

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики

ГЕОМЕТРИЯ ПРОЕКТИВНОЙ ГРУППЫ

Дипломная работа

Пестрака Сергея Сергеевича
студента 4 курса,
специальность «Математика
(научно-производственная
деятельность)»

Научный руководитель:
кандидат физико-
математических наук
С.Г. Кононов

Минск, 2024

Аннотация

Дипломная работа, 39 с., 8 источников.

Ключевые слова: вещественная проективная плоскость; однородные координаты; фигуры первого и второго порядков на проективной плоскости; проективные преобразования; простое и двойное отношение точек прямой; модель Клейна гиперболической плоскости.

Объект исследования: геометрия проективной группы.

Цель исследования: изучить теоретические основы геометрии проективной группы и применить полученные знания для описания группы движений плоскости Лобачевского.

Методы исследования: анализ научно-теоретической литературы по теме исследования, метод анализа и синтеза, статистический метод.

Результаты: рассмотрены различные модели вещественной проективной плоскости; определены проективные преобразования проективной плоскости как преобразования, индуцированные невырожденными линейными операторами трехмерного векторного пространства; установлена связь между проективной и аффинной группами плоскости; показано, что группа движений гиперболической плоскости может рассматриваться как подгруппа проективной группы плоскости; получено координатное выражение симметрии относительно прямой в модели Клейна гиперболической плоскости.

Достоверность материалов и результатов дипломной работы: все приведенные в дипломной работе утверждения соответствуют установленным математическим фактам.

Область возможного практического применения: результаты дипломной работы могут быть использованы при чтении спецкурсов по геометрической тематике.

Анатацыя

Дыпломная праца, 39 с., 8 крыніц.

Ключавыя словы: рэчаісная праектыўная плоскасць; аднародныя каардынаты; фігуры першага і другога парадкаў на праектыўнай плоскасці; праектыўныя пераўтварэнні; простыя і падвойныя адносіны пунктаў прамой; мадэль Клейна гіпербалічнай плоскасці.

Аб'ект даследавання: геаметрыя праектыўнай групы.

Мэта працы: вывучыць тэарэтычныя асновы геаметрыі праектыўнай групы і прылажыць атрыманыя веды для апісання групы рухаў плоскасці Лабачэўскага.

Метады даследавання: аналіз навукова-тэарэтычнай літаратуры па тэме даследавання, метады аналізу і сінтэзу, статыстычны метады.

Вынікі: разгледжаны розныя мадэлі рэчаіснай праектыўнай плоскасці; азначаны праектыўныя пераўтварэнні праектыўнай плоскасці як пераўтварэнні, індуцыраваныя нявыраджанымі лінейнымі апэратарамі трохмернай вектарнай прасторы; атрымана сувязь паміж праектыўнай і афіннай групамі плоскасці; паказана, што група рухаў гіпербалічнай плоскасці можа разглядацца як падгрупа праектыўнай групы плоскасці; атрымана каардынатны выраз сіметрыі адносна прамой у мадэлі Клейна гіпербалічнай плоскасці.

Дакладнасць матэрыялаў і вынікаў дыпломнай працы: вынікі дыпломнай працы не супярэчаць існуючым матэматычным дадзеным.

Вобласць магчымага практычнага прымянення: матэрыялы дыпломнай працы могуць быць выкарыстаны пры выкладанні спецкурсаў геаметрычнай тэматыцы.

Annotation

Diploma thesis, 39 p., 8 sources.

Key words: real projective plane; homogeneous coordinates; figures of the first and second orders on the projective plane; projective transformations; simple and complex (double) relationship of points on a line; Klein model of the hyperbolic plane.

Object of study: geometry of the projective group.

Purpose of the study: to study the theoretical foundations of the theory of the projective group and apply the acquired knowledge to describe the group of motions of the Lobachevsky plane.

Research methods: analysis of scientific and theoretical literature on the research topic, method of analysis and synthesis, statistical method.

Results: various models of the real projective plane are considered; projective transformations of the projective plane are defined as transformations induced by non-degenerate linear operators of a three-dimensional vector space; a connection has been established between the projective and affine groups of the plane; it is shown that the group of motions of a hyperbolic plane can be considered as a subgroup of the projective group of the plane; a coordinate expression for symmetry with respect to a straight line in the Klein model of a hyperbolic plane is obtained.

Reliability of materials and results of the thesis: All statements given in the thesis correspond to established mathematical facts.

Recommendations on the usage: the results of the thesis can be used when teaching special courses on geometric topics.