

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики

КОНТРОВСКИЙ Александр Сергеевич  
**ПРОСТОЕ И СЛОЖНОЕ ОТНОШЕНИЯ ТОЧЕК И ИХ  
ПРИЛОЖЕНИЯ**

Дипломная работа

Научный руководитель:  
кандидат физ.-мат. наук, доцент  
Кононов Сергей Гаврилович

Минск, 2024

## Аннотация

**Дипломная работа,** 38 с., 5 источников.

**Ключевые слова:** вещественная проективная плоскость, однородные координаты, проективное преобразование, простое и двойное (сложное) отношение точек прямой, модели гиперболической плоскости.

**Объект исследования:** проективная и гиперболическая геометрии.

**Предмет исследования:** простое и сложное отношения точек прямой.

**Цель работы:** изучение свойств простого и сложного отношений точек прямой и их применение в гиперболической геометрии.

**Методы исследования:** анализ научно-теоретической литературы по теме исследования, метод анализа и синтеза, статистический метод.

**Полученные результаты и их новизна:** в дипломной работе: даны определения простого и сложного отношения точек; их координатные выражения; указана роль простого отношения в аффинной геометрии и роль сложного отношения в проективной геометрии; отмечены групповые свойства этих отношений. Установлено, что в моделях гиперболической геометрии для определения расстояния между точками используется сложное отношение точек.

**Достоверность материалов и результатов дипломной работы:** все приведенные в дипломной работе утверждения соответствуют установленным математическим фактам.

**Область возможного практического применения:** результаты дипломной работы могут быть использованы при чтении спецкурсов по геометрической тематике.

## Анатацыя

**Дыпломная праца**, 38 с., 5 крыніц.

**Ключавыя словы:** рэчаісная праектыўная плоскасць, аднародныя каардынаты, праектыўнае пераўтварэнне, звычайныя і падвойныя (складаныя) адносіны пунктаў прамой, мадэлі гіпербалічнай плоскасці.

**Аб'ект даследавання:** праектыўная і гіпербалічная геаметрыі.

**Прадмет даследавання:** звычайныя і падвойныя адносіны пунктаў прамой.

**Мэта працы:** вывучэнне ўласцівасцяў звычайных і падвойных адносін пунктаў прамой і іх выкарыстанне ў гіпербалічнай геаметрыі.

**Метады даследавання:** аналіз навукова-тэарэтычнай літаратуры па тэме даследавання, метады аналізу і сінтэзу, статыстычны метады.

**Атрыманыя вынікі і іх навізна:** у дыпломнай працы дадзены азначэнні звычайных і падвойных адносін пунктаў прамой; каардынатныя выразы гэтых адносін; ролі гэтых адносін у афиннай і праектыўнай геаметрыях; групавыя уласцівасці пазначаных адносін. Вызначана, што ў мадэлях гіпербалічнай геаметрыі падвойныя адносіны выкарыстоўваюцца пры азначэнні адлегласці паміж пунктамі.

**Дакладнасць матэрыялаў і вынікаў дыпломнай працы:** вынікі дыпломнай працы не супярэчаць існуючым матэматычным дадзеным.

**Вобласць магчымага практычнага прымянення:** матэрыялы дыпломнай працы могуць быць выкарыстаны пры выкладанні спецкурсаў геаметрычнай тэматыцы.

## Annotation

**Diploma thesis**, 38 p., 5 sources.

**Keywords:** real projective plane, homogeneous coordinates, projective transformation, simple and double (complex) ratio of points of the straight line, models of hyperbolic plane.

**The object of research:** projective and hyperbolic geometry.

**Subject of research:** simple and double ratio of points of the straight line.

**Purpose of the work:** to study the properties of simple and complex relationships between points of a line and their application in hyperbolic geometry.

**Research methods:** analysis of scientific and theoretical literature on the research topic, method of analysis and synthesis, statistical method.

**The results obtained and their novelty:** definitions and the basic properties of simple and double ratio of points are given; the role of a simple ratio in affine geometry and the role of a complex ratio in projective geometry are indicated; the group properties of these relationships are noted. It has been established that in models of hyperbolic geometry, a complex relationship of points is used to determine the distance between points.

**Reliability of materials and results of the thesis:** All statements given in the thesis correspond to established mathematical facts.

**Scope of possible practical application:** the results of the thesis can be used when teaching special courses on geometric topics.