: 10.1016/j.physrep.2019.04.003.
27. Otsuki E-Kh. *Vzaimodeistvie zaryazhennykh chastits s tverdymi telami* [Interaction of charged particles with solids]. Moscow: Mir; 1985. 280 p. Russian.
28. Mazzolari A, Sytov A, Bandiera L, Germogli G, Romagnoni M, Bagli E. Broad angular anisotropy of multiple scattering in a Si crystal. *The European Physical Journal C*. 2020;80:63. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5400-x.
29. Tikhomirov VV. Simulation of multi-GeV electron energy losses in crystals. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 1989;36(3):282–285. DOI: 10.1016/0168-583X(89)90670-8.
30. Tikhomirov VV. Quantitative theory of channeling particle diffusion in transverse energy in the presence of nuclear scattering and direct evaluation of dechanneling length. *The European Physical Journal C*. 2017;77:483. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5060-x.

Получена 23.06.2021 / исправлена 24.06.2021 / принята 22.07.2021.
Received 23.06.2021 / revised 24.06.2021 / accepted 22.07.2021.



УДК 539.1.07+539.1.074.3

ПЕРСПЕКТИВЫ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ В БЕЛАРУСИ

M. V. КОРЖИК¹⁾

¹⁾Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь

Обсуждаются ближайшие перспективы научных исследований в области ядерной физики для белорусских ученых. Рассматриваются следующие направления деятельности: участие в исследовательских проектах класса «мегасайенс», созданных в России и Евросоюзе, работа с новым поколением источников ионизирующего излучения, использование мировой ядерно-физической научной сети для краткосрочных исследований и мониторинг атомных электростанций. Предлагается сочетать дальнейшие изучение материи и определение ее состояния и эволюции во времени с рутинной деятельностью, связанной с выяснением деталей мира, для которых уже созданы достаточно хорошо проработанные модели. Далее уточняются гносеологические цели исследований в области ядерной физики. Они включают предотвращение потери знаний в области ядерной физики, сохранение приемлемой квалификации и ее воспроизведения, поддержание соответствующего уровня инженерного корпуса для восприятия новейших знаний. Статья основана на личном опыте участия автора в проектах высокой научной значимости. Маршрут рассмотрения областей приложения усилий ученых-ядерщиков построен по принципу максимальной отдачи от высококвалифицированных кадров – докторов и кандидатов наук. Подчеркивается важность подготовки магистрантов и аспирантов к научной карьере. Наконец, указывается на необходимость поддержания высокого уровня знаний в отрасли для проведения экспертизы по запросу правительства в рамках обеспечения безопасности и развития страны.

Ключевые слова: ядерно-физические исследования; научно-исследовательская платформа; ионизирующее излучение; ускоритель; коллайдер; ядерный реактор.

OUTLOOK FOR NUCLEAR PHYSICS RESEARCH IN BELARUS

M. V. KORZHIK^a

^aInstitute for Nuclear Problems, Belarusian State University,
11 Babrujskaja Street, Minsk 220006, Belarus

The future nuclear physics research capabilities for scientists from Belarus are discussed. The following branches for the activity: megascience class research platforms created in Russia and the European Union, a new generation of ionizing radiation sources, use of the world nuclear science network for short-term research and, monitoring of nuclear power plants are debated. The purposes of nuclear physics research are suggested to be a balanced combining of the further penetration deep into the matter, to clarify its status and time evolution and, the routine activity associated with clarifying the details of the world, for which sufficiently well-developed models have already been created. Further, the goals of nuclear physics research are specified. They include preventing the loss of knowledge in the field of nuclear physics; conservation of the acceptable qualification and its reproducibility, maintaining the appropriate level of the engineering

Образец цитирования:

Коржик МВ. Перспективы ядерно-физических исследований в Беларуси. Журнал Белорусского государственного университета. Физика. 2021;3:62–66 (на англ.).
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-62-66>

For citation:

Korzhik MV. Outlook for nuclear physics research in Belarus. Journal of the Belarusian State University. Physics. 2021;3:62–66.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-62-66>

Автор:

Михаил Васильевич Коржик – доктор физико-математических наук; заведующий лабораторией экспериментальной физики высоких энергий.

Author:

Mikhail V. Korzhik, doctor of science (physics and mathematics); head of the laboratory of experimental high energy physics. korzhik@inp.bsu.by



corps for the perception of the latest knowledge. This article is based on the author's personal experience in participating in projects of high scientific significance. The route of considering the areas of application of nuclear physics scientists' efforts is formed according to the principle of maximum return from the highly qualified personnel (PhDs and doctors of science). An importance of training undergraduates and graduate students for a scientific career is underlined. Finally, a need to maintain a high level of knowledge in the branch for the expertise upon the request of the government to secure and develop the country is pointed out.

Keywords: nuclear physics research; research platform; ionising radiation; accelerator; collider; reactor.

Introduction

The role of nuclear physics research in science can be defined based on the driving force of the development of human civilisation. The core of this development is the improvement of the living standards, and the promptness of progress is determined by several factors, among which the development of new sources of energy and its storage is perhaps the most important. For thousands of years, progress has been ensured by utilising chemical sources to extract energy from combustion and explosion, and in the last 150 years by electrical sources. Both types of sources provide relatively low storage density and energy extraction efficiency. This is because the electromagnetic interaction is responsible for the functioning of such sources, the minimum volume from which energy is extracted is a volume of the order of the size of an atom. Nuclear physics has discovered the possibility of storing and extracting energy from nuclei, objects that are much smaller in volume than atoms. As a result, humanity has received both nuclear power plants and nuclear weapons, including its most fearsome component, thermonuclear weapons. The prototypes of thermonuclear reactors for generating electrical energy are in progress on the Earth [1]. Further energy capabilities utilisation is associated with deeper penetration into the matter, the use of its varieties, and the search for opportunities to release energy from volumes comparable to the volume of the constituent particles of the nuclei of familiar matter or, on the contrary, from the other types of the matter. Thus, the main purpose of nuclear physics research is further penetration deep into the matter, to clarify its status and time evolution. This does not exclude the routine activity associated with clarifying the details of the world, for which sufficiently well-developed models have already been created. Firstly, we note the Standard Model, the triumphant confirmation of which required three generations of accelerators at the European Organisation for Nuclear Research (CERN (Geneva, Switzerland)): Proton Synchrotron, Super Proton Synchrotron, and Large Hadron Collider (LHC). The methodical work on the preparation of the Higgs boson measurement at the LHC took more than 20 years, culminating in the discovery of the particle [2]. The team of authors of ~4000 scientific workers from all over the Earth with a population of 7 bln people also included 19 scientists from Belarus with a population of ~9.5 mln people, which undoubtedly demonstrates the high level of qualifications of the scientists and education in our country. The question arises about the application of further efforts of nuclear scientists, the goals should be carefully clarified. I would suggest three essential goals. They are the preventing the loss of knowledge in the field of nuclear physics; conservation of the acceptable qualification and its reproducibility, maintaining the appropriate level of the engineering corps for the perception of the latest knowledge. This article focuses on the consideration of nuclear physics research in the country in the nearest future based on the author's personal experience in participating in projects of high scientific significance. Although the investigations under discussion, in view of the diversity of the issues under study, have long been divided into several directions, including the rapidly developing areas of particle and high-energy physics, in this article we will keep the subject of discussion under the generalised name «nuclear physics research». The genesis of considering the areas of application of scientists' efforts is formed according to the principle of maximum return from the highly qualified personnel (PhDs and doctors of science). Next, training undergraduates and graduate students for a scientific career. Last but not least, the maintaining a high level of knowledge in the branch for expertise upon the request of the government in order to develop the country. We are talking about a relatively small group of people who are highly qualified and strive to achieve high qualifications. But, despite the seemingly small number, they will have the mission of making a significant contribution to the preservation and progress of our nation, which has more than a thousand-year-old confirmed history, through the perception of the foundations of future technologies and their implementation in our life.

Megascience class research platforms

Nowadays, the major direction in the development of research in the field of nuclear physics is the creation of multidisciplinary research platforms with the general name «megascience» to designate unique world-class scientific installations. The closest to us are the 4+ generation synchrotron radiation source being created in Russia (Novosibirsk region), the prototype of a pulsed neutron source based on the spallation type reactions



(Protvino, Moscow region), the International Center for Neutron Research based on the high-flux PIK reactor (Gatchina, Leningrad region), the Zelenograd synchrotron radiation source, the upgraded KISI-Kurchatov specialised synchrotron radiation source (Moscow), and the NICA collider (Joint Institute for Nuclear Research, Dubna). Russia, as the major direction for coming years, has chosen synchrotron-neutron research. Many the above facilities are being created for interdisciplinary research, much of nuclear physics, but also in the interests of materials science, biology and, mainly, the development of nature-like technologies. The NICA collider, conversely, has a highly specialised mission to penetrate deep into the matter and has a scientific program that would be complementary to the work at GSI (FAIR) accelerator-storage ring (Darmstadt, Germany).

Other centers of European importance are in Lund (Sweden) European Spallation Source (ESS) and CERN, perhaps the main platform for research in this area on the Earth. Belarusian physicists began to take an active part in CERN programs starting with the LHC program. Despite the fast discovery of the Higgs predicted particle during the first period of the data acquisition, all experiments on the LHC ring have a high potential for making measurements to refine the nuances of the Standard Model. Particular attention is paid to the modernisation of the ALICE and LHCb experiments, which are focused on the study of quark-gluon plasma and search for light-by-light scattering and search for physics beyond the Standard Model (axion-like particles). The work is planned for the next fifteen years.

At the same time, the creation and operation of general-purpose experimental facilities of the CMS and ATLAS collaborations [3; 4] also highlighted several problems of detectors created on the basis of twenty-year-old technologies. The prime motivation of these experiments at LHC was to elucidate the nature of electroweak symmetry breaking for which the Higgs mechanism is presumed to be responsible. The Standard Model predicts that the Higgs boson lasts for only a very short time before it breaks up, or decays, into other well-known particles. The boson decay channels $\gamma\gamma$, ZZ and WW are equally sensitive in the search for a Higgs boson around 125 GeV. The $\gamma\gamma$ channel is especially important as it allows the mass of the new particle to be measured with precision [5]. In the $\gamma\gamma$ channel, the mass is determined from the energies and directions of two high-energy photons measured by the electromagnetic calorimeter. Although the branching ratio for the decay of a 125 GeV Higgs into two γ -rays is as low as 0.3 %, this decay mode is one of the most important at this energy because both photons can be measured very accurately, and the backgrounds can be precisely estimated.

Apparently, the need to accurately measure the parameters of an open particle has led to the need to increase the luminosity of the LHC accelerator from 2025. This, in turn, will cause an increase in the radiation background, especially its hadronic component. Therefore, the radiation load on the detectors will increase, and the performance of the detectors will not drastically improve. Therefore, it was decided to create a new family of the Future Circular Collider (FCC) at CERN, Circular Electron – Positron Collider in China, and Future Electron-Ion Collider at Brookhaven (USA), which continue the LHC scientific program within the Standard Model and beyond. To reduce background at the experimental points all the colliders will use electron beams to create so-called Higgs factories. Both empirical and theoretical motivations of the new generation of the colliders include global matters: precision electroweak physics, dark matter, matter-antimatter asymmetry, electroweak hierarchy.

The Research Institute for Nuclear Problems of the Belarusian State University is actively involved in the work on the preparation of the scientific program and the development of the essential detecting techniques at FCC. The creation of new technologies for the next generation of circular colliders will require the attraction of fresh brains, which in turn creates unique opportunities for training highly qualified personnel in the following areas: nuclear physics, big data analysis, new materials, photonics, nano-electronics, computer science, accelerating technologies, global simulations. Worth noting, the preparation and the implementation of chains from term papers to dissertations on various topics of the collider creation program. Participation in these works will allow us to get access to the most modern means of measurement and analysis, including electronic equipment, supercomputers, and software. The positive experience has already been gained through the participation of the country's scientists in the framework of the LHC program. Participation in the programs of new nuclear physics platforms requires relevant intergovernmental and interagency agreements. The National Academy of Sciences of Belarus and National Research Centre «Kurchatov Institute» are negotiating on participation in research at megascience class facilities in Russia. Belarus is a JINR member state, and the next step is to update relationships with CERN.

Towards an accelerator' sources of ionising radiation

One of the major trends in nuclear physics measurements is the transfer to accelerator sources of ionising radiation operating on the principle of widespread artificial sources of electromagnetic radiation of type «plug and work» (PW). Recently, accelerator sources of charged particles coupled with targets for obtaining the X-ray spectrum have become widely spread in industry and measurement technology [6]. It should be noted



the inspection technique for safety reasons, non-destructive testing, elemental analysis, medical diagnostics, and visualisation. The use of electron beams with an energy of more than 6 MeV also makes it possible to obtain a neutron flux due to photo-nuclear reactions with targets made of heavy metals. The main advantage of PW sources is that they cannot be used for other doubtful purposes. Unlike isotope-based sources, which generally have a small physical volume, intense PW sources contain massive shielding elements and high-voltage power supplies and can only be moved using vehicles. The use of PW sources eliminates the need to create an expensive infrastructure for the control, storage, and disposal of radioactive sources. The development of such sources, the creation of a new generation of sources for industry and research is an urgent need. To train specialists in this field, it is necessary to consider the possibility of creating a specialised center in the republic, for example, as part of the Institute for Nuclear Problems of the Belarusian State University, to install accelerators for protons and electrons with energies up to 20 MeV. Such accelerators are mass-produced in Russia and other countries with a developed nuclear instrumentation industry. This would make it possible to provide training for specialists in accelerator technologies and the operation of accelerator installations, as well as the acquisition of skills in methodical work for carrying out measurements with accelerator sources of ionising radiation.

Mastering international facilities for short-term measurements

For a Central European country like ours, there is no need to create separate research platforms in the field of nuclear physics that provide measurement services. This is due to the geographical proximity of countries such as Russia and the European Union. For example, the Russian program for the development of synchrotron-neutron research aims to create multi-user systems, the radiation will be distributed over measuring stations. Experts of various profiles, from biologists to physicists and chemists, can carry out measurements at the stations at the same time. In contrast, carrying out measurements with beams requires certain qualifications in understanding the architecture of the measuring equipment, the data collection system, and their processing. Thus, each of the groups carrying out the measurements should preferably have a nuclear engineer responsible for the safety and carrying out measurements, as well as the docking of the modelling of ionising radiation in objects and the measured properties. Nuclear physics modelling should become an integral part of the relevant profile of university education. A short-term visit to the measurement site should be preceded by a simulation of the measurement conditions and expected values and the time of the data acquisition. This is due to the significant cost of operating a measuring station at a synchrotron or neutron source however, the expenses for the short-time visits cannot be compared with the cost of the construction and operating the research platforms themselves. Measurement services will be provided by ESS and the Nuclear Research Center in Grenoble (France). The classic reactor research facilities on fuel rods, which were built near scientific clusters, as a rule, in the capital cities, are becoming a thing of the past. This is due not so much to the exhaustion of their research potential as to security issues.

Measurements near nuclear power plants

A widespread point of view is that nuclear power plants are commercial facilities for which the creator bears a warranty, that is, work by other specialists, except those authorised by the creator of the plant, is limited. In the State Atomic Energy Corporation (Russia nuclear energy plants producer), such authorisation can take years. The disasters at Chernobyl and Fukushima raised the level of corporate responsibility in many ways more stringent than in the space industry. At the same time, a compact localisation of nuclear power plants allows for external monitoring. Moreover, the development of techniques for ionising radiation measurements allows us to hope for rapid progress in the development of methods for remote monitoring of fuel cycles of stations. One of the promising methods is the registration of reactor antineutrinos. Antineutrino is a weakly interacting particle. Therefore, its detection is a special art in the technique of nuclear physics measurements. In contrast, the development of compact solid-state antineutrino detectors can make this procedure close to routine. Therefore, there will be a demand for specialists in the field of antineutrino registration. Yet, we do not completely understand the physics of neutrino and antineutrino at the same level as electromagnetic radiation. Rapid progress in this area could provide a bridge to measuring even less visible dark matter particles.

Библиографические ссылки

1. Фридман В. Мегапроект века – это только начало. *В мире науки*. 2014;6:60–69.
2. CMS collaboration, observation of a new bozon at a mass of 125 GeV with the CMS experiment, at the LHC. *Physics Letters B* [Internet]. 2012 [cited 2020 November 5];716:30–61. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1207.7235.pdf>.
3. The CERN Large Hadron Collider: accelerator and experiments. CERN Document Server [Internet]. 2009 [cited 2020 November 5]. Available from: <https://cds.cern.ch/record/1244506>.



4. LHC Experiments Committee, technical proposal. Geneva: CERN [Internet]; 1994 [cited 2021 June 5]. Available from: <http://cds.cern.ch/record/290969> (LHC technical proposal; volume 1).
5. Lecoq P, Gektin A, Korzhik M. *Inorganic Scintillators for detecting systems*. New York: Springer; 2017. 408 p.
6. Baryshevsky VG, Feranchuk ID, Ulyanenkov AP. *Parametric X-ray radiation in crystals: theory, experiment and applications*. Berlin: Springer; 2006. 172 p. (Springer tracts in modern physics).

References

1. Fridman V. [The megaproject of the century is just the beginning]. *V mire nauki*. 2014;6:60–69. Russian.
2. CMS collaboration, observation of a new bozon at a mass of 125 GeV with the CMS experiment, at the LHC. *Physics Letters B* [Internet]. 2012 [cited 2020 November 5];716:30–61. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1207.7235.pdf>.
3. The CERN Large Hadron Collider: accelerator and experiments. CERN Document Server [Internet]. 2009 [cited 2020 November 5]. Available from: <https://cds.cern.ch/record/1244506>.
4. LHC Experiments Committee, technical proposal. Geneva: CERN [Internet]; 1994 [cited 2021 June 5]. Available from: <http://cds.cern.ch/record/290969> (LHC technical proposal; volume 1).
5. Lecoq P, Gektin A, Korzhik M. *Inorganic Scintillators for detecting systems*. New York: Springer; 2017. 408 p.
6. Baryshevsky VG, Feranchuk ID, Ulyanenkov AP. *Parametric X-ray radiation in crystals: theory, experiment and applications*. Berlin: Springer; 2006. 172 p. (Springer tracts in modern physics).

Received 09.07.2021 / revised 09.08.2021 / accepted 09.08.2021.



УДК 539.1

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ КАЛОРИМЕТРИЯ НА ОСНОВЕ PWO ДЛЯ РАБОТЫ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

П. О. ОРСИЧ¹⁾, К.-Т. БРИНКМАНН²⁾, В. И. ДОРМЕНЕВ²⁾,
М. В. КОРЖИК¹⁾, В. А. МЕЧИНСКИЙ¹⁾, Д. Ю. КОЗЛОВ¹⁾, Х.-Г. ЦАУНИК²⁾

¹⁾Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь

²⁾Гисенский университет им. Юстуса Либиха, ул. Хайнрих-Буфф-Ринг, 16, 35392, Гисен, Германия

Ухудшение оптического пропускания сцинтилляционного кристалла под действием ионизирующего излучения в сцинтилляционном спектральном диапазоне приводит к потерям светового потока, вследствие чего энергетическое разрешение снижается и время работы калориметра на основе сцинтилляторов ограничивается. Этот эффект особенно заметен для калориметров, работающих при низких температурах. Использование сцинтилляционного кристалла вольфрамата свинца (PbWO_4) в калориметрии при низких температурах (от -20 до -45 °C) обеспечивает трехкратное увеличение сцинтилляционного выхода, что приводит к значительному улучшению энергетического разрешения (до 10 МэВ). Сохранение этой особенности критически важно для адронной спектроскопии. Однако при понижении температуры кристалла PbWO_4 скорость спонтанной релаксации центров окраски, созданных под действием ионизирующего излучения, значительно замедляется, что смещает динамический уровень наведенного поглощения в сторону более высокого значения при длительном облучении в экспериментах физики высоких энергий. Проведено сравнение спонтанной релаксации наведенного поглощения в спектральной области сцинтилляций со стимулированным восстановлением при облучении образцов инфракрасными фотонами разных длин волн. Показано, что релаксация центров окраски может быть ускорена до тысячи раз. Таким образом, стимулированное восстановление позволяет быстро и эффективно возобновить оптическое пропускание кристаллов либо между периодами работы ускорителя, либо при сборе данных в онлайн-режиме, при этом извлекать кристаллы из экспериментальной установки не требуется. Применение стимулированного восстановления может существенно улучшить работу калориметров на основе

Образец цитирования:

Орсич ПО, Бринкманн К-Т, Дорменев ВИ, Коржик МВ, Мечинский ВА, Козлов ДЮ, Цауник Х-Г. Электромагнитная калориметрия на основе PWO для работы при низких температурах. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2021;3:67–73 (на англ.).

<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-67-73>

For citation:

Orsich PO, Brinkmann K-T, Dormenev VI, Korzhik MV, Mechinsky VA, Kozlov DYu, Zaunick H-G. PWO based electromagnetic calorimetry to operate at a low temperature. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2021;3:67–73.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-67-73>

Авторы:

Павел Олегович Орсич – научный сотрудник лаборатории экспериментальной физики высоких энергий.

Кай-Томас Бринкманн – доктор физико-математических наук; профессор 2-го Института физики.

Валерий Иванович Дорменев – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник 2-го Института физики.

Михаил Васильевич Коржик – доктор физико-математических наук; заведующий лабораторией экспериментальной физики высоких энергий.

Виталий Александрович Мечинский – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник лаборатории экспериментальной физики высоких энергий.

Дмитрий Юрьевич Козлов – научный сотрудник лаборатории экспериментальной физики высоких энергий.

Ханс-Георг Цауник – кандидат физико-математических наук; ведущий научный сотрудник 2-го Института физики.

Authors:

Pavel O. Orsich, researcher at the laboratory of experimental high energy physics.

porsich@cern.ch

Kai-Thomas Brinkmann, doctor of science (physics and mathematics); professor at the 2nd Physics Institute.

kai-thomas.brinkmann@exp2.physik.uni-giessen.de

Valery I. Dormenev, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the 2nd Physics Institute.

valery.dormenev@exp2.physik.uni-giessen.de

Mikhail V. Korzhik, doctor of science (physics and mathematics); head of the laboratory of experimental high energy physics.

korzhik@inp.bsu.by

Vitaly A. Mechinsky, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the laboratory of experimental high energy physics.

vitaly.mechinsky@cern.ch

Dmitry Yu. Kozlov, researcher at the laboratory of experimental high energy physics.

kodmur@ya.ru

Hans-Georg Zaunick, PhD (physics and mathematics); leading researcher at the 2nd Physics Institute.

hans-georg.zaunick@exp2.physik.uni-giessen.de





PbWO₄ или продлить срок их службы при низких температурах с сохранением радиационного повреждения оптического пропускания кристаллов на приемлемом уровне.

Ключевые слова: электромагнитный калориметр; сцинтиляционный кристалл вольфрамата свинца; радиационное повреждение; световой выход; оптическое пропускание; стимуляционное восстановление.

PWO BASED ELECTROMAGNETIC CALORIMETRY TO OPERATE AT A LOW TEMPERATURE

P. O. ORSICH^a, K.-T. BRINKMANN^b, V. I. DORMENEV^b,
M. V. KORZHIK^a, V. A. MECHINSKY^a, D. Yu. KOZLOV^a, H.-G. ZAUNICK^b

^aInstitute for Nuclear Problems, Belarusian State University, 11 Babruyskaja Street, Minsk 220006, Belarus
^bJustus Liebig University Giessen, 16 Heinrich-Buff-Ring, Giessen D-35392, Germany

Corresponding author: P. O. Orsich (porsich@cern.ch)

The degradation of the optical transmittance under ionising radiation of the scintillation crystal in the scintillation spectral range leads to the losses of the light output, which results in the deterioration of the energy resolution and limits the operation time of the calorimeter made of the scintillator. This effect is especially prominent for calorimeters operating at a low temperature. The use of a lead tungstate scintillation crystal PbWO₄ in calorimetry at a low temperature in the range from –20 to –45 °C provides a threefold increase in its scintillation yield, which causes a significant improvement in the energy resolution in the range up to 10 MeV. Keep on this feature is critically important for hadron spectroscopy. However, as the temperature of the PbWO₄ crystal is lowered, the rate of spontaneous relaxation of colour centers created under ionising radiation significantly slows down, which shifts the dynamic level of the induced absorption towards a higher value under long-term irradiation of high-energy physics experiments. A comparison is made of the spontaneous relaxation of induced absorption in the spectral region of scintillations with stimulated relaxation upon irradiation of samples by infrared photons of different wavelengths. It is shown that the relaxation of colour centers can be accelerated up to one thousand times. Thus, recovery stimulation allows fast and efficient *in situ* recovery of the crystal optical transmittance either at beam-off periods or online at data acquisition. The application can substantially improve or extend the running period of the PWO based calorimeters at low temperatures by keeping the radiation damage at a tolerable level.

Keywords: electromagnetic calorimetry; lead tungstate scintillation crystal; radiation damage; light yield; optical transmittance; stimulated recovery.

Introduction

Nowadays, lead tungstate (PbWO₄, PWO) scintillation crystal is the most widely used scintillation material in modern electromagnetic calorimetry at high energy physics experiments [1; 2]. Deterioration of the optical transmittance of PWO crystals occurs in electromagnetic calorimeter (ECAL) operation in harsh irradiation environments due to the creation of colour centers under ionising radiation. The radiation-induced optical absorption, which overlaps the scintillation band, limits the energy resolution of the calorimeter.

Dependence of the ECAL energy resolution may be parameterised as the quadratic sum of three terms [3]:

$$\frac{\sigma_E}{E_0} = \frac{a}{\sqrt{E_0}} \oplus \frac{b}{E_0} \oplus c,$$

where the symbol \oplus indicates a quadratic sum.

The first term, with coefficient a , is the stochastic term, arising from fluctuations in the number of signal photons generated by ionising particles. Fluctuations in the measurement of the signal contribute as well.

Moreover, the second term, with coefficient b , is usually referred to as the noise term. It receives contributions not only from noise in the readout electronics, but also from effects such as «pile-up» (simultaneous energy deposition by uncorrelated particles).

The third term is the constant term with coefficient c . It arises from several effects including imperfections in calorimeter construction (dimensional tolerances, etc.), non-uniformities in signal collection, calibration errors, fluctuations in longitudinal energy containment, etc.

For example, the stochastic term in the resolution function is dominated by statistical fluctuations in the number of detected photoelectrons and can be evaluated for an ideal crystal calorimeter by formula [3]



$$a = \sqrt{\frac{F}{n_e}}, \quad (1)$$

where F is the Fano factor, and n_e is the number of detected photoelectrons. Hence, the stochastic term is controlled by both the light yield of the scintillation material and the light collection affecting the transport of photons to the photoreceiver window. Thus, the deterioration of the response of the calorimeter is due to the loss in the light collection. At such conditions, the rate of the spontaneous recovery of the colour centers, in order to keep their dynamical concentration small at a given dose rate, becomes a crucial parameter of the detection material. For the lead tungstate scintillation crystal, the light yield of which might be increased by cooling, the fast recuperation of the colour centers at low operational temperature stands as a decisive property. Unfortunately, the spontaneous recovery processes are significantly slowed down in PWO by cooling [4].

A possible way to recuperate the radiation-induced optical transmission damage during the ECAL operation will be described here. The method is based on the implementation of stimulated recovery based on the injection of infra-red (IR) light into each crystal of the electromagnetic calorimeter.

Experimental results and discussion

Lead tungstate is a self-activated scintillator [5]. Therefore, the luminescence has a strong temperature quenching, which provides fast scintillation kinetics with a decay constant of about 10 ns. The light yield of the lead tungstate crystal varies with temperature coefficient ($-3\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$) [6; 7] in the temperature range from $+50$ to $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Figure 1 shows dependence of the light output on the integration time of the ensuring electronics behind the fast readout photomultiplier tubes at different temperatures. The overall gain factor of the light yield at $T = -40\text{ }^{\circ}\text{C}$ compared to $T = +20\text{ }^{\circ}\text{C}$ is seven.

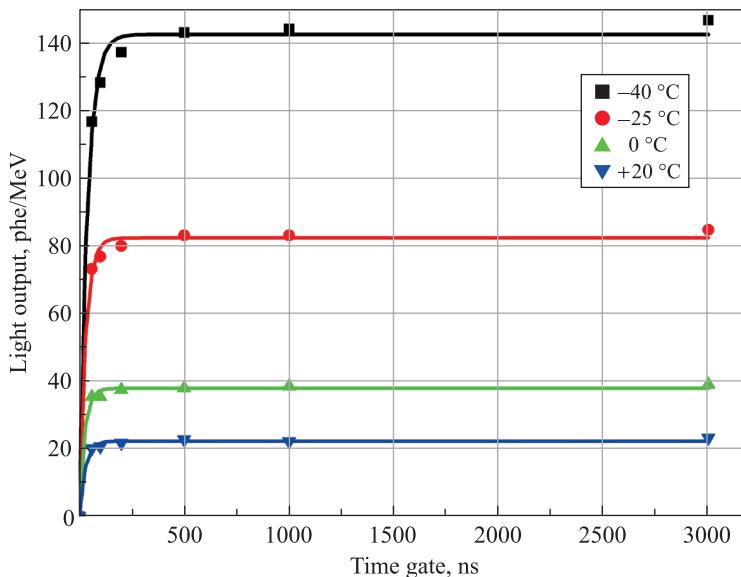


Fig. 1. Gated light output of PWO scintillator ($20 \times 20 \times 200$ mm) coupled to a Hamamatsu R2059 photomultiplier (Japan) tube at different temperatures

An increase of the light yield allows improving the energy resolution of the detector at hundreds of MeV photon energy, which is crucially important for precise spectroscopy in hadron physics. The gain in energy resolution obtained with a 3×3 matrix made of 200 mm long PWO crystals [8] confirms this statement and is presented in fig. 2. Apparently, a decrease of the PWO based detector operational temperature is a prospective way to achieve better energy resolution of the PWO based detector.

According to these experimental results, energy resolutions of $\frac{\sigma}{E} = 1.11/\sqrt{E} \oplus 1.67$ and $\frac{\sigma}{E} = 1.88/\sqrt{E} \oplus 1.79$ (in %; E given in GeV) were deduced at -25 and $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$, respectively. The reduced energy resolution at $T = +10\text{ }^{\circ}\text{C}$ is consistent with the lower light output due to thermal quenching and is quantitatively expressed by the higher stochastic term in the parametrisation of the resolution [10]. Assuming the ratio of light yields at -25 and $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$ around 2.5–3.0 from fig. 2, the stochastic terms of energy resolutions from experiment agree well with equation (1).

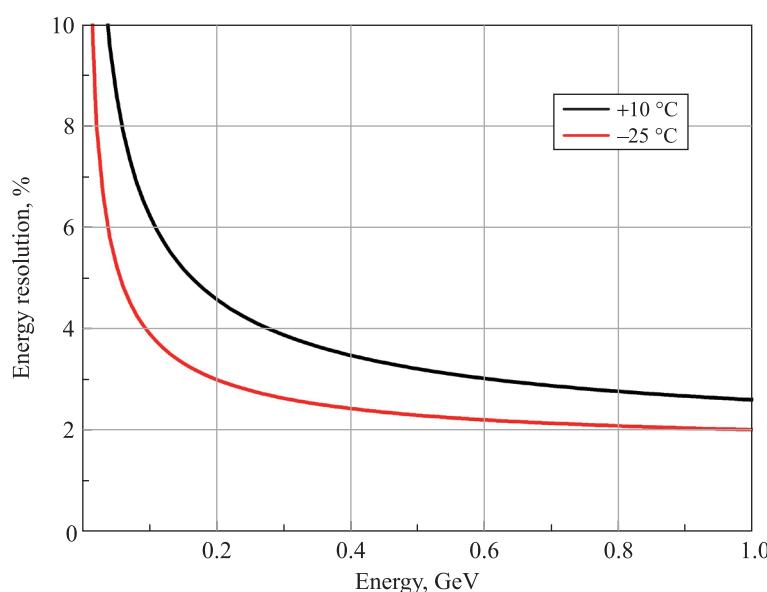


Fig. 2. The energy resolution of a 3×3 PWO matrix of 200 mm long crystals measured at two different operating temperatures of -25 and $+10$ °C, respectively (after [9])

When a lead tungstate crystal is exposed to ionising radiation, the pre-existing point defects of the crystal structure may act as traps for electrons or holes. The resulting charged defects have discrete energy levels and optical transitions can be induced, absorbing part of the scintillation light that propagates in the crystal toward the photodetector.

Ionising radiation damage of optical transmission of the inorganic crystal can be considered as a three step process consisting of creation of hot electrons and holes from the interaction of ionising particles with the crystal lattice; free carrier separation during the thermalisation (through strong coupling with lattice phonons) and diffusion process; localisation of electrons and holes near lattice defects, to balance local charge. This chain results in the creation of colour centers overlapping the scintillation band.

Up to five types of colour centers have been identified in lead tungstate with corresponding absorption bands at 350–400; 470; 520; 620 and 715 nm [11; 12]. Only three of them having absorption bands in the blue-green spectral range overlap the scintillation band. Absorption bands in the 350–400 nm spectral range are caused by the recharge of the WO_3^{2-} Frenkel-type defect centers, whereas 470 and 520 nm absorption bands, which also overlap the scintillation band, are caused by several types of di- O^- centers [5].

The slowing of spontaneous recovery becomes observable already at the cooling the crystal to $+10$ °C. The spontaneous recovery of the radiation induced absorption coefficient at 420 nm after irradiation of two PWO samples at $+22$ and $+10$ °C is shown in fig. 3.

Stimulated recovery of the optical transmittance was measured during 50 and 500 h for short and long PWO samples, respectively. Irradiation was performed using a ${}^{60}\text{Co}$ source to a radiation dose of 100 Gy. Recovery with a fast constant was not observed in the small samples, since the measurements were taken 30 min after irradiation. The measurements for full-size samples were taken 2 min after irradiation.

The experimental data of recovery kinetics are approximated and the parameters of spontaneous recovery of the radiation induced absorption coefficient for PWO samples at $+22$ and $+10$ °C are presented in table 1. The time constant was evaluated with an accuracy of better than 5 %.

Table 1
Spontaneous recovery parameters of the radiation induced absorption coefficient for PWO samples at $+22$ and $+10$ °C, respectively

PWO sample, cm	Temperature, °C	Recovery time constant, h			Fraction (f) of fast and slow constant, %			Amplitude, m $^{-1}$		
		τ_f	τ_1	τ_2	$f_{\tau f}$	$f_{\tau 1}$	$f_{\tau 2}$	k_f^{\max}	k_1^{\max}	k_2^{\max}
$2 \times 2 \times 2$	+22	—	9.9	1541.0	—	—	—	—	0.205	1.040
	+10	—	18.7	4278.0	—	—	—	—	0.035	1.389
$2.5 \times 2.5 \times 20.0$	+22	0.18	71.0	109.6	0.0002	19.2	80.8	0.078	0.190	0.520
	+10	0.42	74.3	771.2	10^{-7}	3.0	97.0	0.120	0.240	0.800

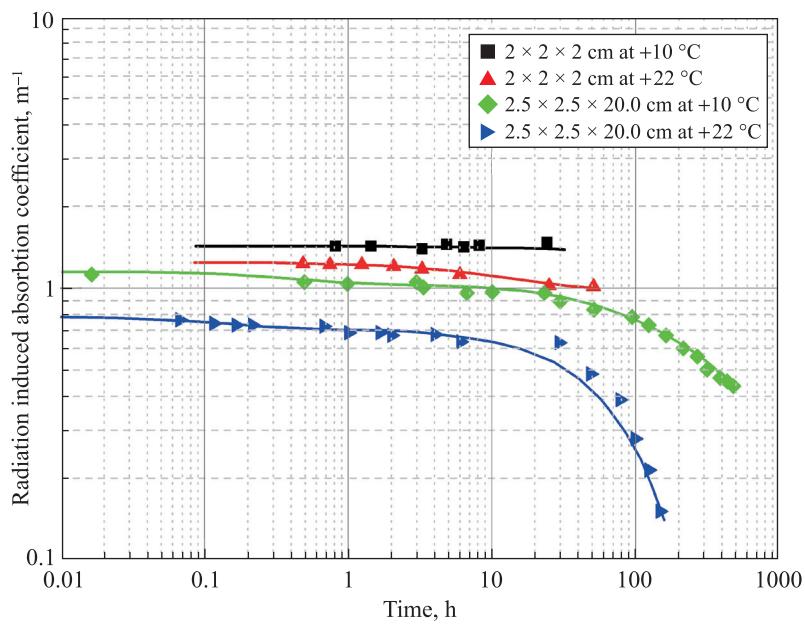


Fig. 3. Spontaneous recovery of the radiation induced absorption coefficient at 420 nm of two PWO samples irradiated and measure at +22 and +10 °C.
Samples are courtesy of the PANDA Collaboration at FAIR (Darmstadt)

The contribution of the fast recovery constant is accounted for less than 20 % at +22 to +10 °C. This effect can be explained by low concentration of colour centers in the crystal. Decreasing the temperature significantly reduces the contribution of the fast recovery constant. The recovery time constant for PWO at -25 °C can be evaluated by linear approximation in the low temperature region of the recovery constants obtained for the 20 cm long PWO crystal. The recovery time constant for PWO at -25 °C was estimated at the level of as much as 260 000 h (~30 years). Conversely, radiation damage of optical transmittance for a PWO crystal can be reduced by application of stimulated recovery. The stimulated recovery can be carried out by annealing the crystal or by injection of visible light or even infrared radiation. The application of stimulated recovery makes it possible to restore optical transmittance *in situ* either during technological breaks in the operation of the accelerator or even during the operation of the accelerator if the photosensor is insensitive for the wavelength range of injected photons. The recovery of the optical transmittance of the detector modules of a calorimeter will increase their lifetime, maintaining the radiation induced absorption at an acceptable level.

There are two actual processes initiated by the photons: ionisation of colour centers and transport of the captured electron from ground state of the colour center to its radiation level. The first process depends on the energy width of the conduction band and the position of the colour center ground state in the forbidden zone and may be initiated in a wide spectral range from UV to visible light. However, ionisation of colour centers is an improvident way because the energy E_{ph} of the injected photons should be much greater than the thermal activation energy of colour centers E_{TA} . The second process, called stimulated recovery, is an intra-center resonant transition that can be initiated by photons with an energy E_{ph} even as low as $E_{ph} \sim E_{TA}$, so even infrared photons can initiate it. In this case, stimulation can even be applied simultaneously with ionising irradiation, in particular, if the photosensor used is blind for the chosen wavelength region. As a consequence, the level of the dynamic saturation of the induced optical absorption in the crystal will be reduced.

The spontaneous and stimulated recovery of the transmittance at 420 nm at -25 °C of a lead tungstate crystal after gamma-irradiation (30 Gy absorbed dose) is shown in fig. 4. The process of transmittance recovery was monitored with a 420 nm LED pulsed source with intensity stabilised at the level of 0.1 %. A significant acceleration of the recovery of the transmittance is observed with stimulation via intracenter transitions with IR photons in the range 850–1060 nm. This effects is achieved by illuminating with photons at different wavelengths produced by laser diodes with an intensity $1 \cdot 10^{17}$ photons per second in the wrapped lead tungstate crystal of 20 cm length cooled down to -25 °C. Deterioration of the relative optical transmittance of PWO crystals was controlled by the monitoring system which provides continuous measurements of the relative optical transmission in the blue spectral region with a peak around 420 nm after irradiation and during the stimulated

recovery. The recovery curves are fitted with a double exponential function of the form $1 - a_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - a_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} - c$, where $a = a_1 + a_2$ is the sum of recovery; τ_1 and τ_2 are the fast and slow recovery constants, respectively;



c is the residual damage according to range time of illumination; $1 - (a + c)$ is the total initial damage. For more details, the experimental setup for studying stimulated recovery of the radiation damage of lead tungstate crystals is described elsewhere [13].

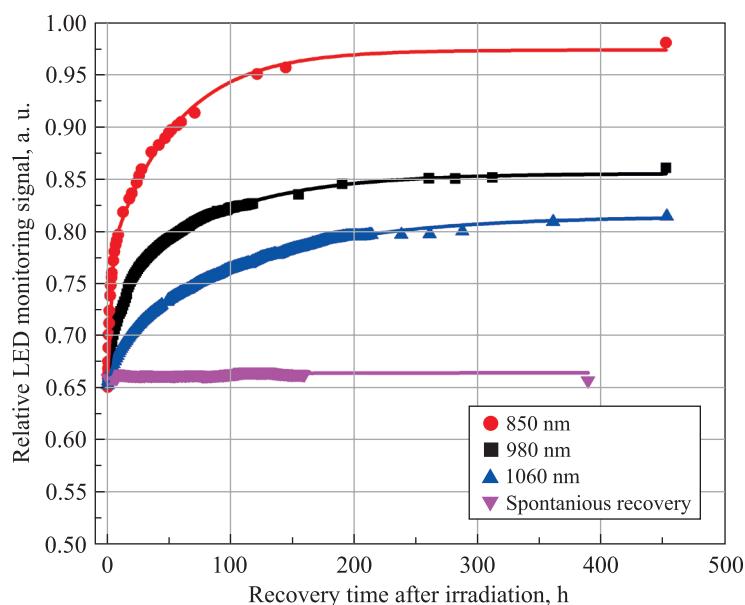


Fig. 4. Changes of relative transmittance at 420 nm of a PWO crystal at $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ due to spontaneous recovery and under stimulated recovery by photons with different wavelengths of intensity $1 \cdot 10^{17}$ photons per second after 30 Gy absorbed dose

Stimulated recovery provides simultaneous changes of relative transmittance in a wide spectral range. The stimulated recovery constants of a lead tungstate crystal for the transmittance at 420 nm and at $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ after gamma-irradiation measured for different wavelengths of injected photons are presented in table 2.

Table 2

Stimulated recovery parameters of the radiation induced absorption coefficient for PWO samples at $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ for different wavelengths of injected photons

Wavelength of injected photons, nm	Stimulated recovery constant, h		Fraction (f) of fast and slow constant, %		$a = a_1 + a_2$	Residual damaged transmittance, %
	τ_f	τ_s	f_{tf}	f_{ts}		
850	1.9	52.6	2.0	98.0	32.0	3
980	10.7	81.5	8.6	91.4	19.6	14
1060	10.4	106.3	2.2	97.7	15.2	19

As seen, stimulation of the colour centers by IR photons is able to accelerate the recuperation of the crystal optical transmittance by three orders of magnitude. This finding makes a very perspective described approach to keep ECAL acquisition capabilities at the operation at low temperatures.

Conclusions

An approach to keep ECAL detector capabilities constant, while operating at low temperature is described. The PWO scintillator radiation-induced damage recovery stimulation by illumination with external light of IR photons was found to be an effective way to recuperate radiation-damaged optical transmittance.

Recovery time may be accelerated by a factor 1000 in a comparison with the spontaneous process. This finding may have a strong impact on future detector concepts, how to maintain the performance of electromagnetic calorimeters at accelerator experiments based on PWO scintillator. *In situ* recuperation of optical transmission of scintillator elements by stimulated recovery during the breaks between or even in parallel with the data acquisition can substantially improve the detector performance and prolong its lifetime under tolerable conditions. Since commonly used photosensors are blind in the IR region, stimulated recovery can possibly be applied even during detector operation and data acquisition.



References

1. Breskin A, Rüdiger V, editors. The CERN Large Hadron Collider: accelerator and experiments. Geneva: CERN; 2009. 2 volumes.
2. Novotny RW, Doring W, Dormenev V, Drexler P, Erni W, Rost M, et al. Performance of PWO-II prototype arrays for the EMC of PANDA. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2008;55(3):1295–1298. DOI: 10.1109/TNS.2008.922807.
3. Brown RM, Cockerill DJA. Electromagnetic calorimetry. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2012;666:47–79. DOI: 10.1016/j.nima.2011.03.017.
4. Semenov PA, Uzunian AV, Davidenko AM, Derevschikov AA, Goncharenko YM, Kachanov VA, et al. First study of radiation hardness of lead tungstate crystals at low temperatures. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2007;582(2):575–580. DOI: 10.1016/j.nima.2007.08.178.
5. Lecoq P, Gektin A, Korzhik MV. *Inorganic scintillators for detector systems: physical principles and crystal engineering*. 2nd edition. Cham: Springer; 2017. [408 p.] (Particle acceleration and detection). DOI: 10.1007/978-3-319-45522-8.
6. Burachas S, Ippolitov M, Manko V, Nikulin S, Vasiliev A, Apanasenko A, et al. Temperature dependence of radiation hardness of lead tungstate (PWO) scintillation crystals. *Radiation Measurements*. 2010;45(1):83–88. DOI: 10.1016/j.radmeas.2009.11.038.
7. Borisevich AE, Fedorov AA, Hofstaetter A, Korzhik MV, Meyer BK, Mishevitch O, et al. Lead tungstate crystal with increased light yield for the PANDA electromagnetic calorimeter. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2005;537(1–2):101–104. DOI: 10.1016/j.nima.2004.07.244.
8. PANDA Collaboration, et al. Technical design report for PANDA electromagnetic calorimeter (EMC). 2008. e-Print:0810.1216 [physics.ins-det].
9. Novotny R-W. Fast and compact lead tungstate-based electromagnetic calorimeter for the PANDA detector at GSI. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2004;51(6):3076–3080. DOI: 10.1109/TNS.2004.839100.
10. Novotny R-W, Burachas SF, Döring WM, Dormenev V, Goncharenko YM, Korzhik MV, et al. Radiation hardness and recovery processes of PWO crystals at -25 °C. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2008;55(3):1283–1288. DOI: 10.1109/TNS.2008.916062.
11. CMS Collaboration, et al. Radiation hardness qualification of PbWO₄ scintillation crystals for the CMS electromagnetic calorimeter. *Journal of Instrumentation*. 2010;5:P03010. DOI: 10.1088/1748-0221/5/03/P03010.
12. Annenkov AN, Auffray E, Borisevich AE, Drobyshev GYu, Fedorov AA, Inyakin A, et al. On the mechanism of radiation damage of optical transmission in lead tungstate crystal. *Physica Status Solidi (a)*. 2002;191(1):277–290. DOI: 10.1002/1521-396X (200205)191:1<277::AID-PSSA277>3.0.CO;2-7.
13. Orsich P, Dormenev V, Brinkmann K-T, Korzhik M, Moritz M, Novotny R-W, et al. Stimulated recovery of the radiation damage in lead tungstate crystals. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2020;67(6):952–955. DOI: 10.1109/TNS.2020.2975889.

Received 16.08.2021 / revised 23.08.2021 / accepted 03.09.2021.

ИСТОРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

HISTORICAL MATERIALS

УДК 378.4:001.89

К 60-ЛЕТИЮ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Н. Г. АБРАШИНА-ЖАДАЕВА¹⁾, И. И. РУШНОВА¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Представлены ключевые достижения кафедры высшей математики и математической физики физического факультета БГУ за 60 лет ее существования. Приведены главные этапы развития кафедры – от создания в 1961 г. как общеобразовательной, обеспечивающей чтение лекционных курсов и проведение практических занятий по всем разделам высшей математики на физическом факультете и факультете радиофизики и компьютерных технологий до становления в качестве одной из ведущих кафедр физического факультета. Указаны приоритеты кафедры, которые в настоящее время во многом связаны с внедрением информационно-коммуникационных технологий в образовательный процесс и обновлением системы образования в соответствии с требованиями современного общества и научных достижений. Особое внимание уделяется поиску новых форм организации учебного процесса, подготовке современных методических комплексов и разработок, учебных пособий по изучаемым дисциплинам, контролю текущей успеваемости, проведению экзаменов и зачетов, стимулированию самостоятельной работы студентов.

Ключевые слова: кафедра высшей математики и математической физики; научно-исследовательская работа; учебно-методическая работа; информационно-коммуникационные технологии; организация учебного процесса.

Образец цитирования:

Абрашина-Жадаева НГ, Рушнова ИИ. К 60-летию кафедры высшей математики и математической физики. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021; 3:74–80.

For citation:

Abrashina-Zhadaeva NG, Rushnova II. The 60th anniversary of the department of higher mathematics and mathematical physics. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021; 3:74–80. Russian.

Авторы:

Наталья Григорьевна Абрашина-Жадаева – доктор физико-математических наук, доцент; профессор кафедры высшей математики и математической физики физического факультета.

Ирина Ивановна Рушнова – кандидат физико-математических наук; заведующий кафедрой высшей математики и математической физики физического факультета.

Authors:

Natalia G. Abrashina-Zhadaeva, doctor of science (physics and mathematics), docent; professor at the department of higher mathematics and mathematical physics, faculty of physics.

zhadaeva@bsu.by

https://orcid.org/0000-0001-8531-6490

Iryna I. Rushnova, PhD (physics and mathematics); head of the department of higher mathematics and mathematical physics, faculty of physics.

rushnova@bsu.by

https://orcid.org/0000-0002-1049-1953



THE 60th ANNIVERSARY OF THE DEPARTMENT OF HIGHER MATHEMATICS AND MATHEMATICAL PHYSICS

N. G. ABRASHINA-ZHADAEVA^a, I. I. RUSHNOVA^a

^aBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: I. I. Rushnova (rushnova@bsu.by)

The key achievements of the department of higher mathematics and mathematical physics of the physics faculty of the Belarusian State University during its 60 years of existence are presented. The milestones of the department's history are outlined – from its establishment in 1961 as a general education chair providing both lecture courses and practical classes in all branches of higher mathematics at the physics faculty and the radiophysics and computer technologies faculty to its further strengthening as one of the leading departments of the physics faculty. The department's present-day priorities, which are strongly related with the integration of information and communication technologies into the educational process and updating the educational system in accordance with both the requirements of modern society and scientific advances, have been indicated. Particular attention is paid to the searching for new forms of educational process organisation, developing new methodological supports and studying guides, textbooks for the studied subjects, monitoring of current progress, conducting exams and tests, stimulating students' self-study.

Keywords: department of higher mathematics and mathematical physics; research work; educational and methodical work; information and communication technologies; organisation of the educational process.

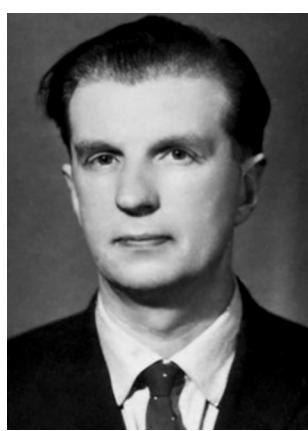
The university department of higher mathematics and mathematical physics (HM & MP) was founded in September 1961 as a general chair providing the high-level educational process in mathematics courses at the physics faculty.

Doctor of science (physics and mathematics), professor A. H. Turetsky established and took over the leadership of the department (1961–1968). Among the first lecturers of the department of HM & MP were experienced employees of the mathematics faculty: professor A. V. Ivanov, associate professor N. I. Brish, associate professor I. A. Sokolov, associate professor M. S. Garashchuk, senior lecturer E. A. Murashko. Already in its early stages the department had developed certain traditions in the teaching of mathematics courses at the physics faculty. It was during these years that typical and working training programs were developed, programs were agreed with related disciplines and methodological support for the teaching process was elaborated.

Professor A. H. Turetsky was an exclusive organiser of educational, methodological and research work. His lectures on constructive function theory attracted a wide audience of mathematics students of various specialisations and were characterised by depth of content and accessibility of presentation. Scientific investigations supervised by the head of the department were related

to the theory of approximation. A. H. Turetsky also chaired a scientific seminar, which attracted a great attention of employees and students of other universities and scientific institutions from the Minsk and became widely known including outside the BSSR. A. H. Turetsky was the founder of a scientific school, where under his supervision 7 PhD theses were successfully defended. His scientific heritage includes more than 60 scientific articles on the theory of interpolation, 2 monographs (1968, 1977) and textbooks [1; 2] approved by the Ministry of Higher Education of the BSSR, which even today are the source of new approximation problems for students and scientific followers.

The department of HM & MP was chaired by professor Yu. S. Bogdanov (1968–1973). During this period the activities of the department staff were aimed at developing and improving the methods of teaching mathematics, as well as developing methodological supports for new training courses. Yu. S. Bogdanov has published a number of textbooks, 3 of which are addressed to students of physics specialties: «Lectures on mathematical analysis» (in two parts) [3; 4], «Lectures



Yu. S. Bogdanov



A. H. Turetsky



A. S. Fedenko

on differential equations» [5]. Yu. S. Bogdanov made a great contribution to the establishment and development of the Belarusian school of differential equations, among his students there were more than 40 PhD, 5 of them became doctors of science. He obtained a great number of fundamental results in the modern asymptotic theory of differential equations and published over 100 scientific articles. In memory of the outstanding researcher-mathematician and lecturer the famous «Bogdanov readings» are traditionally held at the department of higher mathematics of the faculty of applied mathematics and informatics of the Belarusian State University.

Later the department was chaired by professor A. S. Fedenko (1973–1976). Scientific interests of A. S. Fedenko belong to the field of differential geometry, the theory of Lie groups, homogeneous and Riemannian spaces. A. S. Fedenko jointly with R. I. Tyshkevich published the textbook «Linear algebra and analytic geometry» in 1976 [6], besides he is the author of textbooks on algebra, topology, analytical and differential geometry [7; 8]. In books on modern differential geometry

A. S. Fedenko's papers are characterised as fundamental. Eight PhD theses were defended under his supervision.

The department of HM & MP was headed by professor V. N. Rusak for the next 26 years (1976–2002). The head of the department continued the tradition of writing textbooks for mathematics courses. The textbook «Elements of linear algebra» [9] was published under the general editorship of associate professor R. F. Apatenok in 1977, the textbook «Collection of tasks in linear algebra» was published in 1980 [10]. The textbook «Collection of tasks in algebra and geometry» was published by the authors' team consisting of A. S. Fedenko, A. A. Burdun, E. A. Murashko in 1979 [7]. The monograph «Rational functions as an apparatus of approximation» was published by V. N. Rusak in 1979. The first and the second parts of the textbook «The course of higher mathematics» were published by V. N. Rusak, L. I. Shloma, V. K. Akhramenko, A. P. Krachkovsky in 1994 and 1997, respectively [11; 12]. The textbook «Mathematical physics» was published by V. N. Rusak in 1998 [13].

V. N. Rusak headed the Belarusian scientific school on approximation theory because he was an apprentice of A. H. Turetsky. Rational approximation and its applications became the main focus of scientific research at the department of HM & MP in the period of 1976–2002. The staff and graduates of the department defended 11 PhD theses. The doctoral thesis «Rational functions as an apparatus of approximation» was defended by V. N. Rusak at the Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine in 1988. The doctoral thesis «Direct and inverse theorems of rational approximation» was defended by A. A. Pekarsky at Moscow State University in 1990. A great number of the results obtained by A. A. Pekarsky and V. N. Rusak, is included in the English language monographs: 1) «Rational approximation of real functions» by P. P. Petrushev, V. A. Popov (Cambridge, 1987) [14]; 2) «Constructive approximation» by G. G. Lorentz, M. V. Golitschek, Y. Makovoz (Berlin, 1996) [15]. For a long time associate professor M. A. Sheshko worked fruitfully at the department of HM & MP. He defended his doctoral thesis «Approximate solution of singular integral equations using residues» at the Computing Center of the Russian Academy of Sciences in 1992.

During his chairmanship V. N. Rusak has published over 180 scientific papers, prepared 9 PhD and 3 doctors of physical and mathematical sciences, founded a scientific school on rational approximation and its applications.

The period of leadership of the department of HM & MP by doctor of science (physics and mathematics) N. G. Abrashina-Zhadaeva (from 2002 to 2020) coincided with the beginning of a new stage in the evolution of the department. Firstly, the material and technical base of the department has been strengthened, secondly the number of employees has been increased and, accordingly, the research topics have been expanded significantly. N. G. Abrashina-Zhadaeva continued her scientific work on numerical methods of problems of mathematical physics as she was an apprentice of the school of academician A. A. Samarsky and professor V. N. Abrashin. Intensive research has been carried out on the theory of approximation by associate professor I. V. Rybachenko, associate professor N. K. Filipava; fractional partial differential equations by senior lecturer I. A. Timoshchenko; computational mathematics by associate professor A. A. Egorov; boundary value problems by associate professor V. V. Kashevsky, associate professor A. P. Shilin, senior lecturer T. A. Chekhmenok and others. Various applications of mathematical methods were studied by N. G. Abrashina-Zhadaeva, I. A. Timoshchenko, T. A. Chekhmenok, V. V. Kashevsky, A. P. Shilin. Scientific research in the field of numerical modelling of anomalous diffusion based on differential equations of fractional orders was carried out by N. G. Abrashina-Zhadaeva, N. S. Romanova, V. N. Rusak, I. A. Timoshchenko and others.



V. N. Rusak



The staff of the department of HM & MP (2020):

T. A. Chekmenok, L. G. Krylova, E. A. Tishchenkova, M. A. Gletsevich, I. V. Rybachenko,
N. I. Ilyinkova, D. N. Menyailova, O. A. Kononova, A. A. Egorov, N. G. Abrashina-Zhadaeva,
N. K. Filipava, I. A. Timoshchenko, L. L. Berezkina, V. I. Zelenkov, I. I. Rushnova, A. P. Shilin, A. G. Gutov

Scientific researches carried out at the department under the leadership of N. G. Abrashina-Zhadaeva were associated first of all with the solution of applied problems in various areas of the national economy. In particular, such topics as «Creation and applying of mathematical models of dynamic biosystems» (2011–2015), «Mathematical models in membrane systems and numerical methods for their study» (2016–2020) were carried out according to the state program of scientific research «Convergence». A. S. Lyalikov (2003), A. N. Kovalchuk (2004), I. V. Rybachenko (2005), M. A. Prokhorovich (2009) defended their PhD theses. N. G. Abrashina-Zhadaeva defended the doctoral thesis «Multicomponent vector splitting schemes in the methods of mathematical physics» at the Kazan Federal University in 2008.

A new course «Mathematical modelling of physical processes» was developed based on the results of the scientific researches «Investigation of rational approximations and their applications to the analysis of mathematical models» (2005–2010) and «Creation and applying of mathematical models of dynamic biosystems» (2010–2015). In these researches a generalised model of the electrodiffusion process was proposed based on the Nernst – Planck – Poisson equations and taking into account anomalous diffusion. A new numerical model was created based on the two-dimensional fractional Fokker – Planck equation.

The department maintained a high level of not only scientific, but also educational and methodological research during this period. The staff of the department was involved in the work on the topic «Development of methodological support in higher mathematics and its applications». A number of textbooks was published based on the great experience of teaching mathematics courses at the faculty of physics and the faculty of radiophysics and computer technologies and was focused on deepening theoretical knowledge and practical training of students [16–18]. The main aim of writing these textbooks was to make educational materials available to the students, in view of modern requirements and programs. Textbooks were written by all the staff of the department, headed by professor V. N. Rusak, professor N. G. Abrashina-Zhadaeva, associate professors L. L. Berezkina and A. P. Shilin. It should be noted that they were winners of the A. N. Sevchenko Award for the cycle of methodological works «Educational resources of the complex organisation of the educational process» in 2020.

Significant work has been done by the department of HM & MP to provide the library of the Belarusian State University with published textbooks. A large number of educational and methodological guides have been developed on the basis of the written textbooks, both in hard copy and digital form. They are available for students and convenient for the educational process. Educational resources have been created in digital form: digital educational and methodological supports in mathematical analysis and analytical geometry and linear algebra; a number of tests with the possibility of distance learning in analytical geometry and linear algebra;



an accompanying online resource for the course «Fundamentals vector and tensor analysis» (it was among the winners of the Belarusian State University educational online resources competition (I. A. Timoshchenko) in 2016); lectures using multimedia devices; digital laboratory practice on selected topics of mathematical analysis using the package «Wolfram Mathematica».

Textbooks on mathematical analysis, vector and tensor analysis, analytical geometry [19–21] were prepared and published with the participation of N. G. Abrashina-Zhadaeva and received universal recognition in the Republic of Belarus and abroad.

Moreover, the department of HM & MP was the initiator of the introduction of testing into the educational process to improve the students' self-study and the students' self-control. Associate professors of the department O. A. Chuprigin, N. I. Ilyinkova, O. A. Kononova made a great contribution to the work. O. A. Chuprigin prepared over 2500 questions on various topics in mathematical analysis and published textbook «Mathematical analysis. Theory in tests» [22].

The continuity of teaching school and higher mathematics was ensured by N. G. Abrashina-Zhadaeva jointly with the lecturers of the department L. L. Berezhkina, N. S. Romanova, V. N. Rusak, I. A. Timoshchenko, N. K. Filipava. In particular, articles were prepared and published in the «Encyclopedia for schoolchildren and students», which is popular not only among the schoolchildren and students, but also among the lecturers.

Associate professor I. I. Rushnova is the head of the department of HM & MP since 2020. Her research interests focus on an important area in physics – the electro-optics effects in liquid crystals [23]. The extension of the research area has a positive impact on the involvement of students in the department's courseworks and theses. The main scientific directions of the department's work are related to the fundamental sections of computational mathematics, mathematical modelling and the theory of approximation by rational functions. Scientific topic «Analytical and numerical modelling of the properties of carbon's fractal systems» is being carried out according to the state program of scientific research «Convergence». Senior lecturer of the department A. N. Derevyago defended his PhD thesis «Semiclassical models of electrical conductivity, electroluminescence and spin-phonon magnetic resonance for heavily doped semiconductors» in 2021. Junior staff of the department, senior lecturers M. A. Gletsevich and L. G. Krylova has already been formalised their scientific researches in PhD theses and presented results at the seminars of the department.

The department of HM & MP continues to provide at a high level mathematical training of students studying in physical, radiophysical and computer-technical profiles. Postgraduate students N. S. Magon, D. N. Menyailova and M. A. Samarina were included to the staff of the department. They provide lectures and practical classes competently in all courses of higher mathematics. A worthy change is growing up. Moreover the lecturers of the department began to lecture in English in the following courses: «Mathematical modelling of physical processes» (V. I. Zelenkov), «Equations of mathematical physics» (A. N. Derevyago) for undergraduates from the Arab Emirates and the People's Republic of China. In addition, the department has already experience to work with foreign students, as the lecturers gave lectures on differential equations in Dalian Polytechnic University.

Currently, the department of HM & MP provides excellent training for students of the faculty of physics and the faculty of radiophysics and computer technologies in 16 mathematical courses. The priority direction of modernisation of the methods of teaching higher mathematics is the introduction of new information technologies into professional activities. So educational portals <http://eduphys.bsu.by/> and <http://edurfe.bsu.by/> play an important role in the process of training young physicists and radiophysicists. They are developed on the basis of the Moodle platform. Training course is developed for each taught course on the educational portal and is structured as follows: lecture part, practical part and part for knowledge control, filled with various formats' tasks (test, essay, open type tasks) and difficulty levels. The use of visualisation of learning material on educational portals has a positive impact on the learning of the content being presented. The department is developing new standard programs and educational programs for four-year and five-year courses at the faculty of physics and the faculty of radiophysics and computer technologies.

The educational field is currently acquiring a distance learning format, so the department identifies the main aims of online learning: 1) to fill gaps in knowledge, abilities and skills in certain courses; 2) to develop basic courses of educational programs for students who are unable to attend full-time training sessions for various reasons; 3) additional hobby education; 4) in-depth study of previously completed courses (for postgraduate students).

To realise the possibility of obtaining a high-quality education, various textbooks, methodological supports and studying guides with detailed algorithms and methods for solving problems are of great help for students. The staff of the department prepared 3 electronic methodological supports in mathematical analysis for students of physical and radiophysical specialties [24; 25], a number of electronic studying guides only for 2020–2021. The textbook «Mathematical analysis. Examples and tasks» [26] will be published by A. A. Egorov, I. I. Rushnova, I. V. Rybachenko, A. P. Shilin in the third quarter of 2021. The staff of the department continues to publish textbooks in English [27].



For the first time, the department introduced open-type colloquia in the courses «Analytical geometry and linear algebra», «Mathematical analysis», «Fundamentals of vector and tensor analysis». They represent student's prepared responses to creative questions in the form of presentations or video.

The department has a permanent full-time physical and mathematical school «Kvant BSU» aimed at popularising mathematics and physics among schoolchildren and preparing pupils for olympiads and centralised testing. Young employees of the department are actively working in the physics and mathematics school headed by A. G. Gutov.

A total of 16 PhD theses and 7 doctoral theses have been defended by the staff and graduates of the department over the past 45 years. The tradition of preparing author's textbooks for courses in higher mathematics continues both in the typographic version and especially recently in the digital form. The staff of the department of HM & MP is ready to do everything to improve the level of mathematical training of students at the faculty of physics and the faculty of radiophysics and computer technologies, in order to provide our republic with qualified specialists for science-intensive and high-tech production.

Библиографические ссылки

1. Турацкий АХ. *Теория интерполяции в задачах. Часть 1*. Минск: Вышэйшая школа; 1968. 318 с.
2. Турацкий АХ. *Теория интерполяции в задачах. Часть 2*. Минск: Вышэйшая школа; 1977. 256 с.
3. Богданов ЮС. *Лекции по математическому анализу. Часть 1*. Минск: БГУ; 1974. 176 с.
4. Богданов ЮС. *Лекции по математическому анализу. Часть 2*. Минск: БГУ; 1978. 184 с.
5. Богданов ЮС. *Лекции по дифференциальным уравнениям*. Минск: Вышэйшая школа; 1977. 240 с.
6. Тышкевич РИ, Феденко АС. *Линейная алгебра и аналитическая геометрия*. 2-е издание. Минск: Вышэйшая школа; 1976. 544 с.
7. Бурдун АА, Мурашко ЕА, Феденко АС. *Сборник задач по алгебре и геометрии*. Минск: Издательство БГУ имени В. И. Ленина; 1979. 200 с.
8. Кононов СГ, Прасолов АВ, Тимохович ВЛ, Тралле АЕ, Феденко АС. *Топология*. Минск: Вышэйшая школа; 1990. 318 с.
9. Апатенок РФ, Маркина АМ, Попова НВ, Хейнман ВБ. *Элементы линейной алгебры*. Минск: Вышэйшая школа; 1977. 256 с.
10. Апатенок РФ, Маркина АМ, Попова НВ, Хейнман ВБ. *Сборник задач по линейной алгебре*. Минск: Вышэйшая школа; 1980. 192 с.
11. Русак ВМ, Шлома ЛІ, Ахраменка ВК, Крачкоўскі АП. *Курс вышэйшай матэматыкі*. Мінск: Вышэйшая школа; 1994. 431 с.
12. Русак ВМ, Шлома ЛІ, Ахраменка ВК, Крачкоўскі АП. *Курс вышэйшай матэматыкі*. Мінск: Вышэйшая школа; 1997. 505 с.
13. Русак ВН. *Математическая физика*. Минск: Дизайн ПРО; 1998. 208 с.
14. Petrushev PP, Popov VA. *Rational approximation of real functions*. Cambridge: Cambridge University Press; 1988. 371 p. (Encyclopedia of mathematics and its applications). DOI: 10.1017/CBO9781107340756.
15. Lorentz GG, Golitschek MV, Makovoz Y. *Constructive approximation*. Berlin: Springer-Verlag; 1996. 649 p. (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften; volume 304).
16. Ахраменко ВК, Берёзкина ЛЛ, Ильинкова НИ, Кашевский ВВ, Крыленко НИ, Прохорович МА и др. *Высшая математика. Сборник задач. Часть 1. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной*. Абрашина-Жадаева НГ, Русак ВН, редакторы. Минск: БГУ; 2013. 359 с.
17. Ахраменко ВК, Берёзкина ЛЛ, Глецевич МА, Голубева ЕН, Егоров АА, Ильинкова НИ. Высшая математика. *Сборник задач. Часть 2. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных*. Абрашина-Жадаева НГ, Русак ВН, редакторы. Минск: БГУ; 2014. 384 с.
18. Глецевич МА, Голубева ЕН, Егоров АА, Зеленков ВИ, Ильинкова НИ, Кашевский ВВ и др. *Высшая математика. Сборник задач. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа*. Абрашина-Жадаева НГ, Русак ВН, редакторы. Минск: БГУ; 2015. 391 с.
19. Абрашина-Жадаева НГ, Тимошенко ИА. *Основы векторного и тензорного анализа. Теория. Задачи*. Минск: БГУ; 2011. 255 с.
20. Абрашина-Жадаева НГ, Берёзкина ЛЛ, Глецевич МА, Филиппова НК. *Аналитическая геометрия*. Минск: БГУ; 2018. 242 с.
21. Абрашина-Жадаева НГ, Тимошенко ИА. *Векторный и тензорный анализ в примерах и задачах*. Минск: БГУ; 2019. 250 с.
22. Чупригин ОА. *Математический анализ. Теория в тестах*. Минск: БГУ; 2019. 183 с.
23. Rushnova II, Kabanova OS, Melnikova EA, Tolstik AL. Integrated-optical nematic liquid crystal switches: designing and operation features. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2018;21(3):206–219.
24. Ахраменко ВК, Ильинкова НИ, Рушнова ИИ, Чехменок ТА. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной [Интернет]. Минск: БГУ; 2020 [прочитировано 20 июля 2021 г.]. 180 с. Доступно по: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/250914>.
25. Егоров АА, Рушнова ИИ, Рыбаченко ИВ, Шилин АП. Математический анализ. Элементы дифференциальной геометрии. Теория поля. Теория функций комплексной переменной [Интернет]. Минск: БГУ; 2021 [прочитировано 20 июля 2021 г.]. 175 с. URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/261138>.
26. Егоров АА, Рушнова ИИ, Рыбаченко ИВ, Шилин АП. *Математический анализ. Примеры и задачи*. Минск: РИВШ; 2021. 157 с. (в печати).
27. Абрашина-Жадаева НГ, Ахраменко ВК, Берёзкина ЛЛ, Голубева ЕН, Кашевский ВВ, Чупригин ОА. *Математический анализ: теория, примеры и задачи*. Минск: БГУ; 2021 (в печати).



References

1. Turetskii AKh. *Teoriya interpolirovaniya v zadachakh. Chast' 1* [Interpolation theory in problems. Part 1]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1968. 318 p. Russian.
2. Turetskii AKh. *Teoriya interpolirovaniya v zadachakh. Chast' 2* [Interpolation theory in problems. Part 2]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1977. 256 p. Russian.
3. Bogdanov YuS. *Lektsii po matematicheskому analizu. Chast' 1* [Lectures on mathematical analysis. Part 1]. Minsk: Belarusian State University; 1974. 176 p. Russian.
4. Bogdanov YuS. *Lektsii po matematicheskому analizu. Chast' 2* [Lectures on mathematical analysis. Part 2]. Minsk: Belarusian State University; 1978. 184 p. Russian.
5. Bogdanov YuS. *Lektsii po differentialsial'nym uravneniyam* [Lectures on differential equations]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1977. 240 p. Russian.
6. Tyshkevich RI, Fedenko AS. *Lineinaya algebra i analiticheskaya geometriya* [Linear algebra and analytic geometry]. 2nd edition. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1976. 544 p. Russian.
7. Burdun AA, Murashko EA, Fedenko AS. *Sbornik zadach po algebre i geometrii* [Collection of tasks in algebra and geometry]. Minsk: Izdatel'stvo BGU imeni V. I. Lenina; 1979. 200 p. Russian.
8. Kononov SG, Prasolov AV, Timokhovich VL, Tralle AE, Fedenko AS. *Topologiya* [Topology]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1990. 318 p. Russian.
9. Apatenok RF, Markina AM, Popova NV, Kheinman VB. *Elementy lineinoi algebry* [Elements of linear algebra]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1977. 256 p. Russian.
10. Apatenok RF, Markina AM, Popova NV, Kheinman VB. *Sbornik zadach po lineinoi algebry* [Collection of tasks in linear algebra]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1980. 192 p. Russian.
11. Rusak VN, Shloma LI, Akhramenko VK, Krachkovsky AP. *Kurs vyshjejshaj matematiki* [The course of higher mathematics]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1994. 431 p. Belarusian.
12. Rusak VN, Shloma LI, Akhramenko VK, Krachkovsky AP. *Kurs vyshjejshaj matematiki* [The course of higher mathematics]. Minsk: Vyshjejshaja shkola; 1997. 505 p. Belarusian.
13. Rusak VN. *Matematicheskaya fizika* [Mathematical physics]. Minsk: PRO Design; 1998. 208 p. Russian.
14. Petrushev PP, Popov VA. *Rational approximation of real functions*. Cambridge: Cambridge University Press; 1988. 371 p. (Encyclopedia of mathematics and its applications). DOI: 10.1017/CBO9781107340756.
15. Lorentz GG, Golitschek MV, Makovoz Y. *Constructive approximation*. Berlin: Springer-Verlag; 1996. 649 p. (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften; volume 304).
16. Akhramenko VK, Berezkina LL, Il'inkova NI, Kashevskii VV, Krylenko NI, Prokhorovich MA, et al. *Vysshaya matematika. Sbornik zadach. Chast' 1. Analiticheskaya geometriya. Analiz funktsii odnoi peremennoi* [Higher mathematics. Collection of tasks. Part 1. Analytic geometry. Analysis of the function of one variable]. Abrashina-Zhadaeva NG, Rusak VN, editors. Minsk: Belarusian State University; 2013. 359 p. Russian.
17. Akhramenko VK, Berezkina LL, Gletsevich MA, Golubeva EN, Egorov AA, Il'inkova NI. *Vysshaya matematika. Sbornik zadach. Chast' 2. Lineinaya algebra. Analiz funktsii mnogikh peremennykh* [Higher mathematics. Collection of tasks. Part 2. Linear algebra. Analysis of functions of many variables]. Abrashina-Zhadaeva NG, Rusak VN, editors. Minsk: Belarusian State University; 2014. 384 p. Russian.
18. Gletsevich MA, Golubeva EN, Egorov AA, Zelenkov VI, Il'inkova NI, Kashevskii VV, et al. *Vysshaya matematika. Sbornik zadach. Chast' 3. Differentsial'nye uravneniya. Analiticheskie funktsii. Elementy funktsional'nogo analiza* [Higher mathematics. Collection of tasks. Part 3. Differential equations. Analytical functions. Elements of functional analysis]. Abrashina-Zhadaeva NG, Rusak VN, editors. Minsk: Belarusian State University; 2015. 391 p. Russian.
19. Abrashina-Zhadaeva NG, Timoshchenko IA. *Osnovy vektornogo i tenzornogo analiza. Teoriya. Zadachi* [Fundamentals of vector and tensor analysis. Theory. Tasks]. Minsk: Belarusian State University; 2011. 255 p.
20. Abrashina-Zhadaeva NG, Berezkina LL, Gletsevich MA, Filipava NK. *Analiticheskaya geometriya* [Analytical geometry]. Minsk: Belarusian State University; 2018. 242 p. Russian.
21. Abrashina-Zhadaeva NG, Timoshchenko IA. *Vektornyi i tenzornyi analiz v primerakh i zadachakh* [Vector and tensor analysis through examples and exercises]. Minsk: Belarusian State University; 2019. 250 p. Russian.
22. Chuprigin OA. *Matematicheskii analiz. Teoriya v testakh* [Mathematical analysis. Theory in tests]. Minsk: Belarusian State University; 2019. 183 p. Russian.
23. Rushnova II, Kabanova OS, Melnikova EA, Tolstik AL. Integrated-optical nematic liquid crystal switches: designing and operation features. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2018;21(3):206–219.
24. Akhramenko VK, Ilyinkova NI, Rushnova II, Chekhmenok TA. *Matematicheskii analiz. Differentsial'noe i integral'noe ischislenie funktsii odnoi peremennoi* [Mathematical analysis. Differential and integral calculus of functions of one variable] [Internet]. Minsk: Belarusian State University; 2020 [cited 2021 July 20]. 180 p. Available from: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/250914>. Russian.
25. Egorov AA, Rushnova II, Rybachenko IV, Shilin AP. *Matematicheskii analiz. Elementy differentsial'noi geometrii. Teoriya polya. Teoriya funktsii kompleksnoi peremennoi* [Mathematical analysis. Elements of differential geometry. Field theory. Theory of functions of a complex variable] [Internet]. Minsk: Belarusian State University; 2020 [cited 2021 July 20]. Available from: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/261138>. Russian.
26. Egorov AA, Rushnova II, Rybachenko IV, Shilin AP. *Matematicheskii analiz. Primery i zadachi* [Mathematical analysis. Examples and tasks]. Minsk: National Institute for Higher Education; 2021. 157 p. (in press). Russian.
27. Abrashina-Zhadaeva NG, Akhramenko VK, Berezkina LL, Golubeva EN, Kashevsky VV, Chuprigin OA. *Matematicheskii analiz: teoriya, primery i zadachi* [Mathematical analysis: theory, examples and problems]. Minsk: Belarusian State University; 2021 (in press). Russian.

Received 06.08.2021 / revised 09.08.2021 / accepted 03.09.2021.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

SHORT COMMUNICATIONS

УДК 620.191:621.373.820

ИЗМЕНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КРЕМНИЯ ПОСЛЕ БЫСТРОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

**В. М. АНИЩИК¹⁾, В. А. ГОРУШКО²⁾, В. А. ПИЛИПЕНКО^{1), 2)},
В. В. ПОНАРЯДОВ¹⁾, В. А. СОЛОДУХА²⁾, А. А. ОМЕЛЬЧЕНКО²⁾**

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

²⁾«Интеграл» – управляющая компания холдинга «Интеграл»,
ул. Казинца, 121А, 220108, г. Минск, Беларусь

Приведены результаты исследования влияния быстрой термической обработки на оптические характеристики кремния в области Г-точки зоны Бриллюэна в зависимости от типа проводимости кремниевых пластин, уровня их легирования, ковалентного радиуса легирующих примесей, а также кристаллографической ориентации поверхности

Образец цитирования:

Анищик ВМ, Горушко ВА, Пилипенко ВА, Понарядов ВВ, Солодуха ВА, Омельченко АА. Изменение оптических параметров кремния после быстрой термической обработки. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2021;3:81–85.

<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-81-85>

For citation:

Anishchik VM, Harushka VA, Pilipenka UA, Ponariadov VV, Saladukha VA, Omelchenko AA. Variation of the silicon optical parameters after rapid heat treatment. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2021;3:81–85. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2021-3-81-85>

Авторы:

Виктор Михайлович Анищик – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры физики твердого тела физического факультета.

Валентина Алексеевна Горушко – ведущий инженер государственного центра «Белмикроанализ» филиала НТЦ «Белмикросистемы».

Владимир Александрович Пилипенко – член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор; профессор кафедры физики полупроводников и наноэлектроники физического факультета¹⁾, заместитель директора по научному развитию государственного центра «Белмикроанализ» филиала НТЦ «Белмикросистемы»²⁾.

Владимир Васильевич Понарядов – кандидат физико-математических наук, доцент; заведующий учебной лабораторией кафедры физики твердого тела физического факультета.

Виталий Александрович Солодуха – доктор технических наук; генеральный директор.

Анна Александровна Омельченко – инженер 1-й категории государственного центра «Белмикроанализ» филиала НТЦ «Белмикросистемы».

Authors:

Victor M. Anishchik, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of solid state physics, faculty of physics.

anishchik@bsu.by

Valiantzina A. Harushka, leading engineer at the state center «Belmicroanalysis», branch «Belmicrosystems».

office@bms.by

Uladzimir A. Pilipenka, corresponding member of the National Academy of Sciences of Belarus, doctor of science (engineering), full professor; professor at the department of physics of semiconductors and nanoelectronics, faculty of physics^a, and deputy director for scientific development, state center «Belmicroanalysis», branch «Belmicrosystems»^b.

office@bms.by

Vladimir V. Ponariadov, PhD (physics and mathematics), docent; head of the training laboratory, department of solid state physics, faculty of physics.

ponariadov@bsu.by

Vitali A. Saladukha, doctor of science (engineering); general director.

vsaladukha@integral.by

Anna A. Omelchenko, engineer of the 1st category at the state center «Belmicroanalysis», branch «Belmicrosystems».

office@bms.by





пластины. Коэффициенты преломления и поглощения исходных образцов КДБ-12 ориентации <100>, КДБ-10 ориентации <111>, КДБ-0,005 ориентации <100> и КЭС-0,015 ориентации <100>, имеющих диаметр 100 мм и прошедших стандартную химико-механическую полировку, измерялись до и после быстрой термической обработки на эллипсометре Uvisel 2 (*Horiba Scientific*, Франция) в спектральном диапазоне 0,6–6,0 эВ (200–2100 нм). Угол падения светового пучка на образец составлял 70°. Показано, что изменение оптических характеристик поверхности кремния в спектральной области расположения Г-точки зоны Бриллюэна после проведения быстрой термической обработки обусловлено снижением поверхностного деформационного потенциала за счет твердофазной рекристаллизации механически нарушенного слоя. Установлено, что быстрая термическая обработка образцов кремния с высокой концентрацией бора приводит к более существенному уменьшению коэффициентов преломления и поглощения, чем у образцов кремния с низкой его концентрацией, вследствие обеднения бором приповерхностной области кремния в результате диффузионных процессов на границе кремний – двуокись кремния.

Ключевые слова: быстрая термическая обработка; коэффициент поглощения; коэффициент преломления; твердофазная рекристаллизация.

VARIATION OF THE SILICON OPTICAL PARAMETERS AFTER RAPID HEAT TREATMENT

V. M. ANISHCHIK^a, V. A. HARUSHKA^b, U. A. PILIPENKA^{a, b},
V. V. PONARIADOV^a, V. A. SALADUKHA^b, A. A. OMELCHENKO^b

^a*Belarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus*
^b*«Integral» – Holding Management Company, 121A Kazinca Street, Minsk 220108, Belarus*
Corresponding author: V. V. Ponariadov (ponariadov@bsu.by)

The results of the effect of rapid heat treatment on the optical characteristics of a silicon wafer surface in the region of the G-point in the Brillouin zone are presented for different types of silicon wafers conductivity, their doping level, the covalent radii of dopants and the crystallographic orientation of the wafer surface. The absorption coefficient and refractive index of the initial 100 mm diameter samples KDB-12 <100>, KDB-10 <111>, KDB-0.005 <100> and KES-0.015 <100>, underwent standard chemical-mechanical polishing, was measured on a Uvisel 2 ellipsometer (*Horiba Scientific*, France) in the spectral range 0.6–6.0 eV (200–2100 nm) before and after rapid heat treatment. The incidence angle of the light beam was 70° relative to the sample plane. It is shown that the changes in the optical characteristics of the silicon surface in the spectral region of the location of the G-point in the Brillouin zone after rapid heat treatment is due to a decrease in the surface deformation potential due to solid-phase recrystallisation of the mechanically damaged layer. It has been established that carrying out the rapid heat treatment of silicon samples with a high boron concentration leads to a more significant decrease in the refractive index and absorption compared with silicon with a low boron concentration, due to an increase in the depletion of the silicon surface with boron as a result of diffusion processes at the silicon – silicon dioxide interface.

Keywords: rapid heat treatment; absorption coefficient; refractive index; solid-phase recrystallisation.

Введение

Состояние поверхности кремниевых пластин – один из фундаментальных факторов, определяющих качество и надежность интегральных схем. В связи с этим вопросам ее подготовки перед процессом формирования последних уделяется большое внимание. После химико-механической полировки, являющейся завершающей стадией механической обработки кремниевых пластин, на их поверхности имеется нарушенный слой. Его наличие оказывает влияние на оптические характеристики пластин. Одним из возможных путей улучшения поверхностных свойств кремния является его твердофазная рекристаллизация с использованием быстрой термической обработки (БТО) импульсами секундной длительности, что приводит к повышению структурного совершенства рабочей поверхности кремниевых пластин в результате уменьшения дефектности и толщины нарушенного слоя. Важными параметрами, несущими информацию о состоянии поверхности кремниевой пластины, выступают коэффициент преломления и коэффициент поглощения, которые наиболее чувствительны к наличию на ней нарушенного слоя в спектральной области, соответствующей Г-точке зоны Бриллюэна, являющейся точкой сингулярности Ван Хова, энергия которой составляет 3,43 эВ [1; 2]. Наиболее чувствительный метод контроля оптических параметров поверхностных слоев кремния – эллипсометрия, основанная на анализе характеристик отраженного поляризованного излучения. Учитывая, что эллипсометрический анализ должен проводиться в широком спектральном диапазоне, в качестве оборудования для исследований был



выбран спектральный эллипсометр Uvisel 2 (*Horiba Scientific*, Франция), который позволяет работать в спектральном диапазоне от 190 до 2100 нм и получать результаты с высокими точностью, разрешением и отличным соотношением сигнала и шума.

В данной работе исследовалось влияние БТО на оптические характеристики кремния в области Г-точки зоны Бриллюэна в зависимости от типа проводимости кремниевых пластин, уровня их легирования, ковалентного радиуса легирующих примесей, а также ориентации поверхности пластины.

Методика эксперимента

В качестве образцов использовались пластины кремния диаметром 100 мм, в частности КДБ-12 ориентации <100> (далее – КДБ-12 <100>), КДБ-10 ориентации <111> (далее – КДБ-10 <111>), КДБ-0,005 ориентации <100> (далее – КДБ-0,005 <100>) и КЭС-0,015 ориентации <100> (далее – КЭС-0,015 <100>), прошедшие стандартную химико-механическую полировку.

Измерения их коэффициентов преломления и поглощения проводились в спектральном диапазоне 0,6–6,0 эВ (200–2100 нм) на эллипсометре Uvisel 2. Угол падения светового пучка на образец составлял 70°. Обработка спектров и их визуализация осуществлялись с использованием программы *Origin Pro 2017*.

Далее исходные пластины КДБ-12 <100>, КДБ-10 <111> и КЭС-0,015 <100> на протяжении (3 ± 1) мин подвергались химической обработке в растворе плавиковой кислоты, пластина КДБ-0,005 <100> – в растворе плавиковой кислоты и КАРО. После этого на данных образцах проводилась БТО путем облучения световым импульсом с нерабочей стороны пластины в течение 7 с в среде Ar (КДБ-12 <100>, КДБ-10 <111> при температуре отжига 1025 °C, КДБ-0,005 <100> – 1150 °C, КЭС-0,015 <100> – 1075 °C). По завершении процесса БТО на образцах выполнялся повторный контроль оптических параметров.

Результаты и их обсуждение

Исследование оптических параметров поверхности исходных кремниевых пластин КДБ-12 <100> и КДБ-10 <111> с различной ориентацией в области Г-точки зоны Бриллюэна показало, что у кремния ориентации <111> коэффициент поглощения больше, чем у кремния ориентации <100>. Это обусловлено тем, что плоскости {111} обладают максимальной плотностью упаковки атомов, т. е. кремний ориентации <111> имеет более высокую ретикулярную плотность.

После проведения БТО данных образцов наблюдаются снижение коэффициента поглощения, увеличение коэффициента преломления и уменьшение толщины естественного окисла в области максимума поглощения, соответствующего Г-точке (точке сингулярности Ван Хова M_1) зоны Бриллюэна (см. таблицу). Поскольку кремний имеет гранецентрированную кубическую решетку, то ее обратная решетка является объемноцентрированной кубической с первой зоной Бриллюэна в форме усеченного октаэдра. В такой структуре Г-точка обладает полной симметрией кубической структуры, и любое искажение кристаллической решетки за счет ее деформации под действием напряжений будет приводить к нарушению симметрии, а следовательно, к изменению поглощения кремния в спектральном диапазоне, близком к 3,43 эВ, что соответствует прямым переходам на сингулярности Ван Хова зоны Бриллюэна. В нашем случае уменьшение коэффициента поглощения в данной области говорит о том, что БТО обеспечивает улучшение структуры поверхностного слоя с рабочей стороны пластины за счет уменьшения действующих в нем напряжений, а значит, и деформации кристаллической решетки. Следует отметить, что эти изменения более существенны для кремниевых пластин ориентации <111> из-за ее более высокой ретикулярной плотности.

Сравнение результатов измерений оптических параметров кремниевых пластин до и после БТО

Comparison of the results of measuring the optical parameters of silicon wafers before and after rapid heat treatment

Образец	До БТО				После БТО			
	k_{\max}	n_{\max}	E_{\max} , эВ	d , Å	k_{\max}	n_{\max}	E_{\max} , эВ	d , Å
КДБ-12 <100>	3,281	5,413	3,46	17,585	3,168	5,495	3,48	9,949
КДБ-10 <111>	3,311	5,348	3,48	15,283	3,193	5,549	3,48	8,810
КДБ-0,005 <100>	3,295	5,331	3,46	20,069	3,102	5,454	3,51	8,691
КЭС-0,015 <100>	3,283	5,222	3,48	19,285	3,170	5,461	3,49	10,036

Примечание. k_{\max} – максимальный коэффициент поглощения; n_{\max} – максимальный коэффициент преломления; E_{\max} – максимальная энергия поглощения в Г-точке зоны Бриллюэна; d – толщина естественного окисла.



Исследование влияния уровня легирования кремния на его оптические характеристики в области максимума поглощения, соответствующего Г-точке зоны Бриллюэна, проводилось на исходных и термообработанных кремниевых пластинах КДБ-12 <100> и КДБ-0,005 <100>, имеющих одинаковую ориентацию и различную степень легирования. Сравнительный анализ оптических параметров исходных образцов кремния до и после обработки показал, что коэффициент поглощения у исходного кремния с высокой концентрацией бора больше, чем у кремния с низкой концентрацией, что связано с увеличением деформации его кристаллической решетки при высоких дозах легирования и, соответственно, высоким содержанием точечных дефектов. После проведения БТО данных образцов имеет место уменьшение значений оптических параметров с увеличением концентрации бора. Для слаболегированного кремния КДБ-12 <100> это можно объяснить обеднением поверхностного слоя бором вследствие его диффузии к поверхности и последующего частичного ухода в окружающую среду при высокой температуре. У кремния с высокой концентрацией примеси, несмотря на обеднение поверхностного слоя, деформация кристаллической решетки будет выше, а следовательно, оптические параметры оказываются ниже, чем у слаболегированного кремния (см. таблицу).

Анализ оптических параметров поверхности исходных образцов КДБ-0,005 <100> и КЭС-0,015 <100>, имеющих различающиеся значения концентрации и ковалентных радиусов легирующей примеси, показал, что коэффициенты поглощения и преломления у исходного кремния, легированного бором, выше, чем у кремния, легированного сурьмой. Это обусловлено более высокой концентрацией бора в кремнии ($2,3 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$) по сравнению с сурьмой ($2,4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$), что в первом случае приводит к повышенной деформации кристаллической решетки кремния, а следовательно, и более высоким значениям коэффициентов поглощения и преломления. Несмотря на то что сурьма имеет больший ковалентный радиус ($139,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, тогда как ковалентный радиус бора составляет $8,43 \cdot 10^{-10} \text{ м}$), он оказывает значительно меньшее влияние на оптические характеристики кремния, чем более низкая концентрация легирующей примеси. Кроме того, кремний, легированный бором с более высокой концентрацией, обладает более плотной структурой по сравнению с кремнием, подвергнутым слабому легированию сурьмой, что также гораздо существеннее влияет на оптические параметры.

После проведения БТО при температуре около 1100°C коэффициенты поглощения и преломления у кремния, легированного сурьмой, выше, чем у кремния, легированного бором. Последнее можно связать с перераспределением легирующих примесей и, следовательно, изменением их концентрации на границе раздела фаз кремний – естественный окисел. Так как атомы бора имеют меньшие значения ковалентного радиуса (в 1,6 раза) и массы, а также повышенный коэффициент диффузии по сравнению с атомами сурьмы (B – $4,4 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2/\text{с}$; Sb – $3,6 \cdot 10^{-22} \text{ см}^2/\text{с}$ при 900°C), то при нагреве они будут сегрегировать преимущественно на поверхности границы раздела и частично в естественном окисле, приводя к снижению деформационного поверхностного потенциала кремния, а следовательно, уменьшению его оптических характеристик. В случае сурьмы, которая остается в структуре кремния и на поверхности границы раздела кремний – естественный окисел, деформационный поверхностный потенциал выше, соответственно, выше и оптические характеристики кремния.

Заключение

Исследование влияния БТО на оптические характеристики кремния показало, что в области максимума поглощения, соответствующего Г-точке (точке сингулярности Ван Хова M_1) зоны Бриллюэна, имеет место снижение коэффициента поглощения по сравнению с его величиной до БТО. Кроме того, для всех образцов наблюдается рост коэффициента преломления и уменьшение толщины естественного окисла в 1,7–2,0 раза, что свидетельствует об уменьшении толщины нарушенного слоя на поверхности кремниевой пластины после химико-механической полировки в процессе твердофазной рекристаллизации при БТО и очистке кремния от различного рода загрязнений.

Библиографические ссылки

1. Наливайко ОЮ, Солодуха ВА, Пилипенко ВА, Колос ВВ, Белоус АИ, Липинская ТИ и др. *Базовые технологические процессы изготовления полупроводниковых приборов и интегральных микросхем на кремнии. Том 1*. Турцевич АС, редактор. Минск: Интегралполиграф; 2013. 703 с.
2. Пирс К, Адамс А, Кац Л, Цай Д, Сейдел Т, Макгиллис Д. *Технология СБИС. Книга 1*. Зи С, редактор; Звероловлев ВМ, Лейкин ВН, Петров ВБ, Эйдельман БЛ, переводчики. Москва: Мир; 1986. 404 с.



References

1. Nalivaiko OYu, Saladukha VA, Pilipenka UA, Kolos VV, Belous AI, Lipinskaya TI, et al. *Bazovye tekhnologicheskie protsessy izgotovleniya poluprovodnikovykh priborov i integral'nykh mikroskhem na kremnii. Tom 1* [Basic technological processes of fabrication of semiconductor devices and integrated circuits on silicon. Volume 1]. Turtsevich AS, editor. Minsk: Integralpoligraf; 2013. 703 p. Russian.

2. Sze SM, editor. *VLSI technology*. New York: McGraw-Hill Book Company; 1983. 654 p.

Russian edition: Pirs K, Adams A, Kats L, Tsai D, Seidel T, Makgillis D. *Tekhnologiya SBIS. Kniga 1*. Sze S, editor; Zverolovlev VM, Leikin VN, Petrov VB, Eidel'man BL, translators. Moscow: Mir; 1986. 404 p.

Получена 07.09.2021 / исправлена 08.09.2021 / принята 22.09.2021.
Received 07.09.2021 / revised 08.09.2021 / accepted 22.09.2021.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАЗЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

<i>Насимас А. М., Иову М. С., Агишев И. Н., Гаврусенок И. В., Мельникова Е. А., Сташкевич И. В., Толстик А. Л.</i> Формирование голограммических дифракционных решеток в тонких пленках халько- генидных стеклообразных полупроводников	4
--	---

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

<i>Головчук В. И., Лукашевич М. Г.</i> Особенности низкотемпературного магнитосопротивления в диске Корбино с магнитным упорядочением	12
<i>Колесникова Е. А., Углов В. В., Кулешов А. К., Русальский Д. П.</i> Формирование эпитаксиальных пленок InSb на полуизолирующем GaAs(100) методом взрывного термического испарения: их структура и электрические свойства	20
<i>Романов И. А., Ковальчук Н. С., Власукова Л. А., Пархоменко И. Н., Солодуха В. А., Пили- пенко В. А., Шестовский Д. В., Демидович С. А.</i> Электролюминесценция пленок SiO ₂ на Si, полученных термическим окислением и плазмохимическим осаждением	26

ФИЗИКА И ТЕХНИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

<i>Бахадырханов М. К., Кенжасаев З. Т., Исмайлов Б. К., Оджаев В. Б., Просолович В. С., Ян- ковский Ю. Н.</i> Повышение эффективности промышленного кремниевого солнечного элемента легированием никелем	32
---	----

БИОФИЗИКА

<i>Ефимова Т. А., Тимошенко И. А., Абрашина-Жадаева Н. Г.</i> Дробно-дифференциальная мо- дель распространения COVID-19	40
--	----

ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

<i>Тихомиров В. В.</i> Некогерентное рассеяние ультрарелятивистских канализированных частиц на электронах	49
<i>Коржик М. В.</i> Перспективы ядерно-физических исследований в Беларусь	62
<i>Орсич П. О., Бринкманн К.-Т., Дорменев В. И., Коржик М. В., Мечинский В. А., Козлов Д. Ю., Цауник Х.-Г.</i> Электромагнитная калориметрия на основе PWO для работы при низких темпе- ратурах	67

ИСТОРИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

<i>Абрашина-Жадаева Н. Г., Руинова И. И.</i> К 60-летию кафедры высшей математики и матема- тической физики	74
--	----

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

<i>Аницик В. М., Горуцко В. А., Пилипенко В. А., Понарядов В. В., Солодуха В. А., Омельченко А. А.</i> Изменение оптических параметров кремния после быстрой термической обработки	81
---	----

CONTENTS

LASER TECHNOLOGY

<i>Nastas A. M., Iovu M. S., Agishev I. N., Gavrusenok I. V., Melnikova E. A., Stashkevitch I. V., Tols-tik A. L.</i> Formation of holographic diffraction gratings in thin films of chalcogenide glassy semicon-ductors.....	4
---	---

CONDENSED STATE PHYSICS

<i>Halauchuk V. I., Lukashevich M. G.</i> Peculiarity of the low temperature magnetoresistive effect in the Corbino disk with magnetic ordering	12
---	----

<i>Kolesnikova E. A., Uglov V. V., Kuleshov A. K., Rusalsky D. P.</i> Formation of epitaxial InSb films on semi-insulating GaAs(100) by explosive thermal evaporation: their structure and electrical properties...	20
---	----

<i>Romanov I. A., Kovalchuk N. S., Vlasukova L. A., Parkhomenko I. N., Saladukha V. A., Pilipenka U. A., Shestovski D. V., Demidovich S. A.</i> Electroluminescence of SiO ₂ films grown on Si by thermal oxidation and plasma-enhanced chemical vapor deposition	26
--	----

SEMICONDUCTOR PHYSICS AND ENGINEERING

<i>Bakhadirhanov M. K., Kenzhaev Z. T., Ismaylov B. K., Odzaev V. B., Prasalovich U. S., Yankovski Yu. N.</i> Improving the efficiency of an industrial silicon solar cell by doping with nickel.....	32
---	----

BIOPHYSICS

<i>Efimova T. A., Timoshchenko I. A., Abrashina-Zhadaeva N. G.</i> Fractional differential model of the spread of COVID-19.....	40
---	----

ATOMIC NUCLEUS AND ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS

<i>Tikhomirov V. V.</i> Incoherent ultrarelativistic channeling particle scattering by electrons.....	49
---	----

<i>Korzhik M. V.</i> Outlook for nuclear physics research in Belarus	62
--	----

<i>Orsich P. O., Brinkmann K.-T., Dormenev V. I., Korzhik M. V., Mechinsky V. A., Kozlov D. Yu., Zau-nick H.-G.</i> PWO based electromagnetic calorimetry to operate at a low temperature	67
---	----

HISTORICAL MATERIALS

<i>Abrashina-Zhadaeva N. G., Rushnova I. I.</i> The 60 th anniversary of the department of higher mathe-matics and mathematical physics.....	74
---	----

SHORT COMMUNICATIONS

<i>Anishchik V. M., Harushka V. A., Pilipenka U. A., Ponariadov V. V., Saladukha V. A., Omelchenko A. A.</i> Variation of the silicon optical parameters after rapid heat treatment.....	81
--	----

Журнал включен Высшей аттестационной комиссией Республики Беларусь в Перечень научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований по техническим (экспериментальная и прикладная физика; микро- и наноэлектроника) и физико-математическим наукам.

Журнал включен в библиографическую базу данных научных публикаций «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ).

**Журнал Белорусского
государственного университета. Физика.
№ 3. 2021**

Учредитель:
Белорусский государственный университет

Юридический адрес: пр. Независимости, 4,
220030, г. Минск.

Почтовый адрес: пр. Независимости, 4,
220030, г. Минск.

Тел. (017) 259-70-74, (017) 259-70-75.

E-mail: jphys@bsu.by

URL: <https://journals.bsu.by/index.php/physics>

«Журнал Белорусского государственного университета. Физика» издается с января 1969 г.
До 2017 г. выходил под названием «Вестник БГУ.

Серия 1, Физика. Математика. Информатика»
(ISSN 1561-834X).

Редакторы *O. A. Семенец, M. A. Подголина*
Технический редактор *V. V. Пишкова*
Корректор *L. A. Меркуль*

Подписано в печать 30.09.2021.
Тираж 125 экз. Заказ 387.

Республикансское унитарное предприятие
«Информационно-вычислительный центр
Министерства финансов Республики Беларусь».
ЛП № 02330/89 от 03.03.2014.
Ул. Кальварийская, 17, 220004, г. Минск.

**Journal
of the Belarusian State University. Physics.
No. 3. 2021**

Founder:
Belarusian State University

Registered address: 4 Niezaliežnasci Ave.,
Minsk 220030.

Correspondence address: 4 Niezaliežnasci Ave.,
Minsk 220030.

Tel. (017) 259-70-74, (017) 259-70-75.

E-mail: jphys@bsu.by

URL: <https://journals.bsu.by/index.php/physics>

«Journal of the Belarusian State University. Physics»
published since January, 1969.
Until 2017 named «Vestnik BGU.
Seriya 1, Fizika. Matematika. Informatika»
(ISSN 1561-834X).

Editors *O. A. Semenets, M. A. Podgolina*
Technical editor *V. V. Pishkova*
Proofreader *L. A. Merkul'*

Signed print 30.09.2021.
Edition 125 copies. Order number 387.

Republican Unitary Enterprise
«Informatsionno-vychislitel'nyi tsentr
Ministerstva finansov Respubliki Belarus'».
License for publishing No. 02330/89, 3 March 2014.
17 Kal'varyjskaja Str., Minsk 220004.