

виях $Y(0) = 0$; $Y'(0) = \bar{f}_1(0)$, ..., $Y^{(n-1)}(0) = \bar{f}_1^{(n-2)}(0)$ с помощью численных методов, можно найти искомую интенсивность вторичного потока.

В случае постоянной интенсивности первичного потока реализация уравнения упрощается. Наконец, отметим, что задача может быть решена и для других комбинаций первичного и вторичного потоков аналогично рассмотренному случаю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гахович А. С., Коляда А. А., Чернявский А. Ф.—Техническая кибернетика, 1980, № 1.
2. Большаков И. А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума.—М., 1969.

Поступила в редакцию
24.06.78

Кафедра электронных
математических машин

УДК 535.132

А. И. КИРИЛЕНКО, А. П. ХАПАЛЮК

ОСОБЕННОСТИ НЕКОМПЛАНАРНОГО ОТРАЖЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛН

Некомпланарное отражение неоднородных плоских волн характеризуется рядом специфических особенностей, которые необходимо учитывать при прохождении света через сложные оптические системы. В работах [1, 2] изучались особенности законов преобразования волновых параметров (обобщенные законы Снеллиуса) при таком отражении; в работе [3] предложен матричный метод определения амплитудных параметров отраженной и преломленной волны (обобщенные формулы Френеля). В данной работе изучаются особенности интерпретации амплитудных и энергетических характеристик при некомпланарном отражении и преломлении волн.

Будем пользоваться декартовой системой координат, у которой плоскость xy является границей раздела двух поглощающих сред с показателями преломления $N = n - ik$ и $N_1 = n_1 - ik_1$, а ось z направлена по нормали \bar{q} к этой границе. Вектор рефракции падающей волны записывается в виде

$$\bar{m} = N\bar{e} = (n - ik)(\bar{e}_1 + i\bar{e}_2) = \bar{h} + i\bar{\tau}, \quad (1)$$

где \bar{e} ($\bar{e}^2 = 1$) — комплексный волновой вектор; $\bar{e}_1 = \text{ch } \Phi(\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$ — вектор фазовой, а $\bar{e}_2 = \text{sh } \Phi(\cos \alpha \cos \eta, \sin \eta, -\sin \alpha \cos \eta)$ — амплитудной нормали; \bar{h} и $\bar{\tau}$ — эффективные векторы фазовой и амплитудной нормали соответственно; Φ — параметр неоднородности волны; α — угол (истинный) падения (векторы \bar{e}_1 и \bar{q} определяют истинную, а векторы \bar{h} и $\bar{\tau}$ — эффективную плоскость падения); η — параметр некомпланарности, определяющий ориентацию амплитудной нормали относительно истинной плоскости падения. Обычное, компланарное, отражение получается в частном случае при $\eta = 0, \pi$.

Общее решение уравнений Максвелла для неоднородных плоских волн с заданным вектором рефракции (1) возьмем в виде

$$\bar{E} = A_s [\bar{u}\bar{e}] - A_p [\bar{e}[\bar{u}\bar{e}]], \quad \bar{H} = A_s N [\bar{e}[\bar{u}\bar{e}]] + A_p N [\bar{u}\bar{e}], \quad (2)$$

где $\bar{u} = \{0, 0, 1\}$, A_s и A_p — амплитудные параметры s -и p -волн соответственно; зависящий от координат и времени множитель $\exp[i\omega t - ik(\bar{m}\bar{r})]$ опущен. Выражение для отраженной волны предполагается в том же виде (2), но с другими амплитудными параметрами A'_s и A'_p и с противо-

положительным знаком нормальной составляющей волнового вектора. Для представления преломленной волны в (2) следует заменить амплитудные параметры $(A_{s,p} \rightarrow A_{s,p}^d)$, показатель преломления $(N \rightarrow N')$ и вектор рефракции $(m \rightarrow m')$, компоненты которого определяются из равенств: $m_x = m_x, m_y = m_y, m_z' = \sqrt{N_1^2 - N^2 + m_z^2}$. Представление (2) отличается от других возможных представлений тем, что при отражении и преломлении s -и p -волны не преобразуются одна в другую, хотя их поляризация не остается постоянной. Это приводит к тому, что амплитудные коэффициенты отражения R_s и R_p и прохождения D_s, D_p таких волн, если их записать через нормальные составляющие векторов рефракции, имеют вид обычных коэффициентов отражения и прохождения Френеля:

$$R_s = \frac{m_z - m_z'}{m_z + m_z'}, \quad R_p = \frac{N_1^2 m_z - N^2 m_z'}{N_1^2 m_z + N^2 m_z'}, \quad (3)$$

$$D_s = \frac{2m_z}{m_z + m_z'}, \quad D_p = \frac{2NN_1 m_z}{N_1^2 m_z + N^2 m_z'}.$$

Если формулы (3) записать через волновые параметры α, ϑ, η , то вид их будет отличаться от формул Френеля [4] из-за более сложной структуры трехмерного отражения неоднородных волн. В частности, зависимость соотношений (3) от угла η вносит значительное изменение в их физическую интерпретацию, и она довольно существенно отличается от известной интерпретации обычных формул Френеля.

Одним из наиболее принципиальных отличий некомпланарного отражения от обычного компланарного можно считать появление неоднозначности между значениями коэффициентов отражения и прохождения (3) и пространственной (поляризационной) структурой падающей волны. Действительно, при заданном значении m_z , что необходимо для сохранения значений коэффициентов (3), волновые параметры падающей волны могут быть различными. Коэффициенты отражения и прохождения (3) не будут изменяться при условии

$$e_z = e_{1z} + i e_{2z} = \text{ch } \vartheta \cos \alpha - i \text{sh } \vartheta \sin \alpha \cos \eta = \text{const.} \quad (4)$$

Из одного комплексного уравнения (4) нельзя однозначно определить три параметра падающей волны, один из них должен задаваться произвольно. Получается, что различные по своей пространственной структуре волны, падающие под различными углами, имеют одинаковые коэффициенты отражения и прохождения. По-видимому, наибольший интерес представляет зависимость от угла η . Угол падения α и параметр ϑ как функции угла η находятся из (4) и определяются по формулам ($\cos \eta \neq 0$)

$$2 \text{ch}^2 \vartheta = a + \sqrt{a^2 - 4e_{1z}^2}, \quad 2 \cos^2 \alpha = a - \sqrt{a^2 - 4e_{1z}^2}, \quad (5)$$

$$a = 1 + e_{1z}^2 + e_{2z}^2 \sec^2 \eta$$

и, как видно, могут изменяться в довольно широких пределах. Исключением являются предельные случаи отражения однородных волн ($\vartheta = 0$) и нормальное падение ($\alpha = 0$). Компланарное отражение ($\cos \eta = 1$) получается как частный случай. Особым случаем следует считать и тот, когда амплитудная нормаль перпендикулярна к плоскости падения ($\cos \eta = 0$). При этом α и ϑ не определяются однозначно, так как эти два параметра должны удовлетворять только одному условию: $\text{ch } \vartheta \cos \alpha = \text{const}$. На рис. 1 и 2 представлены зависимости $\alpha(\eta)$ и $\vartheta(\eta)$, вычисленные по формулам (5) для различных значений e_z . Зависимости эти являются монотонными. При увеличении угла η для сохранения коэффициентов отражения и прохождения неизменными требуется одновременное увеличение угла падения и параметра неоднородности. Если произвольным образом задавать угол падения α (или параметр ϑ), то можно за счет выбора угла η и параметра ϑ (или угла α) не менять значений формул (3). Однако здесь имеются некоторые ограничения, которые легко получаются

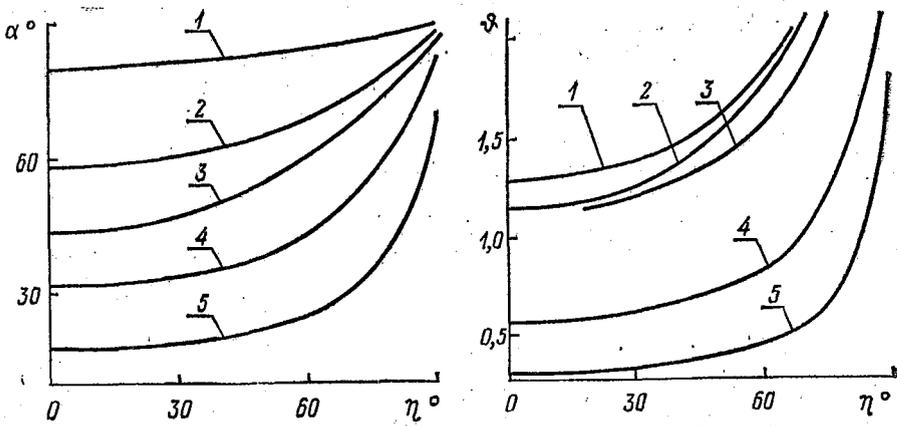


Рис. 1. Зависимость между истинным углом падения α и параметром некомпланарности η при постоянных значениях нормальной компоненты волнового вектора $\vec{s} = \vec{e}_1 + i\vec{e}_2$ ($e_{1z}^2; e_{2z}^2 = 0,05; 2,0$ (1); 1,0; 2,0 (2); 1,5; 1,0 (3); 1,0 (4); 1,01 (5))

Рис. 2. Зависимость между параметром неоднородности ϕ и параметром некомпланарности η при постоянных значениях нормальной компоненты волнового вектора

(значения e_{1z}^2 и e_{2z}^2 те же, что и для соответствующих кривых на рис. 1)

из уравнений (4). Оказывается, можно так изменить угол α (или ϕ), что постоянство коэффициентов отражения и прохождения не может быть сохранено путем изменения остальных параметров.

Представляет интерес эти результаты выразить через эффективные волновые векторы \vec{h} и $\vec{\tau}$. Как известно [3], эти векторы должны удовлетворять соотношениям

$$\vec{h}^2 - \vec{\tau}^2 = n^2 - \kappa^2; (\vec{h}, \vec{\tau}) = -n\kappa. \quad (6)$$

Коэффициенты отражения и прохождения (3) будут постоянными, если в (6) дополнительно потребовать постоянства значений для h_z и τ_z . После этого два равенства (6) следует рассматривать как уравнения для определения четырех оставшихся компонент векторов \vec{h} и $\vec{\tau}$. Очевидно, двух уравнений (6) недостаточно для однозначного определения этих параметров, два из них остаются произвольными. Однако один из этих двух произвольных параметров не является существенным и связан с выбором системы координат. Поворотом системы координат вокруг нормали к границе раздела можно добиться, чтобы одна тангенциальная компонента эффективных волновых векторов, например h_y , равнялась нулю. В результате получим два уравнения относительно трех неизвестных:

$$h_x^2 - \tau_x^2 - \tau_y^2 = c_1; h_x \tau_x = c_2; \quad (7)$$

где $c_1 = n^2 - \kappa^2 - h_z^2 + \tau_z^2$, $c_2 = -n\kappa - h_z \tau_z$, и, следовательно, одно из них можно задавать произвольно. Будем задавать τ_y , так как в данном представлении эта компонента может характеризовать степень некомпланарности волны и поэтому зависимость от нее представляет наибольший интерес. Компоненты h_x и τ_x как функции τ_y определяются по формулам

$$2h_x^2 = \sqrt{(c_1 + \tau_y^2)^2 + 4c_2^2} + c_1 + \tau_y^2; 2\tau_x^2 = \sqrt{(c_1 + \tau_y^2)^2 + 4c_2^2} - c_1 - \tau_y^2. \quad (8)$$

Для падающей волны с произвольным значением τ_y и с h_x и τ_x , определяемыми по формулам (8), коэффициенты отражения и прохождения остаются неизменными. При этом ориентация эффективных волновых

векторов и, следовательно, пространственная структура поля волны может быть весьма разнообразной:

Другая принципиальная особенность некомпланарного отражения связана с ориентацией вектора потока энергии (вектора Пойнтинга). Сохранение значения нормальной составляющей вектора рефракции у всего множества волн, для которых $e_z = \text{const}$, обеспечивает постоянное значение нормальной компоненты вектора потока энергии. Значения тангенциальных компонент этого вектора будут различными. Для s — волны тангенциальные компоненты вектора Пойнтинга, вычисленные по обычным формулам с точностью до несущественного множителя, не зависящего при постоянном m_z от η ,

$$P_j = \text{Re} [N^* (1 - e_z^2)^*] e_j, \quad (j = x, y). \quad (9)$$

Эти компоненты через параметры α , ϕ и η с учетом условий (5) запишутся с точностью до новой постоянной в следующем виде:

$$P_x = b_1 \sqrt{a - 2e_{1z}^2 + \sqrt{a^2 - 4e_{1z}^2}} - b_2 \cos \eta \sqrt{2e_{1z}^2 - a + \sqrt{a^2 - 4e_{1z}^2}}, \quad (10)$$

$$P_y = b_2 \sin \eta \sqrt{a - 2 + \sqrt{a^2 - 4e_{1z}^2}},$$

где $b_1 = n(1 - e_{1z}^2 + e_{2z}^2) - 2\kappa e_{1z}e_{2z}$; $b_2 = \kappa(1 - e_{1z}^2 + e_{2z}^2) + 2ne_{1z}e_{2z}$ — величины, постоянные для множества волн с одинаковыми значениями коэффициентов (3).

Обращает на себя внимание существование нормальной к плоскости падения составляющей потока энергии, которая не равна нулю даже в прозрачных средах. Она обращается в нуль в общем случае только при компланарном отражении, а в прозрачных средах еще дополнительно и при скользящей фазовой ($\alpha = \pi/2$) или скользящей амплитудной нормали ($\eta = \pi/2$) падающей волны. Таким образом, ориентация вектора потока энергии канонических неоднородных волн (2) при одинаковых значениях коэффициентов (3) в зависимости от параметра некомпланарности (ориентации вектора амплитудной нормали) может быть различной.

Аналогичным образом ведет себя вектор Пойнтинга преломленной волны, хотя выражение для него через волновые параметры более сложное. В случае прозрачных сред его тангенциальные компоненты фактически (с точностью до множителя) совпадают с (10). В общем случае ориентация его также меняется с изменением параметров падающей волны и он не лежит ни в истинной, ни в эффективной плоскости падения.

Аналогичные результаты получаются для потока энергии при отражении и преломлении p -волны. При одновременном существовании s - и p -компонент в волне в выражении для потока энергии дополнительно появляются интерференционные перекрестные слагаемые, которые здесь не рассматриваются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хапалюк А. П., Кириленко А. И. — ЖПС, 1975, т. 23, № 5, с. 893.
2. Хапалюк А. П., Кириленко А. И. — ЖПС, 1976, т. 24, № 6, с. 1044.
3. Кириленко А. И., Хапалюк А. П. — ЖПС, 1977, т. 26, № 3, с. 532.
4. Борн М, Вольф Э. Основы оптики. — М., 1970.

Поступила в редакцию
15.09.78

НИИ ПФП