

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

20 октября 2023 г.

Регистрационный № УД – 1260/м.



Анализ и оптимизация систем массового обслуживания

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**7-06-0533-05 Прикладная математика и информатика**  
Профилизация: Компьютерный анализ данных

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 7-06-0533-05-2023, примерного учебного плана, регистрационный № 7-06-05-016/пр. от 18.01.2023, учебного плана БГУ: № М53-5.3-43/уч. от 15.02.2023

**СОСТАВИТЕЛИ:**

А.Н. Дудин, заведующий НИЛ прикладного вероятностного анализа кафедры теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

В.В. Мушко, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

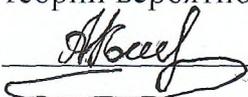
Б.А. Залесский, заведующий лабораторией обработки и распознавания изображений ГНУ «Объединённый институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории вероятностей и математической статистики (протокол № 1 от 29 августа 2023 года);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 2 от 19 октября 2023 года)

Заведующий кафедрой теории вероятностей и математической статистики

 А.Ю. Харин

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины – ознакомление студентов магистратуры с основами теории процессов массового обслуживания и возможностей ее применения для анализа и оптимизации телекоммуникационных сетей, производственных, логистических, транспортных и других систем.

### Задачи учебной дисциплины:

1. Изучение основных подходов и методов теории массового обслуживания;
2. Формирование практических умений и навыков применения этой теории для исследования систем с коррелированными потоками.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина относится к компоненту учреждения образования и входит в модуль «Специальные методы анализа в прикладных задачах».

Дисциплина «Анализ и оптимизация систем массового обслуживания» способствует успешному изучению дисциплины «Методы статистического анализа сложных данных» модуля «Специальные методы анализа», прохождению практики и написанию магистерских диссертаций.

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Анализ и оптимизация систем массового обслуживания» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

#### *универсальные* компетенции:

УК-1. Применять методы научного познания в исследовательской деятельности, генерировать и реализовывать инновационные идеи.

#### *специализированные* компетенции:

СК-4. Осуществлять выбор системы массового обслуживания для моделирования реальной ситуации, проводить ее анализ и оптимизацию по параметрам.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

#### **знать:**

- основные понятия теории массового обслуживания и используемую символику;
- основные методы исследования цепей Маркова и методы марковизации немарковских процессов;
- основные системы массового обслуживания, для которых существуют аналитические результаты;
- особенности трафика в современных системах и сетях массового обслуживания и инструментарий для их аналитического моделирования;

- возможности использовать результаты для решения задач оптимизации и оптимального управления;

**уметь:**

- использовать методы теории массового обслуживания для построения адекватных моделей реальных систем и процессов, поддающихся аналитическому или алгоритмическому исследованию;

- выбирать адекватные методы для исследования построенных моделей;

- эффективно решать задачи выделения основных факторов, влияющих на производительность систем, поиска узких мест и повышения эффективности работы моделируемых систем и сетей;

**владеть:**

- теоретическими знаниями базовых систем обслуживания и математическими методами их исследования;

- навыками построения моделей и систем и их анализа;

- умениями анализировать возможности оптимизации работы систем за счет варьирования дисциплинами доступа и обслуживания, а также управления тарифами оплаты за обслуживание.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается во втором семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Анализ и оптимизация систем массового обслуживания» отведено:

– для очной формы получения углубленного высшего образования – 120 часов, в том числе 40 аудиторных часов, из них: лекции – 20 часов, лабораторные занятия – 20 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Методы исследования классических систем массового обслуживания

#### Тема 1.1. Методы исследования классических систем массового обслуживания

Введение. Входящий поток, время обслуживания.

Марковские случайные процессы. Преобразования Лапласа и Лапласа – Стильтеса. Производящая функция.

Однолинейные марковские СМО. Полумарковские СМО. Многолинейные СМО. Приоритетные СМО. Многофазные СМО.

### Раздел 2. Методы исследования СМО с коррелированными потоками

#### Тема 2.1. Методы исследования СМО с коррелированными потоками

Групповой марковский входной поток (*ВМАР*). Распределение фазового типа.

Многомерные процессы гибели и размножения.

Цепи Маркова типа  $G/M/1$ .

Цепи Маркова типа  $M/G/1$ . Цепи Маркова типа  $M/G/1$  с конечным пространством состояний.

Асимптотически квазиплищевы цепи Маркова с дискретным временем.

Асимптотически квазиплищевы цепи Маркова с непрерывным временем.

### Раздел 3. Системы массового обслуживания с ожиданием с коррелированными потоками

#### Тема 3.1. Системы массового обслуживания с ожиданием с коррелированными потоками

Система  $ВМАР/G/1$ . Система  $ВМАР/PH/N$ . Система  $ВМАР/PH/N/0$ .

### Раздел 4. СМО с повторными вызовами с коррелированными входными потоками

#### Тема 4.1. СМО с повторными вызовами с коррелированными входными потоками

Система  $ВМАР/PH/N$  с повторными вызовами. Система  $ВМАР/PH/N$  с повторными вызовами в случае распределения фазового типа времени обслуживания и большого числа приборов.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения углубленного высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1</b>	<b>Методы исследования классических систем массового обслуживания</b>	<b>6</b>			<b>2</b>			
1.1	Методы исследования классических систем массового обслуживания	6			2			опрос
<b>2</b>	<b>Методы исследования СМО с коррелированными потоками</b>	<b>10</b>			<b>6</b>			
2.1	Методы исследования СМО с коррелированными потоками	10			6			реферат коллоквиум письменный отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой контрольная работа № 1 контрольная работа № 2

<b>3</b>	<b>Системы массового обслуживания с ожиданием с коррелированными потоками</b>	<b>2</b>			<b>6</b>			
3.1	Системы массового обслуживания с ожиданием с коррелированными потоками	2			6			письменный отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой
<b>4</b>	<b>СМО с повторными вызовами с коррелированными входными потоками</b>	<b>2</b>			<b>6</b>			
4.1	СМО с повторными вызовами с коррелированными входными потоками	2			6			письменный отчет по домашним практическим упражнениям с их устной защитой контрольная работа № 3 контрольная работа № 4
<b>ИТОГО</b>		<b>20</b>			<b>20</b>			

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Малинковский, Ю. В. Математическая статистика. Случайные процессы: учебник для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / Ю. В. Малинковский. - Минск: РИВШ, 2019. - 202 с.
2. Рыков, В. В. Основы теории массового обслуживания. Основной курс: марковские модели, методы марковизации : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по напр. подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика", 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии", 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" (квалификация (степень) "бакалавр") / В. В. Рыков, Д. В. Козырев. - Москва : Инфра-М, 2017. - 223 с.
3. Скакун, В. В. Имитационное моделирование стохастических систем: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям радиофизики и компьютерных технологий / В. В. Скакун, В. В. Апанасович, О. М. Тихоненко. - Минск: РИВШ, 2022. - 167 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. — М.: Изд-во РУДН, 1995. — 529 с.
2. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками: Теория и применение в телекоммуникационных сетях. — М.: Техносфера, 2018. — 564 с.
3. Дудин А.Н., Клименок В.И. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. — Мн.: БГУ, 2000. — 175 с.
4. Дудин А.Н., Медведев Г.А., Меленец Ю.В. Практикум на ЭВМ по теории массового обслуживания. — Мн.: Университетское, 2000. — 109 с.
5. Chakravarthy S. Introduction to Matrix Analytic Methods in Queues 1: Analytical and Simulation Approach — Basics. — London, Wiley-ISTE, 2022. — 368 p.
6. Chakravarthy S. Introduction to Matrix Analytic Methods in Queues 2: Analytical and Simulation Approach — Queues and Simulation. — London, Wiley-ISTE, 2022. — 448 p.
7. Dudin A.N., Klimenok V.I., Vishnevsky V.M. The Theory of Queuing Systems with Correlated Flows. — Springer, 2020. — 432 p.
8. Stewart W.J. Probability, Markov Chains, Queues, and Simulation. The Mathematical Basis of Performance Modeling. — Princeton University Press, 2009. — 766 p.

## **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Объектом диагностики компетенций магистрантов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений магистрантов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций используются следующие формы:

1. Устная форма: опрос;
2. Письменная форма: коллоквиум, контрольные работы;
3. Устно-письменная форма: письменные отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой, реферат.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Анализ и оптимизация систем массового обслуживания» учебным планом предусмотрен **зачет**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний магистранта, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения.

Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- подготовка реферата – 15 %;
- коллоквиум – 15 %;
- выполнение контрольных работ – 35 %;
- подготовка письменных отчетов по домашним практическим упражнениям – 35 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) и отметки на зачете с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей аттестации составляет 40 %, отметки на зачете – 60 %.

### **Примерная тематика лабораторных занятий**

**Занятие № 1.** Однолинейные марковские СМО. Многолинейные СМО.

**Занятие № 2.** Групповой марковский входной поток (*ВМАР*). Распределение фазового типа.

**Занятие № 3.** Многомерные процессы гибели и размножения. Цепи Маркова типа *G/M/1*. Цепи Маркова типа *M/G/1*.

**Занятие № 4.** Асимптотически квазитеплицевы цепи Маркова с дискретным временем. Асимптотически квазитеплицевы цепи Маркова с непрерывным временем.

**Занятие № 5.** Система *ВМАР/G/1*.

**Занятие № 6.** Система *ВМАР/PH/N*.

**Занятие № 7.** Система *ВМАР/PH/N/0*.

**Занятие № 8.** Система *ВМАР/PH/N* с повторными вызовами.

**Занятие № 9.** Система *ВМАР/PH/N* с повторными вызовами в случае распределения фазового типа времени обслуживания и большого числа приборов.

**Занятие № 10.** Система *ВМАР/PH/N* с повторными вызовами в случае распределения фазового типа времени обслуживания и большого числа приборов.

### **Рекомендуемая тематика контрольных работ**

**Контрольная работа № 1.** Групповой марковский входной поток (*ВМАР*). Распределение фазового типа.

**Контрольная работа № 2.** Асимптотически квазитеплицевы цепи Маркова с непрерывным временем.

**Контрольная работа № 3.** Система *ВМАР/PH/N* с повторными вызовами.

**Контрольная работа № 4.** Система *ВМАР/PH/N* с повторными вызовами в случае распределения фазового типа времени обслуживания и большого числа приборов.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Также при организации образовательного процесса **используется метод группового обучения**, который представляет собой форму организации

учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме дисциплины;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений, выдаваемых на лабораторных занятиях;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к лабораторным занятиям;
- подготовка к зачету;
- научно-исследовательские работы;
- анализ материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов.

### **Примерная тематика реферативных работ**

1. Система  $VMAP/G/1 \rightarrow \cdot/M/N/0$  с групповым занятием приборов второй фазы.
2. Система  $VMAP/SM/1 \rightarrow \cdot/M/N/0$  с групповым занятием приборов второй фазы.
3. Система  $VMAP/G/1 \rightarrow \cdot/M/N/R$ .
4. Система  $VMAP/G/1 \rightarrow \cdot/M/N/0$  с повторными вызовами и с групповым занятием приборов второй фазы.
5. Многофазный тандем многолинейных СМО без буферов.
6. Многофазный тандем многолинейных СМО без буферов с кросс-трафиком.
7. Многофазные тандемы однолинейных СМО с конечными буферами и кросс-трафиком.

### **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Компоненты СМО. Символика Дж. Кендалла. Входящий поток, время обслуживания.
2. Марковские случайные процессы.

3. Преобразования Лапласа и Лапласа – Стильтьеса. Производящая функция.
4. Однолинейные марковские системы массового обслуживания.
5. Полумарковские однолинейные системы массового обслуживания.  
Метод вложенных цепей Маркова.
6. Полумарковские однолинейные системы массового обслуживания.  
Метод введения дополнительной переменной.
7. Полумарковские однолинейные системы массового обслуживания.  
Метод введения дополнительного события.
8. Многолинейные системы массового обслуживания.
9. Приоритетные однолинейные системы массового обслуживания.
10. Многофазные системы массового обслуживания.
11. Групповой марковский входной поток.
12. Распределение фазового типа.
13. Многомерные процессы гибели и размножения.
14. Система  $MAR/PH/1$ .
15. Цепи Маркова типа  $G/M/1$ .
16. Цепи Маркова типа  $M/G/1$ .
17. Асимптотически квазитеплицевы цепи Маркова с дискретным временем.
18. Асимптотически квазитеплицевы цепи Маркова с непрерывным временем.
19. Система  $VMAR/PH/N$ .
20. Система  $VMAR/PH/N/0$ .
21. Система  $VMAR/PH/N$  с повторными вызовами. Случай ненастойчивых запросов.
22. Система  $VMAR/PH/N$  с повторными вызовами в случае распределения фазового типа времени обслуживания и большого числа приборов.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Методы статистического анализа сложных данных	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения (протокол № 1 от 29 августа 2023 г.)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО  
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)