

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Б.Прохоренко

«05» июля 2024 г.

Регистрационный № УД-13078/уч.



Методы классификации и решения математических задач

**Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2024 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021 и учебных планов G31-1-016/уч. от 25.05.2021 г., G31-1-002/уч.з от 31.05.2021 г., G31-1-010/уч.ин. от 31.05.2021 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.В. Бровка – заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор.

А.Г. Вопнярская – старший преподаватель кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Л.А. Хвощинская – доцент кафедры общей и медицинской физики «Международного государственного экологического института имени А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций механико-математического факультета БГУ (протокол № 13 от 30.05.2024);

Научно-методическим Советом БГУ (протокол №9 от 28.06.2024).

Зав.кафедрой теории функций



Н.В. Бровка

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – усвоение студентами способов классификации математических задач, основных методов решения и обучения решению задач школьного курса математики, развитие их математической и профессионально-педагогической культуры, реализация элементов креативного образования.

Задачи учебной дисциплины:

1. систематизировать знания студентов по элементарной математике и методике ее преподавания;
2. развивать и углублять навыки применения основных методов решения и конструирования систем задач;
3. развитие логического и критического мышления.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Дисциплина «Методы классификации и решения математических задач» является дисциплиной специализации компонента учреждения высшего образования.

Классификация задач школьного курса математики способствует пониманию структуры, сущности и направления поиска решения той или иной задачи. Овладение навыками и приемами решения различных математических задач позволяет развивать логическое, критическое и креативное мышление; освоение способов классификации математических задач, методов объединения их в классы по разным основаниям является важной составляющей профессиональных компетенций будущего учителя или преподавателя математики.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина тесно связана с курсами алгебры, геометрии, математической логики, методики преподавания математики.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Методы классификации и решения математических задач» должно обеспечить формирование следующих универсальных и базовых профессиональных компетенций:

универсальные компетенции:

УК. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

базовые профессиональные компетенции:

БПК. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружаю-

щего мира.

БПК. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы при решении теоретических прикладных математических задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать: основные методы и приемы решения и классификации различных математических задач.

уметь: применять методы решения разнообразных типов задач и приёмы обучения этим методам учащихся

владеть: способами классификации и конструирования классов математических задач

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 7 семестре для очной формы получения образования и 8, 9 семестре для заочной формы получения образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Методы классификации и решения математических задач» отведено:

7 семестр

– для **очной формы получения высшего образования и иностранных студентов:** 90 часов, в том числе – 52 аудиторных часа, из них: лекции – 48 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

8 семестр:

– для **заочной формы получения высшего образования:** 96 часов, в том числе – 24 аудиторных часов, из них: лекции – 16 часов, лабораторные занятия – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

9 семестр:

– для **заочной формы получения высшего образования:** 90 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Классификация задач по характеру условия

Что такое классификация. Виды классификаций. Что такое задача, математическая задача, учебная задача. Определение и структура математической задачи. Методы решения математических задач (алгоритмизация, моделирование, когнитивная визуализация и др.). Определенные задачи, неопределенные задачи, переопределенные задачи. Противоречивые задачи. Типичные ошибки при постановке и решении задач.

Тема 2. Классификация задач по уровню сложности

Уровни сложности и усвоения материала. Классификация и решение различных математических задач разного уровня сложности.

Тема 3. Классификация задач по количеству неизвестных в структуре задачи

Классификация и решение задач обучающего, поискового, проблемного и эвристического характера.

Тема 4. Классификация задач по характеру объектов

Классификация и решение математических и практических задач.

Тема 5. Классификация задач по отношению к теории

Классификация и решение стандартных и нестандартных математических задач.

Тема 6. Классификация задач по функциям в процессе обучения

Функции задач в обучении математике. Классификация и решение задач, выполняющих различных функции в процессе обучения математики.

Тема 7. Классификация задач по способу решения

Классификация и основные методы решения математических задач.

Тема 8. Классификация задач по содержанию, типу и виду

Классификация и решение различных текстовых задач: на совместную работу, на сплавы и смеси, на движение, на числовые зависимости.

Тема 9. Классификация задач в зависимости от последовательности языков выражения условия и ответа к ней.

Классификация и решение задач в зависимости от последовательности языков выражения условия и ответа к ней. Когнитивная визуализация. Типы математического мышления.

Тема 10. Классификация задач по характеру требований.

Классификация задач по характеру требований. Основные методы решения задач на вычисление, построение, доказательство. Комбинированные задачи.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, те- мы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Классификация задач по характеру условия	8						
2	Классификация задач по уровню сложности	4						
3	Классификация задач по количеству неизвестных в структуре задачи	4						
4	Классификация задач по характеру объектов	4						
5	Классификация задач по отношению к теории	4						
6	Классификация задач по функциям в процессе обучения	6						
7	Классификация задач по способу ре- шения	4					2	Контрольная работа
8	Классификация задач по содержанию, типу и виду	6						
9	Классификация задач в зависимости от последовательности языков выра- жения условия и ответа к ней.	4						
10	Классификация задач по характеру требований.	4					2	Контрольная работа
	Всего	48					4	Зачет

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, те-	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4 курс, 8 семестр							
1	Классификация задач по характеру условия	2						
2	Классификация задач по уровню сложности				2			Контрольная работа
3	Классификация задач по количеству неизвестных в структуре задачи	2						
4	Классификация задач по характеру объемов	2			2			Контрольная работа
5	Классификация задач по отношению к теории	2						
6	Классификация задач по функциям в процессе обучения	2						
7	Классификация задач по способу решения	2			2			Контрольная работа
8	Классификация задач по содержанию, типу и виду							
9	Классификация задач в зависимости от последовательности языков выражения условия и ответа к ней.	2						
10	Классификация задач по характеру требований.	2			2			Контрольная работа
	Всего	16			8			Экзамен

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	5 курс, 9 семестр							
1.		90						Зачет

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре. 8 – 9 классы: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – 17-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 301 с.
2. И.Арнольд, Теория чисел. Изд.: ЛЕНАНД, 2019. – 288 с.
3. Колягин, Ю. М. Учись решать задачи. Пособие для учащихся VII-VIII кл./ Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян. – М.: Просвещение, 1980. – 96 с.
4. Крупич, В. И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач / В. И. Крупич. – М. : Прометей, 1995. – 210 с.
5. Математика, Алгебра. Начало математического анализа. Профильный уровень. /М.И.Шабунин, А.А.Прокофьев.–3-е изд., испр. и доп. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018.– 393 с.
6. Методика обучения математике в средней школе: Учеб.пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов/ Г. И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2002. – 24 с.
7. Пойа, Д. Как решать задачу. –М. : Учпедгиз, 1959. – 208 с.
8. Темербекова, А. А. Методика обучения математике: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2013. – 365 с.
9. Фридман, Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
10. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. Учебное пособие для X класса средней школы. – М.: Просвещение, 1989. – 252 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Белошистая, А.В. Задачи на построение в школьном курсе геометрии / А. В. Белошистая // Математика в школе. – 2002. – №9. – С. 47-50.
2. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. – М.: «АВФ», 1995. – 352 с.
3. Оконь В. Основы проблемного обучения. / Пер. с польск. – М.: Просвещение, 1968. – 208 с.
4. Петров К. Сборник задач по алгебре: Кн. для учителя. Пер. с болг. – М.: Просвещение, 1984. – 208 с.
5. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы: Учеб. пособие / Под. ред. проф. В. Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.

6. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций может использоваться средство текущего контроля: контрольная работа.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен – зачет в 7 (очная форма обучения) и 9 (заочная форма обучения) семестрах, экзамен в 8 (заочная форма обучения) семестре.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации: контрольная работа – 100 %.

Итоговая отметка по учебной дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки текущей аттестации составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 7. Классификация задач по способу решения.

Классификация и основные методы решения математических задач

1. Пункты A и B находятся по разные стороны от реки, ширина которой постоянна, а берега прямолинейны. В каком месте надо возвести мост через реку, чтобы путь от одного пункта в другой был кратчайшим?
2. Цена бриллианта пропорциональна квадрату его массы. Бриллиант массой p карат был разбит на две части, после чего его стоимость уменьшилась в k раз. Найдите массы частей, на которые был разбит бриллиант.
3. Найдите площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 \leq 4 \\ x + y \leq 0 \end{cases}$$
.

Форма контроля – контрольная работа

Тема 10. Классификация задач по характеру требований.

Классификация задач по характеру требований. Основные методы решения задач на вычисление, построение, доказательство. Комбинированные задачи

1. Сколько различных действительных корней имеет уравнение $f(f(x)) = 0$, где $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$?
2. Найдите наименьшее значение функции $y = 2(\sin x)^2 - 3 \sin 2x + 10(\cos x)^2$.
3. Докажите, что если $a + b = 2$, где a и b – действительные числа, то $a^4 + b^4 \geq 2$.

Форма контроля – контрольная работа

Примерная тематика лабораторных занятий

Тема 1. Классификация задач по характеру условия

Занятие 1. Что такое классификация. Виды классификаций. Что такое задача, математическая задача, учебная задача.

Занятие 2. Определение и структура математической задачи. Методы решения математических задач (алгоритмизация, моделирование, когнитивная визуализация и др.).

Занятие 3. Определенные задачи, неопределенные задачи, переопределенные задачи. Противоречивые задачи.

Занятие 4. Типичные ошибки при постановке и решении задач.

Тема 2. Классификация задач по уровню сложности

Занятие 5. Уровни сложности и усвоения материала.

Занятие 6. Классификация и решение различных математических задач разного уровня сложности.

Тема 3. Классификация задач по количеству неизвестных в структуре задачи

Занятие 7. Классификация и решение задач обучающего, поискового, проблемного и эвристического характера.

Занятие 8. Классификация и решение задач проблемного и эвристического характера.

Тема 4. Классификация задач по характеру объектов

Занятие 9. Классификация математических и практических задач.

Занятие 10. Решение математических и практических задач.

Тема 5. Классификация задач по отношению к теории

Занятие 11. Классификация и решение стандартных математических задач.

Занятие 12. Классификация и решение нестандартных математических задач.

Тема 6. Классификация задач по функциям в процессе обучения

Занятие 13. Функции задач в обучении математике.

Занятие 14. Классификация задач, выполняющих различных функции в процессе обучения математики.

Занятие 15. Решение задач, выполняющих различных функции в процессе обучения математики.

Тема 7. Классификация задач по способу решения

Занятие 16. Классификация математических задач.

Занятие 17. Основные методы решения математических задач.

Тема 8. Классификация задач по содержанию, типу и виду

Занятие 18. Классификация и решение различных текстовых задач: на совместную работу, на сплавы и смеси.

Занятие 19. Классификация и решение различных текстовых задач: на движение.

Занятие 20. Классификация и решение различных текстовых задач: на числовые зависимости.

Тема 9. Классификация задач в зависимости от последовательности языков выражения условия и ответа к ней.

Занятие 21. Классификация и решение задач в зависимости от последовательности языков выражения условия и ответа к ней.

Занятие 22. Когнитивная визуализация. Типы математического мышления.

Тема 10. Классификация задач по характеру требований.

Занятие 23. Классификация задач по характеру требований.

Занятие 24. Основные методы решения задач на вычисление, построение, доказательство. Комбинированные задачи.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются:

1. *эвристический подход*, который предполагает: осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира; демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем; творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов; индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

2. *практико-ориентированный подход*, который предполагает: освоение содержание образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов; использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

3. *методы и приемы развития алгоритмического и критического мышления*, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе ее поиска, отбора, анализа и организации в соответствии с поставленной целью; понимание информации как отправного, а не конечного пункта обретения знаний, развития логического, критического и креативного мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей атте-

станции, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении заданий УСР по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Что такое классификация. Виды классификаций. Что такое задача, математическая задача, учебная задача.
2. Определение и структура математической задачи.
3. Методы решения математических задач (алгоритмизация, моделирование, когнитивная визуализация и др.).
4. Определенные задачи, неопределенные задачи, переопределенные задачи.
5. Противоречивые задачи.
6. Типичные ошибки при постановке и решении задач.
7. Уровни сложности и усвоения материала.
8. Классификация и решение различных математических задач разного уровня сложности.
9. Классификация и решение задач обучающего, поискового, проблемного и эвристического характера.
10. Классификация и решение математических и практических задач.
11. Классификация и решение стандартных и нестандартных математических задач.
12. Функции задач в обучении математике.
13. Классификация и решение задач, выполняющих различных функции в процессе обучения математики.
14. Классификация и основные методы решения математических задач.
15. Классификация и решение различных текстовых задач: на совместную работу, на сплавы и смеси, на движение, на числовые зависимости.
16. Классификация и решение задач в зависимости от последовательности языков выражения условия и ответа к ней.
17. Когнитивная визуализация.
18. Типы математического мышления.
19. Классификация задач по характеру требований.
20. Основные методы решения задач на вычисление, построение, доказательство.
21. Комбинированные задачи.

Примерный перечень индивидуальных заданий к зачету

1. Найдите действительные решения уравнения $\left|x^2 - \frac{7x}{4} - 1\right| = -x^2 - 8x + b$ и определите, при каких значениях b оно имеет единственное действительное решение.
2. Решите уравнение $\left|12 - |x + 4| - |x - 1|\right| - ax - 15a = 8$ при всех действительных значениях параметра a .
3. Где расположены точки плоскости, для координат которых выражение $\sqrt{x^2 + y^2 - 4} + \frac{\lg(10-y)}{\sqrt{y-x^2}}$ принимает действительные значения?
4. Решите неравенство $(\sqrt{7} - 3)^{x-7} \leq (\sqrt{7} + 3)^{\sqrt{x}}$.
5. Пункты A и B находятся по разные стороны от реки, ширина которой постоянна, а берега прямолинейны. В каком месте надо возвести мост через реку, чтобы путь от одного пункта в другой был кратчайшим?
6. Цена бриллианта пропорциональна квадрату его массы. Бриллиант массой p карат был разбит на две части, после чего его стоимость уменьшилась в k раз. Найдите массы частей, на которые был разбит бриллиант.
7. Найдите площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - |x|)^3 + (y - |y|)^3 \leq 9 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$$
.
8. Сколько различных действительных корней имеет уравнение $f(f(x)) = 0$, где $f(x) = x^5 - 36x^2 + 72x$?
9. Найдите наименьшее значение функции $y = 2(\cos x)^4 - 5 \cos x 8x + 10(\sin x)^4$.
3. Докажите, что если $a + b = 4$, где a и b — действительные числа, то $a^8 + b^8 \geq 4$.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой,
Доктор пед.наук, профессор
(ученая степень, ученое звание)


(подпись)

Н.В.Бровка
(ФИО)

«30» 05 2024г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
