УДК 539.124

Л. А. БОРИСОГЛЕБСКИЙ, С. И. ЛОБКО

ЧАСТИЦА СО СПИНОМ 1/2 В ПОЛЕ ОДНОМЕРНОГО ОСЦИЛЛЯТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

Рассмотрим поведение частицы со спином 1/2 по теории Дирака в случае потенциала $V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$. Поскольку задача одномерная, то уравнение Дирака запишется

$$\left(\gamma_1\frac{\partial}{\partial x}+\gamma_4\frac{\partial}{\partial x_4}+\varkappa\right)\psi(x,\ x_4)=0,\ \varkappa=\frac{mc}{h},\ x_4=ict. \tag{1}$$

После введения взаимодействия градиентно-инвариантным способом, т. е. в нашем случае заменой $\frac{\partial}{\partial x_4}\to\frac{\partial}{\partial x_4}+\frac{V(x)}{hc}=\frac{\partial}{\partial x_4}+\frac{1}{2}\frac{m\omega^2x^2}{hc}$, уравнение (1) примет вид

$$\left[\gamma_1\frac{\partial}{\partial x}+\gamma_4\left(\frac{\partial}{\partial x_4}+\frac{1}{2}\frac{m\omega^2x^2}{hc}\right)+\varkappa\right]\psi(x,\ x_4)=0. \tag{2}$$

Решение этого уравнения ищем в виде $\psi(x,\ x_4)=\psi(x)e^{-\frac{iEt}{h}}$. Из (2) для искомого биспинора $\psi(x)$ получим уравнение

$$\left[hc\gamma_1\frac{d}{dx}-\gamma_4\left(E-\frac{1}{2}m\omega^2x^2\right)+mc^2\right]\psi(x)=0. \tag{3}$$

Точное решение системы (3) получить не удалось. Был совершен переход к нерелятивистскому приближению согласно правилам $E\to E+mc^2$, $E-V(x)\ll mc^2$ [1]. Это значит, что мы ограничиваемся случаем малых скоростей. Опустив поэтому в системе (3) релятивистские члены и исключив малые компоненты волновой функции, получим для больших компонент уравнение

$$-\frac{h^2}{2m}\cdot\frac{d^2\psi_{1,2}}{dx^2}-\frac{h^2\omega^2x}{4mc^2}\cdot\frac{d\psi_{1,2}}{dx}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi_{1,2}=E\psi_{1,2}. \tag{4}$$

Уравнение (4) отличается от известного уравнения Шредингера для линейного гармонического осциллятора членом $-\frac{h^2\omega^2x}{4mc^2}\cdot\frac{d\psi_{1,2}}{dx}$, который дает дополнительную энергию частицы со спином в поле квазиупругих сил и аналогичен поправке Томаса — Френкеля в случае полуклассического рассмотрения спин-орбитального взаимодействия электрона в атоме.

Уравнение (4) будем решать с помощью теории возмущений, взяв в качестве оператора возмущения $H'=\lambda x\frac{d}{dx}$, где $\lambda=-\frac{h^2\omega^2}{4mc^2}$. Обозначив уровни энергии невозмущенного оператора $H_0=-\frac{h^2}{2m}\cdot\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ через $E_n^{(0)}=h\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$, а собственные функции через

$$\psi_n^{(0)}(x)=\frac{1}{\sqrt{x_0}}e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}H_n\left(\frac{x}{x_0}\right),\quad x_0=\sqrt{\frac{h}{m\omega}},\ H_n\left(\frac{x}{x_0}\right)-$$

— полиномы Чебышева — Эрмита, получим для собственных значений оператора $H=H_0+H'$ выражение $E_n=E_n^{(0)}+\lambda\left(x\frac{d}{dx}\right)_{nn}$. Вычисление поправки первого приближения дает $\left(x\frac{d}{dx}\right)_{nn}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(n^{3/2}-\frac{1}{2}\sqrt{n+1}\right)$ $n=0,\ 1,\ 2\ldots$

Окончательно собственные значения энергии частицы в поле одномерного осцилляторного потенциала с учетом спина будут

$$E_n = \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right) - \frac{\hbar^2\omega^2}{4\sqrt{2}mc^2}\left(n^{3/2} - \frac{1}{2}\sqrt{n+1}\right). \qquad (5)$$

Как видно из (5), учет наличия спина у частицы приводит к сдвигу ее энергетических уровней, величина которого зависит от квантового числа n и существенно зависит от частоты колебаний осциллятора. Условием применимости полученных результатов является требование, чтобы $\hbar\omega \ll mc^2$. Только в этом случае возможно применение теории возмущений. С другой стороны, для возможности обнаружения этого взаимодействия на опыте нужно, чтобы $\hbar\omega$ была не слишком малой по сравнению с mc^2.

В заключение сравним поправку на спин-орбитальное взаимодействие с поправкой на ангармоничность линейного осциллятора. Если взять выражение для потенциальной энергии в виде $V = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \lambda x^3$, то во втором приближении теории возмущений получим для поправки к уровням энергии осциллятора выражение $-\frac{15}{4}\left(\frac{\lambda^2}{\hbar\omega}\right)\left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^3\left(n^2+n+\frac{11}{30}\right)$[2]. Последняя будет сравнима со спиновой поправкой для частот осциллятора удовлетворяющих условию $\omega \simeq \left(\frac{5\lambda C}{m}\right)^{\frac{1}{3}}$.

Проведенное сравнение позволяет сделать вывод о том, что в широкой области частот колебаний осциллятора спин-орбитальное взаимодействие должно учитываться наряду с ангармоничностью (оба сдвигают уровни энергии в одном и том же направлении).

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А., Лоскутов Ю. М., Тернов И. М. Квантовая механика.— М., 1962.
2. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики.— М., 1976.

Поступила в редакцию
06.06.79.

Кафедра теоретической физики

УДК 681.3.06

Г. А. ДРОБУШЕВИЧ, ТО ТУАН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ СИНТАКСИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЯЗЫКОВ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Одним из двух принципов построения математического обеспечения обучающих систем (ОбС) является опознавание ответов обучаемых [1]. Решение этой задачи в системах обучения языкам программирования прежде всего предусматривает использование диагностических возможностей транслятора или интерпретатора. Однако выделить анализатор из транслятора, как правило, очень трудно, и транслятор анализирует только один язык программирования по заданной схеме, изменить которую нелегко, так как для этого нужно переделывать блок анализа [2]. В данной работе предлагается один метод синтаксического анализа языков программирования, в частности, языка Ассемблер ЕС ЭВМ, который является объектом обучения разрабатываемой нами ОбС. Синтаксис любого известного языка программирования может описываться с помощью БНФ [3]. Пусть T — множество терминальных символов; V — множество нетерминалов. Рассмотрим БНФ со следующими свойствами:

1) ее правила вывода не являются леворекурсивными;

2) ее правила вывода имеют либо вид $\langle A\rangle ::= \alpha_0$, либо вид $\langle A\rangle ::= t_1\alpha_1 | t_2\alpha_2 | \ldots | t_m\alpha_m | \langle B\rangle\alpha_{m+1}$, где $t_i \in T$, $i = 1, 2, \ldots, m$ и $t_1 \neq t_2 \neq \ldots \neq t_m$; $\alpha_i \in (V \cup T)^*$, $i = 0, 1, \ldots, m+1$, $A, B \in V$. Кроме этого, не