

Литература

1. Беларусь-Китай: о сотрудничестве, которому подвластны любые расстояния [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.tvr.by/news/ekonomika/belarus_kitay_o_sotrudnichestve_kotoromu_podvlastny_lyubye_rasstoyaniya_/. – Дата доступа: 22.02.2024.

2. О 32-й годовщине установления дипломатических отношений между Беларусью и Китаем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://china.mfa.gov.by/ru/embassy/news/af792f0380891314.html>. – Дата доступа: 22.02.2024.

$0 = 1$: софизм или парадокс

*Аниух К. С., 5 класс ЧУО «Минская международная гимназия»,
науч. рук. учит. матем. высшей кат. Безмен Д. В.,
учит. матем. кат. «учит.-методист» Прохорова О. В.*

Математика – царица наук, которая любит точность в вычислениях. В ее основе лежат аксиомы и теоремы, но в тоже время существует большое количество софизмов и парадоксов, которые могут привести к математическим открытиям.

Цель статьи – определить, является ли равенство $0 = 1$ математическим софизмом или парадоксом.

Софизм – формально кажущееся правильным, но, по существу, ложное умозаключение, основанное на преднамеренно неправильном подборе исходных положений [8].

Парадокс – странное, расходящееся с общепринятым мнением, высказывание, а также мнение, противоречащее (иногда только на первый взгляд) здравому смыслу [7].

А. А. Ивин отмечает, что софизм является тонким и завуалированным, поскольку его не сразу и не каждому удастся раскрыть [3, с. 237]. Парадокс же представляет собой мнение, резко расходящееся с общепринятым [3, с. 259].

Согласно мнению А. Г. Мадера, парадоксы – справедливые, но неожиданные утверждения, в то время как софизмы – ложные результаты, полученные с помощью рассуждений, которые только кажутся правильными, однако обязательно содержат ту или иную ошибку [5, с. 5].

Софизмы и парадоксы появились в Древней Греции. Самыми известными из них являются следующие. Софизм «рогатый», с помощью которого можно уверить каждого, что у него есть рога: «Что ты не терял, то имеешь; рога ты не терял; значит, у тебя рога» [4, с. 261]. Парадокс «лжец»: «Сказанное Платоном – ложно, – говорит Сократ. – То, что сказал Сократ, – истина, – говорит Платон» [4, с. 280]. Возникает вопрос, кто из них говорит истину, а кто из них – ложь.

Софизмы и парадоксы довольно часто встречаются в математике, они привлекают внимание как научной общественности, так и любителей математики, поскольку помогают развить логику и навыки креативного мышления. Найти ошибку в софизме довольно сложно, так как она может быть скрыта в неточности формулировки, неверном чертеже или поспешно выполненном математическом действии. В отличие от софизма, который содержит замаскированную ошибку, парадокс может быть истинным и ложным. А. А. Ивин высказывает мнение, что все софизмы – мнимые парадоксы [4, с. 264].

Выделяют три вида математических софизмов: арифметические, геометрические и алгебраические [1, с. 121–134]. Алгебраические софизмы – намеренно скрытые ошибки в уравнениях и выражениях. Арифметические софизмы – это числовые выражения, имеющие неточность или ошибку, не заметную с первого взгляда. Геометрические софизмы – это умозаключения или рассуждения, обосновывающие противоречивое утверждение, связанное с геометрическими фигурами [6, с. 5].

В данной работе нам надо разобраться с вопросом: $0 = 1$ является софизмом или парадоксом. Для этого мы обратимся к дробям и произведем с ними ряд действий.

Рассмотрим следующие периодические дроби:

1. $\frac{1}{3} = 0,333... = 0,(3)$
2. $\frac{1}{7} = 0,142857... = 0,(142857)$
3. $\frac{1}{9} = 0,111... = 0,(1)$
4. $\frac{1}{11} = 0,09... = 0,(09)$
5. $\frac{1}{27} = 0,037037... = 0,(037)$

Выполним действие с указанными выше периодическими дробями: умножим каждую дробь на знаменатель этой дроби:

1. $\frac{1}{3} \times 3 = \underbrace{0,(9) \text{ или } 0,(3) \times 3 = 0,(9)}_{0,(9) = 1}$
2. $\frac{1}{7} \times 7 = \underbrace{0,(9) \text{ или } 0,(142857) \times 7 = 0,(9)}_{0,(9) = 1}$
3. $\frac{1}{9} \times 9 = \underbrace{0,(9) \text{ или } 0,(1) \times 9 = 0,(9)}_{0,(9) = 1}$

$$4. \quad \frac{1}{11} \times 11 = \underbrace{0,(9) \text{ или } 0,(09) \times 11 = 0,(9)}_{0,(9) = 1}$$

$$5. \quad \frac{1}{27} \times 27 = \underbrace{0,(9) \text{ или } 0,(037) \times 27 = 0,(9)}_{0,(9) = 1}$$

Таким образом, из данных операций с периодическими дробями имеет место закономерность, что $0,(9) = \frac{9}{9} = 1$. Данное выражение получилось при преобразовании каждой из дробей. Это истинное математическое утверждение.

Введем величину $\aleph_0$ – количественная бесконечность.

$$1 - 0,(9) = \frac{1}{\aleph_0}$$

$$1 - 1 = 0$$

$$\frac{1}{\aleph_0} = 0$$

Таким образом, если $\frac{a}{b} = c$,

то

$$c \times b = a$$

и

$$a = c \times b$$

$$1 = 0 \times \aleph_0$$

$$0 \times \aleph_0 = \underbrace{0 + 0 + \dots}_{\aleph_0}$$

$$\frac{0}{10} = \frac{0}{100} = \frac{0}{1000000} = 0 \text{ и т. д.}$$

$$0,(0) = \underbrace{0,0 + 0 + 0 + \dots}_{\aleph_0} = 0,1$$

$$0,(0) = 0,000\dots = 0$$

На основании проведенного исследования можно сделать вывод, что

$$0,1 = 0$$

При умножении двух частей равенства на 10 получаем следующее:

$$0 \times 10 = 0, 1 \times 10$$

$$0 = 1$$

Полагаем, что для математического анализа $0 = 1$ является арифметическим софизмом. Однако существует раздел математики – комбинаторика, где равенство $0! = 1$ верно. Это доказывается комбинаторным свойством: пустое множество можно перемещать только 1 раз.

Таким образом, исследование, проведенное в данной статье, позволяет сделать следующие выводы:

1. Софизмы и парадоксы в математике – явление распространенное. В доктрине широко распространено мнение, согласно которому они не только очень поучительны и интересны, но и ведут к осмысленному постижению математики, а также становятся толчком к новым открытиям.

2. $0 = 1$ является арифметическим софизмом, однако, учитывая тот факт, что пустое множество можно перемещать только 1 раз, в комбинаторике равенство $0! = 1$ принято считать верным.

Литература

1. Еленьский, Щ. По следам Пифагора: магические квадраты и волшебные числа / Щ. Еленьский. – Санкт-Петербург, 2022. – 137 с.

2. Ивин, А. А. Искусство мыслить правильно / А. А. Ивин. – М. : Проспект, 2024. – 304 с.

3. Ивин, А. А. Современная логика / А. А. Ивин. – М. : ДМК Пресс, 2022. – 382 с.

4. Львовский, С. М. Что не так? Математические парадоксы и софизмы / С. М. Львовский. – 2-е изд., доп. – М. : МНЦМО, 2024. – 80 с.

5. Мадера, А. Г. Математические софизмы: правдоподобные рассуждения, приводящие к ошибочным утверждениям / А. Г. Мадера, Д. А. Мадера. – М. : Просвещение, 2003. – 112 с.

6. Новрузова, Х. Математические софизмы и их применение на уроках [Электронный ресурс] / Х. Новрузова // World Science. – 2017. – № 11 (27). – Т. 1. – С. 4–6. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_30740902_53605782.pdf. – Дата доступа: 15.01.2024.

7. Парадокс [Электронный ресурс] // Толковый словарь Ожегова. – Режим доступа: <https://slovarozhegova.ru/word.php?wordid=19900>. – Дата доступа: 15.01.2024.

8. Софизм [Электронный ресурс] // Толковый словарь Ожегова. – Режим доступа: <https://slovarozhegova.ru/word.php?wordid=29992>. – Дата доступа: 15.01.2024.