

Так, в частности, на рисунке представлены ДН линейной эквидистантной антенной решетки и АР с вычисленными координатами положений элементов. При этом выбраны следующие параметры АЦП: $L=16$, $b_3=6$. Вычисленные координаты элементов приведены в таблице. Во втором случае имеется существенный (от 1,5 до 5 дБ) выигрыш в уровне боковых лепестков.

$$\delta = 0,286, N = 12, \beta = 30$$

L	n_s	$2y_{s1}/\lambda$	$2y_{s2}/\lambda$	$2y_{s3}/\lambda$	$2y_{s4}/\lambda$	$2y_{s5}/\lambda$	$2y_{s6}/\lambda$	$2y_{s7}/\lambda$	$2y_{s8}/\lambda$	$2y_{s9}/\lambda$	$2y_{s10}/\lambda$	$2y_{s11}/\lambda$	$2y_{s12}/\lambda$
1	1	1	2,13	2,96	4,04	4,94	6,03	6,97	8,06	8,96	10,04	10,87	12
4	24	1	2,22	3,14	4,11	4,98	6,01	6,98	8,01	8,86	9,86	10,78	12
8	12	1	2,22	3,15	4,12	4,93	6,03	6,97	8,06	8,88	9,86	10,78	12
16	6	1	2,23	3,17	4,15	5,01	6,04	6,95	7,99	8,84	9,83	10,75	12
32	3	1	2,24	3,19	4,18	5,03	6,05	6,95	7,97	8,82	9,80	10,75	12

Координаты элементов АР при жестком ограничителе ($L=1$) практически не изменяют своего положения. Это говорит о том, что для жесткого ограничителя линейная эквидистантная АР является практически оптимальной по используемому критерию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Murthy P. K., Kumara A.—IEEE Trans. Antennas and Propag., 1976, в. 24, № 6.
2. David K., Cheng D. K.—Proceeding of the IEEE, 1975, в. 59, № 12.
3. Tseng F. I., Cheng D. K.—Radio Sci., 1968, в. 3, № 5.
4. Wang H. S. C.—J. Acoustic. Soc. Amer., 1975, в. 57, № 5.
5. Батурицкий М. А., Данилевский Л. Н., Доманов Ю. А., Коробко О. В.—Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 2.
6. Vural A. M.—J. Acoustic. Soc. Amer., 1969, в. 46, № 2.
7. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование.— М., 1975.

Поступила в редакцию
16.04.79.

Кафедра радиофизики
и электроники СВЧ

УДК 621.375

ФАМ ЧОНГ ХЬЕН, А. П. ХАПАЛЮК

О ВОЗМОЖНОМ УЛУЧШЕНИИ УСЛОВИЯ ГЕНЕРАЦИИ ПРИ ВВЕДЕНИИ В РЕЗОНАТОР ПРИЗМ ПОЛНОГО ОТРАЖЕНИЯ

Особенности генератора из двух последовательно включенных активных стержней изучались в работах [1, 2], где, в частности, показано, что порог генерации в симметричном случае, когда стержни и коэффициенты отражения на свободных концах одинаковы, не изменяется по сравнению с простым одноступенчатым генератором, но сильно изменяется спектр генерации. Одним из вариантов генератора с последовательным включением активных стержней является генератор с прямоугольной призмой. В таком генераторе при определенных условиях для некоторых типов колебаний может заметно снижаться порог генерации [3]. С введением в резонатор большего числа призм полного отражения открываются новые возможности управления параметрами генерации, в первую очередь — порогом и спектром генерации. В данной работе исследуется возможность снижения порога генерации в сложном резонаторе с несколькими призмами полного отражения.

Схема и необходимые обозначения составного резонатора показаны

на рис. 1. Условия стационарной генерации в таком резонаторе могут быть получены в обычно используемом приближении плоских волн [4]. Плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в отдельных элементах резонатора, могут быть записаны в виде (временной множитель $\exp(i\omega t)$ опускается) :

$$\begin{aligned} E_j^a &= A_j e^{-ikN_j z}, \quad H_j^a = N_j E_j^a; \\ E_j^b &= B_j e^{ikN_j z}, \quad H_j^b = -N_j E_j^b \quad (j = 0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (1)$$

где E_j^a и H_j^a — электрический и магнитный векторы волн, распространяющихся вдоль положительного, а E_j^b , H_j^b — отрицательного направления координатной оси z ; A_j и B_j — соответственно их амплитуды; N_j — показатель преломления среды, в которой распространяется волна; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны в вакууме; ω — круговая частота. Нумерация волн и их параметров определяется в соответствии с рис. 1.

Очевидно, что волны (1) удовлетворяют уравнениям Максвелла при любых значениях амплитуд. Однако следует дополнительно потребовать, чтобы они удовлетворяли и граничным условиям. При $z=0$ для этого необходимо выполнение равенств:

$$\begin{aligned} A_1 + B_1 &= A_2' + B_2, \quad N_1(A_1 - B_1) = N_2(A_2' - B_2); \\ A_3 + B_3 &= A_2'' + B_2', \quad N_3(A_3 - B_3) = N_2(A_2'' - B_2'); \\ A_5 + B_5 &= A_6' + B_6, \quad N_5(A_5 - B_5) = N_6(A_6' - B_6), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Аналогичные уравнения получаются на границе $z=l$:

$$\begin{aligned} A_0 e^{-ikN_0 l} &= A_1 e^{-ikN_1 l} + B_1 e^{ikN_1 l}, \quad N_0 A_0 e^{-ikN_0 l} = N_1(A_1 e^{-ikN_1 l} - \\ &- B_1 e^{ikN_1 l}), \quad A_3 e^{-ikN_3 l} + B_3 e^{ikN_3 l} = A_4' e^{-ikN_4 l} + B_4' e^{ikN_4 l}; \\ N_3(A_3 e^{-ikN_3 l} - B_3 e^{ikN_3 l}) &= N_4(A_4' e^{-ikN_4 l} - B_4' e^{ikN_4 l}), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (3)$$

К системе (2), (3) следует добавить уравнения, определяющие связь волн, распространяющихся в призмах. В нашем предположении, когда на каждой боковой грани прямоугольной призмы выполняется условие полного отражения и призма не поглощает света, уравнения связи между амплитудами входящих и выходящих из призмы волн, могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} A_2' &= B_2'' e^{i\Delta_2}, \quad A_2'' = B_2' e^{i\Delta_2}, \quad B_4' e^{ikN_4 l} = A_4' e^{-ikN_4 l + i\Delta_4}; \\ B_4' e^{ikN_4 l} &= A_4'' e^{-ikN_4 l + i\Delta_4}, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (4)$$

где Δ_j определяет набег фазы волн при прохождении ее через призму. Характерной особенностью такого резонатора является зависимость величины этого набег фазы от поляризации волн. Собственными поляризациями такого резонатора будут p -волны (электрический вектор колеблется в плоскости падения) и s -волны (электрический вектор колеблется перпендикулярно к плоскости падения). Набег фазы Δ_j в каждой отдельной призме можно представить в виде суммы двух слагаемых. Одно слагаемое определяет набег фазы при распространении волны в призме, оно одинаково для обеих поляризаций: $\delta_j = kN_j d_j$, где d_j — длина пути света в призме, которая равна удвоенной высоте призмы и, следовательно, зависит от ее размеров. Второе слагаемое определяется сдвигом фазы при полном отражении на боковых гранях призмы, оно различно для p - и s -волн и может быть вычислено из формул Френеля. Будем считать, что волны падают на боковые поверхности призмы под углом 45° . При этом сдвиг фазы при отражении p -волны оказывается в два раза больше

чем s -волны. Если, сдвиг фазы при одном таком отражении для s -волны обозначить через χ_j , то суммарный сдвиг фазы для p -волны (Δp) и s -волны (Δ_s) запишется в виде

$$\Delta_{p,j} = 4\chi_j - kN_j d_j, \quad \Delta_{s,j} = 2\chi_j - kN_j d_j, \quad \operatorname{tg} \chi_j = N_j \sqrt{N_j^2 - 2}. \quad (5)$$

При этом сделано предположение, что показатель преломления среды, граничащей с боковыми гранями призмы, равен единице (воздух).

Систему уравнений (2), (4) можно решить методом исключения отдельных амплитуд. В этом случае ее легко свести к одному матричному уравнению относительно амплитуд выходящих из резонатора волн:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ R_{1,0} \end{pmatrix} A_0 = D \begin{pmatrix} e^{-i\tau_1} & 0 \\ 0 & e^{i\tau_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R_{1,2} \\ R_{1,2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & e^{i\Delta_s} \\ e^{-i\Delta_s} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R_{2,3} \\ R_{2,3} & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} e^{i\tau_2} & 0 \\ 0 & e^{-i\tau_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R_{3,4} \\ R_{3,4} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\Delta_s} \\ e^{i\Delta_s} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & R_{4,5} \\ R_{4,5} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\Delta_s} & 0 \\ 0 & e^{i\tau_3} \end{pmatrix} \dots \\ \dots \begin{pmatrix} 1 & R_{2m, 2m+1} \\ R_{2m, 2m+1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i(-1)^m k N_{2m+1} l} & 0 \\ 0 & e^{i(-1)^m k N_{2m+1} l} \end{pmatrix} \times \\ \times \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + (-1)^m & 1 - (-1)^m \\ 1 - (-1)^m & 1 + (-1)^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{2m+1, 2m+2} \\ 1 \end{pmatrix} A_{2m+2}, \quad (6)$$

где

$$R_{j,s} = \frac{N_j - N_s}{N_j + N_s}, \quad D = \frac{N_{2m+1} + N_{2m+2}}{N_0 + N_1} \frac{(N_1 + N_2)(N_2 + N_3) \dots (N_{2m} + N_{2m+1})}{(2N_1)(2N_2) \dots (2N_{2m})} \times \\ \times e^{i(N_{2m+1} l - \frac{1}{2} [1 - (-1)^m] N_{2m+2} k l)}, \quad \gamma_j = kN_j l; \quad (7)$$

целое число m определяет число призм в резонаторе.

В уравнении (6) каждый характеристический элемент резонатора определяется своей матрицей, поэтому само уравнение легко поддается физической интерпретации и удобно для исследования условий генерации. В частности, условием генерации будет условие разрешимости уравнения (6).

В частном случае двух ($m=2$) одинаковых призм и совершенно одинаковых стержней условием разрешимости уравнения (6) (условием генерации) будет уравнение третьей степени относительно $y = -\operatorname{exp}(-2ikNl)$:

$$b^2 R^2 y^3 + aR(2b - aR)y^2 + a(a + 2Rc)y - c^2 = 0, \quad (8)$$

где $R_0 = \frac{N - n_0}{N + n_0}$; $R = \frac{N - n}{N + n}$;

$$a = R_0(e^{-i\Delta} - e^{i\Delta}), \quad b = e^{i\Delta} - R_0^2 e^{-i\Delta}, \quad c = e^{-i\Delta} - R_0^2 e^{i\Delta}; \quad (9)$$

$N = n' + ix$ — показатель преломления активного стержня (комплексное число); n_0 — показатель преломления призмы; n — показатель преломления сред, граничащих с свободными концами стержня.

Как обычно, модуль величины y определяет порог генерации, а фаза — спектр.

Как видно из равенства (6), влияние призм полного отражения сказывается через сдвиг фазы. При отсутствии сдвига фазы или при сдвиге, кратном π , уравнение (8) переходит в обычное уравнение генерации простого резонатора с длиной, равной суммарной длине всех активных стержней [4]:

$$R^2 y^3 = R^2 e^{-6ikNl} = 1. \quad (10)$$

Сравнение решения уравнений (8) и (10) дает нам возможность выявить роль призм на условия генерации.

Детальное аналитическое исследование уравнения (8) затруднительно, практически требуются численные расчеты.

По-видимому наибольший интерес представляет исследование возможностей понижения порога генерации за счет выбора параметров призм. Для этого можно поступить следующим образом. Известно, что порог генерации определяется величиной суммарных потерь резонатора $\eta = \sqrt{r} \exp(3kxL)$. Для простого резонатора, как это следует из выражения (10), эта величина равна единице. Для усложненного призмами резонатора ее нужно определять из уравнения (8). Если окажется, что эта величина будет больше единицы, порог генерации повышается по сравнению с порогом в простом резонаторе, в противном случае — понижается.

Некоторые конкретные результаты таких численных расчетов представлены на рис. 2. Результаты расчетов сводятся к следующему. Порог генерации существенно зависит от набега фазы волн внутри призм Δ . Для каждого значения Δ кубическое уравнение (8) имеет три корня и, следовательно, получается три различных порога генерации. Конкретные проведенные расчеты показали, что два из трех решений близки между собой и они больше единицы (штриховые линии на рис. 2). Для этих собственных типов колебаний наличие призм приводит к увеличению порога генерации. Одно из трех решений меньше единицы (сплошные кривые на рис. 2). Для этих типов колебаний порог генерации уменьшается и уменьшается довольно существенно. В реальных условиях в стационарном режиме следует ожидать генерации только этих типов, те типы колебаний, для которых порог повышается, генерировать не будут. Следовательно, резонатор с двумя призмами, как и резонатор с одной призмой, является селектором типов колебаний. В таком резонаторе должно быть примерно в три раза меньше устойчивых типов колебаний, чем в простом резонаторе. Наиболее существенно это свойство проявляется при малых значениях r и больших значениях g_0 .

В этом, в первую очередь, состоит преимущество составного резонатора с призмами. Его, в частности, выгодно применять когда усиление активной среды мало и коэффициенты отражения на свободных концах невелики. При этом коэффициенты отражения на границе активных стержень — призма должны быть велики, их, в частности, можно увеличить за счет обычного нанесения тонкослойных пленок. Выбирая соответствующим образом параметры призм, можно довольно существенно понизить порог генерации и одновременно изменить спектр собственных типов колебаний.

Отметим, что аналогичным образом рассчитывается порог генерации генератора с двумя призмами, но различными коэффициентами отражения на свободных торцах активных стержней R_1 и R_2 . В этом случае

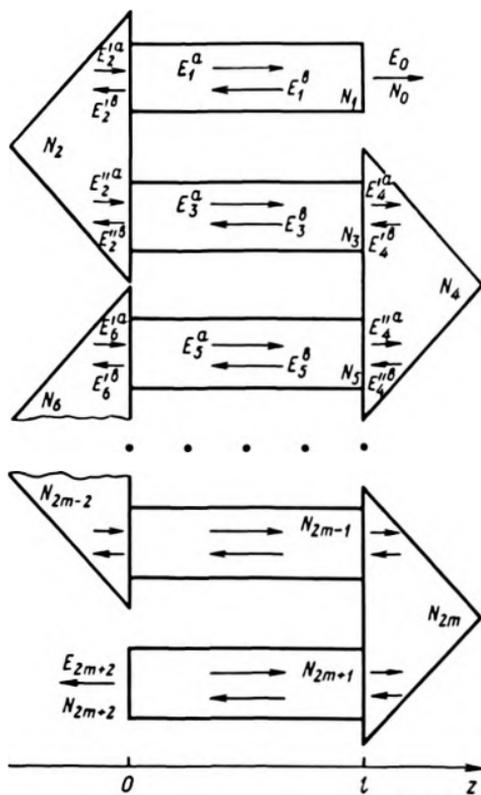


Рис. 1. Схема усложненного резонатора с m призмами полного отражения

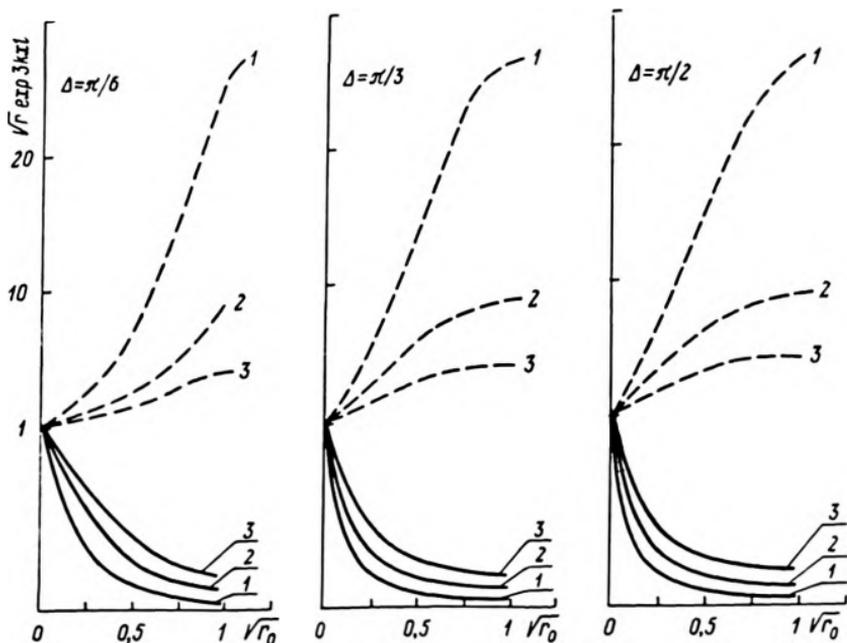


Рис. 2. Зависимость величины $\sqrt{\tau} \exp 3kx l$ от $\sqrt{\tau_0}$ для различных значений Δ ($\Delta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$) и $\sqrt{\tau}$:

— $\sqrt{\tau} = 0,037$; 2 — $\sqrt{\tau} = 0,114$ и $\sqrt{\tau} = 0,203$. Сплошные кривые соответствуют колебаниям, для которых порог уменьшается, штриховые — увеличивается

условие генерации вместо (8) записывается в виде

$$b^2 R_1 R_2 y^3 + [ab(R_1 + R_2) - a^2 R_1 R_2] y^2 + [ac(R_1 + R_2) + a^2] y - c^2 = 0. \quad (11)$$

Результаты численных расчетов в общих чертах аналогичны прежним и различаются только в деталях.

Условие генерации для сложного симметричного резонатора с тремя призмами и четырьмя активными стержнями записывается в виде уравнения четвертого порядка относительно y

$$b^3 R^2 y^4 + 2abR(b - aR) y^3 + [2R(bc - a^2) + a(b - cR^2)] ay^2 + 2ac(a + cR) y - c^3 = 0. \quad (12)$$

Расчет показывает, что и в этом случае результаты качественно не отличаются от предыдущих. Следовательно, вводя большее число призм в резонатор и подбирая соответствующим образом их параметры, можно в довольно широких пределах изменять условия генерации, в том числе понижать его порог.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Б. И., Чекалинская Ю. И. — ЖПС, 1965, т. 3, с. 325.
2. Чекалинская Ю. И., Кацева И. Р. — ЖПС, 1968, т. 9.
3. Фам Чонг Хьен, Хапалюк А. П. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1979, № 3, с. 27.
4. Методы расчета оптических квантовых генераторов, т. 1. Под ред. Б. И. Степанова. — Минск, 1966.