

плотности дислокаций эффективность введения основных РД в p - и r -кремнии уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов И. П., Логвиненко Т. А., Лугаков П. Ф., Ткачев В. Д.—ФТП, 1974, т. 8, № 8, с. 1431.
2. Винецкий В. Л., Ерицян Г. Н., Конозенко И. Д., Старчик М. И.—ФТП, 1968, т. 2, № 9, с. 1236.
3. Вавилов В. С. Действие излучений на полупроводники.—М., 1963.
4. Лугаков П. Ф., Лукашевич Т. А.—ФТП, 1978, т. 12, № 8, с. 1660.
5. Козлов И. П., Литвинко А. Г., Лугаков П. Ф. и др.—ФТП, 1972, т. 6, № 10, с. 2048.

Поступила в редакцию
04.11.78.

НИИ ПФП

УДК 536.21+536.631

С. Ю. ЯНОВСКИЙ

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И СФЕРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ ТЕМПЕРАТУРЫ В МАТЕРИАЛАХ С ТЕПЛОВОЙ ПАМЯТЬЮ

Одним из актуальных вопросов теории теплопроводности является исследование процессов переноса тепла в материалах с тепловой памятью [1]. Особый интерес представляют температурные волны в таких материалах, которые имеют скорости распространения и коэффициенты затухания, отличные от аналогичных соотношений в классической теории теплопроводности. Интерес этот также стимулируется экспериментальными работами по распространению тепла в чистых кристаллических телах при низких температурах, где наблюдаются отклонения от закона Фурье [2].

Рассмотрим бесконечное изотропное пространство, наделенное тепловой памятью с а) цилиндрической полостью радиуса R ; б) сферической полостью радиуса R .

Температура пространства и скорость его нагревания в начальный момент времени равны нулю. Температура Θ на поверхностях $r=R$ принимает в начальный момент некоторое значение Θ_0 и остается в дальнейшем постоянной.

Для определения нестационарного температурного поля в пространстве используем линсаризованное уравнение теплопроводности Гуртина — Пипкина [3] без источника:

$$\begin{aligned} c_v \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \beta(t) \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \int_0^{\bar{t}} \beta'(s) \frac{\partial \Theta(\bar{r}, t-s)}{\partial t} ds = \\ = \alpha(0) \Delta \Theta + \int_0^{\bar{t}} \alpha'(s) \Delta \Theta(\bar{r}, t-s) ds, \end{aligned} \quad (1)$$

где c_v — объемная теплоемкость; $\alpha(t)$ — функция релаксации теплового потока; $\beta(t)$ — функция релаксации внутренней энергии; Δ — оператор Лапласа.

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$\Theta(\bar{r}, 0) = \dot{\Theta}(\bar{r}, 0) = 0, \quad (2)$$

$$\Theta(R, t) = \eta(t) \Theta_0; \quad \lim_{|\bar{r}| \rightarrow \infty} \Theta(\bar{r}, t) \neq \infty, \quad (3)$$

где $\eta(t)$ — единичная функция Хевисайда.

Записывая оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах с учетом симметричности задач и применяя к (1), (3) преобразование Лапласа с учетом начальных условий (2), получаем

$$\frac{d^2 \bar{\Theta}(r, \rho)}{dr^2} + \frac{k}{r} \frac{d\bar{\Theta}(r, \rho)}{dr} - \rho \left(\frac{c_v + \bar{\beta}}{\alpha} \right) \bar{\Theta} = 0, \quad (4)$$

$$\bar{\Theta}(R, \rho) = \Theta_0 | \rho; \lim_{\rho \rightarrow \infty} \bar{\Theta}(r, \rho) \neq \infty, \quad (5)$$

где $\bar{f}(\rho) = \int_0^\infty f(t) \exp(-\rho t) dt$; $k=1$ для случая (а), $k=2$ для случая (б).

Решение уравнения (4) при граничных условиях (5) имеет вид: для случая (а)

$$\bar{\Theta}(r, \rho) = \frac{\Theta_0 K_0 \left(r \sqrt{\rho \frac{c_v + \bar{\beta}}{\alpha}} \right)}{\rho K_0 \left(R \sqrt{\rho \frac{c_v + \bar{\beta}}{\alpha}} \right)}, \quad (6)$$

где K_0 — модифицированная функция Бесселя, и для случая (б)

$$\bar{\Theta}(r, \rho) = \frac{\Theta_0 R \exp \left[-(r-R) \sqrt{\rho \frac{c_v + \bar{\beta}}{\alpha}} \right]}{r \rho}. \quad (7)$$

Для того, чтобы перейти в (6), (7) от изображений к оригиналам зададим функции релаксации в виде [4]:

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha(0) + \alpha'(0)t + o(t^2), \\ \beta(t) &= \beta(0) + \beta'(0)t + o(t^2) \end{aligned} \quad (8)$$

и будем искать решение для малых времен (или для больших ρ). Тогда, используя разложение в ряд Тейлора выражения

$$\sqrt{\rho \frac{c_v + \bar{\beta}}{\alpha}} \approx \frac{\rho}{u} \left[1 + \frac{1}{2\rho} \left(\frac{\beta(0)}{c_v} - \frac{\alpha'(0)}{\alpha(0)} \right) + o\left(\frac{1}{\rho^2}\right) \right], \quad (9)$$

где $u^2 = \alpha(0) | c_v$, и асимптотические представления функций Бесселя для больших значений аргумента

$$K_n(x) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \left[1 + o\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad (10)$$

мы получим приближенное решение для распределения температуры в пространстве в виде

$$\Theta(r, t) \approx \Theta_0 \sqrt{\frac{R}{r}} \eta \left(t - \frac{r-R}{u} \right) \exp \left[\frac{\alpha'(0) - u^2 \beta(0)}{2u\alpha(0)} (r-R) \right] \quad (11)$$

для случая (а),

$$\Theta(r, t) \approx \Theta_0 \frac{R}{r} \eta \left(t - \frac{r-R}{u} \right) \exp \left[\frac{\alpha'(0) - u^2 \beta(0)}{2u\alpha(0)} (r-R) \right], \quad (12)$$

для случая (б).

Решения (11), (12) представляют собой цилиндрическую и сферическую волны температуры, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью $u = \sqrt{\alpha(0) | c_v}$. Тем самым снимается парадокс бесконечной скорости распространения тепла в классической теории теплопроводности.

На фронтах волн температура терпит разрыв, затухающий в глубь пространства при выполнении условия $\alpha'(0) - u^2 \beta(0) < 0$, что согласуется с результатами работы [5].

Задавая функцию релаксации теплового потока в виде ядра Максвелла — Каттонго $\alpha(t) = -\frac{\lambda}{\tau_r} \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right)$ и считая, что релаксации внутренней энергии не происходит: $\beta(t) = 0$; $\beta(0) = c_v | \tau_r$, мы получаем из (6), (7) решение гиперболического уравнения теплопроводности [6].

Наконец, если задать функции релаксации в виде $\alpha(t) = A \exp(-\omega_1 t)$; $\beta(t) = B \exp(-\omega_2 t)$ и рассмотреть случай больших времен, то полученное

решение будет удовлетворять классическому уравнению теплопроводности и полностью совпадать с ним при $\omega_1 = \beta_0 |c_0|$; $\omega_2 = \infty$; $\alpha(0) | \beta(0) = a$, где a — коэффициент температуропроводности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. — ИФЖ, 1974, т. 26, № 5, с. 781.
2. Rogers S. J. — Phys. Rev., 1971, v. B3, p. 1440.
3. Gurtin M. E., Pipkin A. C. — Arch. Rational Mech. Anal., 1968, v. 31, № 2, p. 113.
4. Amos D. E., Chen P. J. — Trans. ASME, 1970, v. 37E, p. 243.
5. Chen P. J. — ZAMP, 1969, v. 20, p. 448.
6. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. — Киев, 1976.

Поступила в редакцию
29.01.79.

Кафедра теплофизики

УДК 539.107.5

В. Л. ГУРАЧЕВСКИЙ, А. С. СОЛНЦЕВ

МЕССБАУЭРОВСКИЙ СПЕКТРОМЕТР С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

Высокая точность, стабильность, автоматическая регистрация всего спектра в выбранном диапазоне скоростей, наконец, удобство работы делают мессбауэровские спектрометры с постоянным ускорением предпочтительными в целом ряде исследований [1, 2]. В таких спектрометрах источник γ -квантов совершает периодическое движение относительно поглотителя, причем в каждом периоде скорость изменяется от максимального отрицательного до максимального положительного значения и, наоборот, по линейному закону; при этом создается необходимое для наблюдения спектров доплеровское смещение энергии излучаемых квантов относительно энергии резонансного поглощения.

Система движения, или вибратор, является важнейшей частью спектрометра. Нами используется электромеханический вибратор, созданный на основе магнитных систем двух мощных громкоговорителей с общей подвижной частью, на которой крепится мессбауэровский источник. Катушка одного из громкоговорителей (задающая) подключена к выходу усилителя мощности, сигнал со второй (измерительной), пропорциональной скорости движения, используется для создания 100%-ной отрицательной обратной связи, благодаря чему закон изменения скорости с большой точностью повторяет изменение входного напряжения. Для получения мессбауэровского спектра, таким образом, достаточно произвести сортировку импульсов, поступающих с детектора, в зависимости от значения скорости движения (или входного напряжения вибратора). Это осуществляется с помощью многоканального анализатора (МА).

Блок-схема спектрометра приведена на рис. 1. МА работает в режиме многоканального пересчета, т. е. в его арифметический регистр поочередно на равные промежутки вызывается и изменяется на число поступивших входных импульсов содержимое каналов памяти от первого до последнего и т. д. Синхронно с этим формируется симметричный сигнал треугольной формы с периодом, равным периоду развертки. С этой целью используется сигнал с последнего триггера адресного регистра МА, который симметризируется и интегрируется прецизионным интегратором.

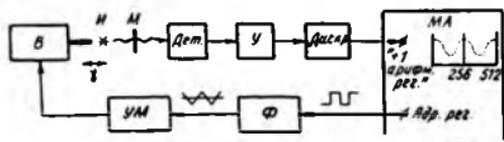


Рис. 1. Структурная схема мессбауэровского спектрометра с постоянным ускорением:

МА — многоканальный анализатор; Ф — формирователь; УМ — усилитель мощности; В — вибратор; И — источник излучения γ -квантов; М — мишень; Дет. — детектор; У — усилитель; Дискр. — дискриминатор