

ISSN 2523-4714

УДК 338.27

А. А. ГладкаяНаучно-исследовательский экономический институт
Министерства экономики Республики Беларусь, Минск, Беларусь**НЕКОТОРЫЕ МОДИФИКАЦИИ МЕТОДА МАТРИЧНОЙ
БАЛАНСИРОВКИ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

В статье представлены две модификации метода матричной балансировки для прогнозирования показателей социально-экономического развития Республики Беларусь. С их использованием проведены вычислительные эксперименты на информации таблиц «затраты — выпуск» 2016–2021 гг., укрупненных в 19-отраслевую номенклатуру, а также представлены средние ошибки прогнозирования отдельных показателей за 2018–2021 гг.

Ключевые слова: метод матричной балансировки, межотраслевой баланс, таблицы «затраты-выпуск», прогнозирование показателей социально-экономического развития

Для цитирования: Гладкая, А. А. Некоторые модификации метода матричной балансировки к прогнозированию показателей социально-экономического развития Республики Беларусь // Бизнес. Инновации. Экономика : сб. науч. ст. / Ин-т бизнеса БГУ. — Минск, 2024. — Вып. 9. — С. 190–201.

A. GladkayaThe Economy Research Institute of the Ministry
of Economy of the Republic of Belarus, Minsk, Belarus**SOME MODIFICATIONS
OF THE MATRIX BALANCING METHOD
FOR FORECASTING INDICATORS
OF SOCIO-ECONOMIC DEVELOPMENT OF THE REPUBLIC OF BELARUS**

The paper presents two modifications of the matrix balancing method for forecasting indicators of socio-economic development of the Republic of Belarus. Computational experiments on the information of input-output tables for 2016–2021, aggregated into 19-industry nomenclature, are conducted, and the average forecasting errors of individual indicators for 2018–2021 are presented.

Keywords: matrix balancing method, inter-industry balance, input-output tables, indicators of socio-economic development forecasting

For citation: Gladkaya A. Some modifications of the matrix balancing method for forecasting indicators of socio-economic development of the Republic of Belarus. *Biznes. Innovatsii. Ekonomika = Business. Innovations. Economics*. Minsk, 2024, iss. 9, pp. 190–201 (in Russian).

Введение

В научной литературе можно выделить четыре основных подхода, в рамках которых разрабатываются модели для прогнозирования основных показателей социально-экономического развития: эконометрический, межотраслевой, общего равновесия и интегрированный [1]. Модели интегрированного подхода применяются во многих странах мира и сочетают в себе

достоинства эконометрического и межотраслевого подходов. При этом наряду с эконометрикой могут использоваться методы оптимизации.

В НИЭИ Министерства экономики Республики Беларусь в рамках интегрированного подхода разработаны балансово-оптимизационная [2; 3] и балансово-эконометрическая [4–6] межотраслевые модели. Обе модели реализованы в укрупненной 6-отраслевой номенклатуре¹. К особенностям разработанного инструментария можно отнести исключение из набора входных параметров элементов матрицы коэффициентов прямых затрат (КПЗ). В балансово-эконометрической модели технологические коэффициенты прогнозируются методами эконометрики и представлены системой из 36 неструктурных моделей для прогнозирования элементов матрицы КПЗ [6]. Альтернативным подходом может выступать применение метода Хорафаса [7]. В балансово-оптимизационной модели элементы матрицы КПЗ рассматриваются в качестве эндогенных наряду с основными компонентами векторов промежуточного потребления (ПП) и конечного спроса (КС), а также валовой добавленной стоимости (ВДС). Динамика в моделях обеспечивается за счет лаговых переменных, а также динамики взаимосвязи капиталовложений и валовых выпусков (ВВ) агрегатов, отражаемых в эконометрических уравнениях.

Одним из направлений совершенствования отечественного инструментария является углубление уровня его отраслевой детализации [1]. Это порождает задачу по расширению модельного аппарата за счет создания большого числа эконометрических моделей для прогнозирования как ВВ, так и элементов матрицы КПЗ. От точности их оценок в большей степени зависит прогнозирование остальных компонентов таблиц «затраты – выпуск» (ТЗВ), таких как НДС, ПП и КС. Решением может выступать разработка и реализация комплексного подхода к прогнозированию показателей межотраслевого баланса (МОБ), рассматривающего все элементы и аспекты воспроизводственного процесса во взаимовлиянии.

Центральное место в конструкции МОБ занимает матрица КПЗ. Наиболее зарекомендовавшим себя подходом к оценке ее элементов в прогнозном году является метод RAS [8] и его модификации – GRAS, CRAS, TRAS, KRAS [9]. В настоящее время также получили особую популярность методы EURO [10], методы глубокого машинного обучения² и их комбинации с методом RAS³.

Однако применение таких подходов к прогнозированию КПЗ предполагает наличие статистической информации об окаймляющих итогах по строкам и столбцам матрицы. Поэтому увеличение отраслевой детализации порождает задачу создания дополнительного модельного аппарата для прогнозирования соответствующих элементов МОБ.

Наиболее эффективным подходом для решения задачи прогнозирования ТЗВ в расширенной номенклатуре является метод матричной балансировки^{4,5,6} (ММБ) [9; 11]. Достоинством метода является то, что он позволяет спрогнозировать все элементы специальным образом составленной ТЗВ и при этом наименее требователен к наличию входных данных – в качестве экзогенного параметра в ММБ используется лишь целевое значение ВВП. Метод реализуется с помощью

¹ Под 6-отраслевой номенклатурой понимается укрупнение отчетных таблиц «затраты – выпуск» в 6 агрегатов: 1 – «Сельское, лесное и рыбное хозяйство»; 2 – «Промышленность»; 3 – «Строительство»; 4 – «Транспорт, информация и связь»; 5 – «Торговля, ремонт автомобилей и мотоциклов, услуги по временному проживанию и питанию»; 6 – «Прочие отрасли».

² Potashnikov V. Updating of Input-Output tables in Russia by machine learning methods URL: <https://ideas.repec.org/p/rnp/wpaper/w2022037.html> (date of application 13.01.2024).

³ Using Deep Learning to Fill Data Gaps in Environmental Footprint Accounting / B. Zhao [et al.] // Environmental Science and Technology. URL: https://www.researchgate.net/publication/362332688_Using_Deep_Learning_to_Fill_Data_Gaps_in_Environmental_Footprint_Accounting (date of application: 09.01.2024).

⁴ В зарубежной литературе метод матричной балансировки носит название «метод преобразования матриц» – Matrix Transformation Technique (MTT).

⁵ Long W., Wang H. Predictive modelling of large-scale sequential curves based on clustering. URL: https://www.researchgate.net/publication/220857728_Predictive_Modeling_of_Large-Scale_Sequential_Curves_Based_on_Clustering (date of application: 10.11.2023).

⁶ Long W., Wang H. How to forecast the future input-output table? – An approach based on historical table series. – 2012. – URL: https://www.iioa.org/conferences/20th/papers/files/836_20120430101_Howtoforecastthefutureinput-outputtable.pdf (date of application: 10.11.2023).

следующих действий: цепочка матричных преобразований, экстраполяция преобразованных значений на прогнозный год, решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и цепочка обратных матричных преобразований.

Отметим, что в настоящее время ММБ используют исследователи Китая, Индонезии и Таиланда [12–14], а также Республики Беларусь [15; 16].

Адаптация метода к белорусской экономике

В НИЭИ Республики Беларусь разработано несколько модификаций ММБ для прогнозирования показателей белорусских ТЗВ [15–19]. Адаптация метода требовалась по нескольким причинам.

1. *Симметричные* ТЗВ выпускаются Национальным статистическим комитетом Республики Беларусь в основных ценах, т. е. с выделением строк торгово-транспортных наценок, а также чистых налогов на продукты (ЧНП). Зарубежные публикуются в основном в ценах покупателей, поэтому в потоках ПП и КС данные показатели учтены.

2. В качестве метода экстраполяции используются эконометрические модели, предназначенные для прогнозирования только важных технологических коэффициентов¹ [9; 14] в предположении о незначительных изменениях в производственной структуре. Отечественные матрицы КПЗ отличаются высокой волатильностью [6, с. 12–13]. Это обуславливает применение методов, направленных на оценку всех элементов матрицы в будущем периоде.

3. Согласно требованиям ММБ, элементы преобразованных таблиц должны быть положительными, что не выполняется для отечественных ТЗВ.

Первая модификация ММБ (далее – модификация 1) для белорусской экономики представлена в работах [17; 18; 15]. В работах [17; 18] описаны различные версии модификации 1 ММБ (с алгоритмами δ , φ , ψ и μ), апробированные для 6-отраслевой номенклатуры на отчетных данных МОБ Республики Беларусь за 2003–2018 гг. Для расширенной 19-отраслевой номенклатуры, согласованной с секциями классификатора ОКРБ 005-2011 «Виды экономической деятельности», при таком подходе к формированию таблицы в столбце КС образуются отрицательные значения для секций «Горнодобывающая промышленность» и «Водоснабжение». Поэтому в рамках модификации 1 они объединены в агрегаты с соседними секциями «Обрабатывающая промышленность» и «Снабжение электроэнергией». Вычислительные эксперименты с 17-отраслевой номенклатурой на данных за 2016–2019 гг. представлены в работе [15].

Модификация 1 с 17-отраслевой номенклатурой использовалась при проведении расчетов в проект Прогноза социально-экономического развития Республики Беларусь на 2022 г. и по параметрам прогноза до 2024 г.

В модификации 1 прогнозные значения ВДС видов ЭД учитывают ЧНП ПП видов ЭД. Поэтому после проведения расчетов существовала необходимость в выделении чистой ВДС вида ЭД в прогнозном значении. Для решения данной задачи была разработана *модификация 2* ММБ [19]: предложен другой подход к формированию исходной таблицы с ее расширением на одну строку и один столбец, а также соответствующий алгоритм λ из 9 шагов.

Шаг 1. Таблица для модификации 2 формируется следующим образом:

$$X^t = \begin{bmatrix} x_{11}^t & x_{12}^t & \dots & x_{1,n-2}^t & 0 & x_{1,n}^t \\ x_{21}^t & x_{22}^t & \dots & x_{2,n-2}^t & 0 & x_{2,n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n-2,1}^t & x_{n-2,2}^t & \dots & x_{n-2,n-2}^t & 0 & x_{n-2,n}^t \\ x_{n-1,1}^t & x_{n-1,2}^t & \dots & x_{n-1,n-2}^t & 0 & x_{n-1,n}^t \\ x_{n,1}^t & x_{n,2}^t & \dots & x_{n,n-2}^t & x_{n,n-1}^t & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

¹ Некоторые подходы к определению важных технологических коэффициентов подробно изложены в работе [20].

где $n - 2$ – число видов ЭД, учитываемых в МОБ; $x_{ij}^t, (i, j) \in \mathbb{N}_{n-2} \times \mathbb{N}_{n-2}$ – межотраслевые потоки ПП отечественных товаров и услуг за год t ; $(x_{1n}^t, x_{2n}^t, \dots, x_{n-2,n}^t)$ – вектор-столбец КС видов ЭД за год t ; $(x_{n-1,1}^t, x_{n-1,2}^t, \dots, x_{n-1,n-2}^t)$ – вектор-строка суммы ЧНП ПП и ПП импортных товаров и услуг видов ЭД за год t ; $(x_{n1}^t, x_{n2}^t, \dots, x_{nn}^t)$ – вектор-строка ВДС видов ЭД за год t ; $x_{n,n-1}^t$ – значение ЧНП экономики за год t ; $x_{n-1,n}^t$ – значение ЧНП КС за вычетом суммарного значения ПП импортных товаров и услуг видов ЭД за год t .

Такое представление матриц X^1, X^2, \dots, X^m позволяет получить следующие балансовые соотношения:

$$\sum_{k=1}^n x_{ki}^t = \sum_{k=1}^n x_{ik}^t = x_i^t, \quad i \in \mathbb{N}_n, \quad t \in \mathbb{N}_m, \quad (2)$$

где $x_i^t, i \in \mathbb{N}_{n-2}$ – ВВ i -го вида ЭД за год t ; x_{n-1}^t и x_n^t – ЧНП и ВВП за год t .

Шаг 2. Переход от матрицы $X^t = (x_{ij}^t)_{n \times n}$ к матрице $Z^t = (z_{ij}^t)_{n \times n}$, у которых все элементы положительные, проводится с помощью следующих формул:

$$z_{ij}^t = x_{ij}^t + \Delta_{ij}, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n, \quad \forall t \in \mathbb{N}_m, \quad (3)$$

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} \varepsilon + \max_{1 \leq t \leq T} |x_{n-1,n}^t|, & \text{если } (i, j) \in \{(n-1, n), (n, n-1)\}, \\ \varepsilon, & \text{если } x_{ij}^t = 0, \\ 0, & \text{если } x_{ij}^t > 0, (i, j) \neq (n, n-1), \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\varepsilon = 10^{-8}.$$

Шаг 3. Переход от матриц $Z^t = (z_{ij}^t)_{n \times n}$ к матрицам $Y^t = (y_{ij}^t)_{n \times n}$ осуществляется с помощью формулы

$$y_{ij}^t = \frac{z_{ij}^t}{z_{i,j_i}^t}, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n, \quad \forall t \in \mathbb{N}_m, \quad (5)$$

где z_{i,j_i}^t может определяться одним из четырех способов:

- 1) $z_{i,j_i}^t = z_{i1}^t, \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура β ;
- 2) $z_{i,j_i}^t = \max \{z_{ij}^t : \forall j \in \mathbb{N}_{n-1}\} \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура δ ;
- 3) $z_{i,j_i}^t = \max \{z_{ij}^t : \forall j \in \mathbb{N}_{n-1}\} \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура δ^* ;
- 4) $z_{i,j_i}^t = z_{i1}^t, \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура ω .

Шаг 4. Вычисление элементов матрицы $C = (c_{lt})_{n^2 \times m}$ проводится по формуле

$$c_{lt} = y_{ij}^t, \quad l = n(i-1) + j, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m. \quad (6)$$

Шаг 5. Проводится экстраполяция элементов m -го столбца матрицы C на прогнозный год, т. е. вычисляются компоненты вектора $C^{m+1} = (c_{l,m+1})_{n^2 \times 1}$.

Шаг 6. Обратный переход от вектора C^{m+1} к матрице $Y^{m+1} = (y_{ij}^{m+1})_{n \times n}$, как следует из (6), осуществляется с помощью формулы

$$y_{ij}^{m+1} = c_{l,m+1}, \quad l = n(i-1) + j, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n. \quad (7)$$

Шаг 7. В силу равенств (5) естественно предположить, что прогнозная матрица $Z^{m+1} = (z_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ обладает следующим свойством:

$$z_{ij}^{m+1} = y_{ij}^{m+1} z_{i,j_i}^{m+1}, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n. \quad (8)$$

Для нахождения переменных $z_{1,j_1}^{m+1}, z_{2,j_2}^{m+1}, \dots, z_{n-1,j_{n-1}}^{m+1}$ решается следующая СЛАУ, основанная на балансовых соотношениях (2):

$$(M - N)z^{m+1} = d, \quad (9)$$

где M – диагональная матрица размеров $(n-1) \times (n-1)$, у которой i -й диагональный элемент равен сумме элементов i -й строки матрицы Y^{m+1} , $i \in \mathbb{N}_{n-1}$; N – подматрица размеров $(n-1) \times (n-1)$ транспонированной матрицы Y^{m+1} , соответствующая видам ЭД: $z^{m+1} = (z_{1,1}^{m+1}, z_{2,2}^{m+1}, \dots, z_{n-1,n-1}^{m+1})'$ – вектор-столбец неизвестных системы (9); $d = (d_1, d_2, \dots, d_{n-1})'$ – вектор-столбец свободных членов системы (9), рассчитываемых по формуле

$$d_j = y_{nj}^{m+1} d_n, \quad \forall j \in \mathbb{N}_{n-1}; \quad d_n = \frac{g^{m+1} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta_{ij}}{\sum_{i=1}^n y_{nj}^{m+1}}. \quad (10)$$

Здесь g^{m+1} – заданное целевое значение ВВП на прогнозный год.

Система (9), сформированная на информации отчетных таблиц «затраты – выпуск» Республики Беларусь, имеет единственное решение, поскольку матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных $z_{1,1}^{m+1}, z_{2,2}^{m+1}, \dots, z_{n-1,n-1}^{m+1}$, является невырожденной. Обозначим это решение через $\tilde{z}_{1,1}^{m+1}, \tilde{z}_{2,2}^{m+1}, \dots, \tilde{z}_{n-1,n-1}^{m+1}$.

Шаг 8. Переменные $z_{n1}^{m+1}, z_{n2}^{m+1}, \dots, z_{nm}^{m+1}$ вычисляются по формулам

$$z_{nj}^{m+1} = \begin{cases} d_j, & \text{если } j \in \mathbb{N}_{n-1}, \\ g^{m+1} - \sum_{l=1}^{n-1} d_l, & \text{если } j = n, \end{cases} \quad (11)$$

а остальные элементы прогнозной матрицы $Z^{m+1} = (z_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ – по формуле

$$z_{ij}^{m+1} = y_{ij}^{m+1} \tilde{z}_{i,j_i}^{m+1}, \quad \forall i \in \mathbb{N}_{n-1}, \quad \forall j \in \mathbb{N}_n, \quad i \neq j_i. \quad (12)$$

Шаг 9. Переменные прогнозной матрицы $X^{m+1} = (x_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ вычисляются по формуле

$$x_{ij}^{m+1} = z_{ij}^{m+1} - \Delta_{ij}, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n. \quad (13)$$

Алгоритм λ на шаге 3 может использовать любую из четырех процедур: β (δ , δ^* и ω). В связи с этим для версии, которая применялась при прогнозировании β (δ , δ^* и ω), будем использовать обозначение $\lambda(\beta)$, $\lambda(\delta)$, $\lambda(\delta^*)$ и $\lambda(\omega)$.

Представленная модификация позволяет использовать номенклатуру с любым количеством видов ЭД для расчетов, при этом в таблице остается лишь «Средние ошибки прогнозирования основных показателей ТЗВ за 2018–2021 гг., рассчитанные по модификациям 2 и 4 ММБ, %» остается лишь один отрицательный элемент, а прогнозные значения ВДС не требуют очищения от ЧНП ПП. Модификация 2 с 19-отраслевой номенклатурой использовалась при расчетах в проект Прогноза социально-экономического развития Республики Беларусь на 2023 г. и по параметрам прогноза до 2025 г.

Модификация 3 ММБ представлена в работе [16]. В ней реализована возможность прогнозирования таблиц, содержащих отрицательные элементы в столбце КС, а также предложен

новый алгоритм ρ . После проведения расчетов по этому алгоритму существовала необходимость в выделении чистой ВДС вида ЭД в прогнозном значении. Модификация 3 с 19-отраслевой номенклатурой использовалась при расчетах в проект Прогноза социально-экономического развития Республики Беларусь на 2024 г. и по параметрам прогноза до 2026 г.

Предложенная *модификация 4* ММБ позволяет использовать любую отраслевую номенклатуру для расчетов и не требует разделения прогнозируемых показателей на чистые ВДС и ЧНП на используемые товары в составе ПП по видам ЭД. Данная модификация реализована с помощью алгоритма σ , который состоит из 10 шагов.

Шаг 1. Таблица для модификации 4 формируется следующим образом:

$$X^t = \begin{pmatrix} x_{11}^t & x_{12}^t & \dots & x_{1,n-1}^t & x_{1n}^t \\ x_{21}^t & x_{22}^t & \dots & x_{2,n-1}^t & x_{2n}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n-1,1}^t & x_{n-1,2}^t & \dots & x_{n-1,n-1}^t & x_{n-1,n}^t \\ x_{n,1}^t & x_{n,2}^t & \dots & x_{n,n-1}^t & x_{n,n}^t \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $x_{i,j}^t, (i,j) \in \mathbb{N}_{n-1} \times \mathbb{N}_{n-1}$ представляют собой межотраслевые потоки потребления отечественных товаров и услуг за год t ; $(x_{n1}^t, x_{n2}^t, \dots, x_{n,n-1}^t)$ – вектор-строка ВДС видов ЭД за год t ; $(x_{1n}^t, x_{2n}^t, \dots, x_{n-1,n}^t)'$ – вектор-столбец КС на отечественную продукцию вида ЭД за вычетом ЧНП ПП и импорта ПП вида ЭД в году t ; $x_{n,n}^t$ – ЧНП экономики за год t .

Такое представление матриц X^1, X^2, \dots, X^m позволяет получить следующие балансовые соотношения:

$$\sum_{k=1}^n x_{ki}^t = \sum_{k=1}^n x_{ik}^t = x_i^t, \quad i \in \mathbb{N}_n, \quad t \in \mathbb{N}_m, \quad (15)$$

где $x_i^t, i \in \mathbb{N}_{n-1}$ – ВВ i -го вида ЭД за вычетом ЧНП ПП и импорта ПП в году t ; x_i^t – ВВП за год t .

Шаг 2. Пусть $\Omega(X^t) = \{i \in \mathbb{N}_{n-1} : x_{in}^t < 0\}$. Тогда переход от матрицы $X^t = (x_{ij}^t)_{n \times n}$ к матрице $Z^t = (z_{ij}^t)_{n \times n}$ для каждого года $t \in \mathbb{N}_m$ осуществляется следующим образом:

$$z_{ij}^t = \begin{cases} \varepsilon, & \text{если } i \in \Omega(X^t), j = n, \\ x_{ij}^t + |x_{ji}^t| - \varepsilon, & \text{если } i = n, j \in \Omega(X^t), \\ x_{ij}^t & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (16)$$

Такие преобразования сохраняют балансовые соотношения по строкам и столбцам.

Шаг 3. Будем полагать, что помимо целевого значения ВВП на прогнозный год заданы некоторые элементы x_{ij}^{m+1} прогнозной матрицы X^{m+1} (они могут быть зафиксированы на некотором уровне x_{ij}^*)¹, т. е.

$$x_{ij}^{m+1} = x_{ij}^* \quad \forall (i, j) \in G, \quad (17)$$

где G – некоторое подмножество (возможно, пустое) множества $\{(i, i) : i \in \mathbb{N}_n\}$, отвечающее выбранным потокам прогнозной матрицы X^{m+1} .

Тогда переход от матрицы $Z^t = (z_{ij}^t)_{n \times n}$ к матрице $F^t = (f_{ij}^t)_{n \times n}$ для каждого года $t \in \mathbb{N}_m$ осуществляется по формуле

¹ Величины $x_{ij}^*, (i, j) \in G$, являются выходными параметрами в данной модификации ММБ, значения которых заданы экспертно либо спрогнозированы методами эконометрики.

$$f_{ij}^t = \begin{cases} \varepsilon, & \text{если } (i, j) \in G, \\ z_{ij}^t + \varepsilon, & \text{если } (i, j) \in \bar{G}, \end{cases} \quad (18)$$

где

$$G \subseteq \{(i, i) : i \in \mathbb{N}_n\}, \quad \bar{G} = (\mathbb{N}_n \times \mathbb{N}_n) \setminus G \quad (19)$$

Отметим, что при переходе от матрицы Z^t к матрице F^t балансовые соотношения по строкам и столбцам сохраняются.

Шаг 4. Переход от матриц $F^t = (f_{ij}^t)_{n \times n}$ к матрицам $Y^t = (y_{ij}^t)_{n \times n}$ проводится по формуле

$$y_{ij}^t = \frac{f_{ij}^t}{f_{i,j(i)}^t} \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall j \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m, \quad (20)$$

где $f_{i,j(i)}^t$ может быть определен одним из четырех способов:

- 1) $f_{i,j(i)}^t = f_{i,1}^t \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура β ;
- 2) $f_{i,j(i)}^t = \max\{f_{ij}^t : \forall j \in \mathbb{N}_n\} \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура δ ;
- 3) $f_{i,j(i)}^t = \max\{f_{ij}^t : \forall j \in \mathbb{N}_{n-1}\} \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура δ^* ;
- 4) $f_{i,j(i)}^t = f_{i,i}^t \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m$ – процедура ω .

Шаги 5. Элементы матрицы вычисляются по формуле

$$c_{li} = y_{ij}^t, \quad l = n(i-1) + j, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n, \forall t \in \mathbb{N}_m. \quad (21)$$

Шаг 6. Проводится экстраполяция элементов m -го столбца матрицы C на прогнозный год, т. е. вычисляются компоненты вектора $C^{m+1} = (c_{l,m+1})_{n^2 \times 1}$.

Шаг 7. Обратный переход от вектора C^{m+1} к матрице $Y^{m+1} = (y_{ij}^{m+1})_{n \times n}$, как следует из (21), осуществляется с помощью формулы

$$y_{ij}^{m+1} = c_{l,m+1}, \quad l = n(i-1) + j, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}_n. \quad (22)$$

Шаг 8. В силу равенства (20) естественно было бы предположить, что элементы прогнозной матрицы $F^{m+1} = (f_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ определяются по формуле

$$f_{1,j(1)}^{m+1}, f_{2,j(2)}^{m+1}, \dots, f_{n-1,j(n-1)}^{m+1} \quad (23)$$

Для нахождения переменных $f_{1,j(1)}^{m+1}, f_{2,j(2)}^{m+1}, \dots, f_{n-1,j(n-1)}^{m+1}$ решается следующая система линейных алгебраических уравнений, основанная на балансовых соотношениях по строкам и столбцам:

$$(M - N)f^{m+1} = d, \quad (24)$$

где M – диагональная матрица размеров $(n-1) \times (n-1)$, у которой i -й диагональный элемент равен сумме элементов i -й строки матрицы Y^{m+1} , $i \in \mathbb{N}_{n-1}$; N – подматрица размеров $(n-1) \times (n-1)$ транспонированной матрицы Y^{m+1} , соответствующая видам ЭД; $f^{m+1} = (f_{1,j(1)}^{m+1}, f_{2,j(2)}^{m+1}, \dots, f_{n-1,j(n-1)}^{m+1})'$ – вектор-столбец неизвестных системы (24); $d = (d_1, d_2, \dots, d_{n-1})'$ – вектор-столбец свободных членов системы (24), рассчитываемых по формуле

$$d_j = y_{nj}^{m+1} d_n \quad \forall j \in \mathbb{N}_{n-1}, \quad (25)$$

где

$$d_n = \frac{\bar{g}^{m+1}}{\sum_{j=1}^n y_{nj}^{m+1}}, \quad (26)$$

$$\bar{g}^{m+1} = \left(1 + \frac{\nu^m}{g^m}\right) \cdot g^{m+1} + n\varepsilon, \quad (27)$$

где g^m и g^{m+1} – значения ВВП Республики Беларусь на предшествующий прогнозному и прогнозный годы, $\nu^m = \sum_{i \in \Omega(X^m)} |x_{in}^m|$ – абсолютное значение суммы отрицательных элементов в вектор-столбце КС в году m , $\varepsilon = 10^{-8}$.

Система (24) будет иметь единственное решение $\tilde{f}_{1,j(1)}^{m+1}, \tilde{f}_{2,j(2)}^{m+1}, \dots, \tilde{f}_{n-1,j(n-1)}^{m+1}$, поскольку матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных $f_{1,j(1)}^{m+1}, f_{2,j(2)}^{m+1}, \dots, f_{n-1,j(n-1)}^{m+1}$, является невырожденной.

Шаг 9. Переменные $f_{n1}^{m+1}, f_{n2}^{m+1}, \dots, f_{nn}^{m+1}$ вычисляются согласно формуле

$$f_{nj}^{m+1} = \begin{cases} d_j, & \text{если } j \in \mathbb{N}_{n-1}, \\ \bar{g}^{m+1} - \sum_{l=1}^{n-1} d_l, & \text{если } j = n, \end{cases} \quad (28)$$

а остальные элементы прогнозной матрицы $F^{m+1} = (f_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ – по формуле

$$f_{ij}^{m+1} = y_{ij}^{m+1} \tilde{f}_{i,j(i)}^{m+1}, \forall i \in \mathbb{N}_{n-1}, \forall j \in \mathbb{N}_n, j \neq j(i). \quad (29)$$

Шаг 10. Переменные прогнозной матрицы $Z^{m+1} = (z_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ рассчитываются по формуле

$$z_{ij}^{m+1} = \begin{cases} f_{ij}^{m+1} - \varepsilon + x_{ij}^*, & \text{если } (i, j) \in G, \\ f_{ij}^{m+1} - \varepsilon, & \text{если } (i, j) \in \bar{G}, \end{cases} \quad (30)$$

а матрицы $X^{m+1} = (x_{ij}^{m+1})_{n \times n}$ – по формуле

$$x_{ij}^{m+1} = \begin{cases} \frac{x_{ij}^m}{g^m} g^{m+1}, & \text{если } i \in \Omega(X^m), j = n, \\ z_{ij}^{m+1} - \left| \frac{x_{ij}^m}{g^m} g^{m+1} \right|, & \text{если } i = n, j \in \Omega(X^m), \\ z_{ij}^{m+1} & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (31)$$

Предложенная модификация 4 осуществляет прогноз видоизмененной ТЗВ в любой номенклатуре с отрицательными значениями в вектор-столбце КС. При этом изменения отрицательных значений в прогнозном году согласованы с изменениями целевого значения ВВП, что оказывает меньшее влияние на структурные пропорции в матрице. Вектор ВДС прогнозируется без учета ЧНП ПП. Это позволяет исследователям получать оценки ВВП производственным методом без дополнительных преобразований.

Модификация 4 с 19-отраслевой номенклатурой использовалась при расчетах в проект Прогноза социально-экономического развития Республики Беларусь на 2024 г. и по параметрам прогноза до 2026 г.

Вычислительные эксперименты

На информации отчетных МОБ Республики Беларусь за 2016–2021 гг., укрупненных до 19 агрегатов, проведены ретроспективные прогнозы по модификациям 2 и 4 ММБ. Экстраполяция в обеих модификациях осуществлялась с использованием метода Хорафаса [7].

В предпоследней строке таблицы (1) содержатся значения импорта ПП и ЧНП ПП для каждого вида ЭД. После вычитания из элементов векторов КС и ВВ этих прогнозных значений результаты расчетов по модификации 2 могут быть приведены в сопоставимый с показателями модификации 4 вид. Алгоритм σ , использующий процедуру $\beta(\delta, \delta^*, \omega)$ будем именовать версией $\sigma(\beta)$, $\sigma(\delta)$, $\sigma(\delta^*)$, $\sigma(\omega)$ ММБ.

В таблице представлены средние за 2018–2021 гг. ошибки прогнозирования основных показателей ТЗВ (векторов КС, ВВ, ВДС, а также матрицы потоков ПП и значения ЧНП), рассчитанные в рамках модификаций 2 и 4 ($G = \emptyset$).

Средние ошибки прогнозирования основных показателей ТЗВ за 2018–2021 гг., рассчитанные по модификациям 2 и 4 ММБ, %

Average for 2018–2021 forecast errors of the main indicators of IOT calculated using MBM modifications 2 and 4, %

Показатель	Модификация 2				Модификация 4			
	$\lambda(\beta)$	$\lambda(\delta)$	$\lambda(\delta^*)$	$\lambda(\omega)$	$\sigma(\beta)$	$\sigma(\delta)$	$\sigma(\delta^*)$	$\sigma(\omega)$
Матрица потоков ПП	9,7	9,4	9,4	9,4	9,8	10,0	9,0	9,0
Вектор КС	4,8	4,4	4,4	4,4	4,2	4,2	3,9	4,1
Вектор ВВ	7,8	7,6	7,5	7,5	7,2	7,1	6,8	7,2
Вектор ВДС	6,1	5,6	5,6	5,7	5,3	5,1	5,1	5,1
ЧНП	18,8	17,6	16,5	18,3	4,8	5,8	6,7	5,6

Источник: разработано автором.

Source: author's developed.

Матрица потоков ПП для версий $\lambda(\beta)$ и $\lambda(\delta)$ имеет несколько меньшие отклонения от фактических по сравнению с модификацией 4. В остальных случаях более точные результаты получены при расчетах по модификации 4. Отметим, что существенно снижена ошибка прогнозирования ЧНП: минимальное значение для модификации 2 составило 16,5 %, при этом по модификации максимальная ошибка 4 – 6,7 %.

Заключение

Метод матричной балансировки является эффективным инструментом при проведении прогнозов показателей таблиц «затраты – выпуск» для расширенной номенклатуры. Преимуществами используемого подхода является то, что метод позволяет получать согласованные оценки широкого набора показателей, что избавляет исследователей от разработки большого числа отдельных эконометрических моделей прогнозирования. При этом последние три модификации ММБ могут использовать для расчетов любую номенклатуру. Введенная процедура корректировки прогноза за счет задания некоторых диагональных элементов может помочь в достижении большей точности получаемых оценок [16].

Модификация 4 ММБ позволила добиться снижения отклонений прогнозных данных от фактических, о чем свидетельствуют результаты приведенных вычислительных экспериментов (см. таблицу). Таким образом, можно сделать вывод о возможности использования модификации 4 ММБ при прогнозировании параметров социально-экономического развития Республики Беларусь.

Список использованных источников

1. *Юралевиц, А. А.* Методологические подходы к анализу и прогнозированию макропоказателей на уровне национальной экономики: зарубежный опыт и белорусская практика / А. А. Юралевиц // Экономика, моделирование, прогнозирование : сб. науч. тр. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. — 2023. — Вып. 17. — С. 232–249.
2. *Кравцов, М. К.* Прогнозирование важнейших показателей белорусской экономики на основе балансово-оптимизационной модели / М. К. Кравцов, А. А. Антаневич // Белорус. экон. журн. — 2015. — №1. — С. 110–123.
3. *Кравцов, М. К.* Применение различных версий балансово-оптимизационной межотраслевой модели для прогнозирования основных показателей социально-экономического развития Республики Беларусь / М. К. Кравцов, А. А. Гладкая // Экономика, моделирование, прогнозирование : сб. науч. тр. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. — 2019. — Вып. 13. — С. 176–191.
4. *Кравцов, М. К.* Методический подход к построению комплексной динамической межотраслевой модели среднесрочного прогнозирования основных макропоказателей белорусской экономики / М. К. Кравцов // Экономика, моделирование, прогнозирование : сб. науч. тр. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. — 2017. — Вып. 11. — С. 202–213.
5. *Кравцов, М. К.* Прогнозирование макропоказателей белорусской экономики на основе динамической балансово-эконометрической межотраслевой модели / М. К. Кравцов, В. Г. Лазовский, Л. В. Федченко // Экономика, моделирование, прогнозирование : сб. науч. тр. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. — 2018. — Вып. 12. — С. 202–219.
6. *Кравцов, М. К.* Прогнозирование основных параметров социально-экономического развития Республики Беларусь на основе динамической межотраслевой модели / М. К. Кравцов, А. А. Гладкая, Т. А. Дехтярь // Белорус. экон. журн. — 2020. — № 2. — С. 4–24.
7. *Кравцов, М. К.* Использование неструктурных эконометрических моделей и расширенной версии метода Хорафаса для прогнозирования коэффициентов прямых затрат / М. К. Кравцов, А. А. Гладкая // Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития : материалы XX Междунар. науч. конф., Минск, 17–18 окт. 2019 г. : в 3 т. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь ; редкол.: Ю. А. Медведева [и др.]. — Минск, 2019. — Т. 1. — С. 163–176.
8. *Stone, R.* Output and investment for exponential growth in consumption / R. Stone, A. Brown // Rev. of Economic Studies. — 1962. — № 29(3). — P. 241–245.
9. Updating input–output tables with benchmark table series / H. Wang [et al.] // Economic Systems Research. — 2015. — № 27(3). — P. 287–305.
10. *Shuja, N.* Projecting input-output table for Malaysia: A comparison of RAS and EURO method / N. Shuja, M. A. Lazim, B. W. Yap // Pertanika J. of Science and Technology. — 2017. — № 25 (3). — P. 745–758.
11. Updating China’s input-output tables series using MTT method and its comparison / H. Zheng [et al.] // Economic Modelling. — 2018. — № 74. — P. 186–193.
12. China’s carbon footprint based on input-output table series: 1992–2020 / H. Zheng [et al.] // Sustainability. — 2017. — № 9(387). — Mode of access: https://www.researchgate.net/publication/314493484_China's_Carbon_Footprint_Based_on_Input-Output_Table_Series_1992-2020. — Date of access: 12.11.2023.
13. *Fajar, M.* Estimasi matriks transaksi antar sektor tahun 2020 di provinsi Banten / M. Fajar // J. Kebijakan Pembangunan Daerah. — 2021. — № 5(2). — P. 100 – 109.
14. *Pumjaroen, J.* How to obtain a better result of updating the I-O table from the MTT method / J. Pumjaroen, T. Sottiwan // Economic bulletin. — 2021. — Vol. 41, iss. 3. — Mode of access: <https://ideas.repec.org/a/ebl/ecbull/eb-21-00161.html>. — Date of access: 15.11.2023.
15. *Кравцов, М. К.* Прогнозирование макроэкономических показателей на основе расширенной версии эконометрической межотраслевой модели / М. К. Кравцов, А. А. Юралевиц, Т. А. Дехтярь // Экономика, моделирование, прогнозирование : сб. науч. тр. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. — 2022. — Вып. 16. — С. 223–236.
16. *Кравцов, М. К.* Балансово-эконометрическая межотраслевая модель белорусской экономики: развитие прогнозного инструментария и его применение / М. К. Кравцов, Т. А. Дехтярь, А. А. Гладкая // Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития : материалы XXIV Междунар. науч. конф., Минск, 19–20 окт. 2023 г. : в 3 т. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь ; редкол.: Н. Г. Берченко [и др.]. — Минск, 2023. — Т. 1. — С. 104–116.

17. Кравцов, М. К. Прогнозирование макроэкономических показателей на основе метода матричной балансировки и его модификаций / М. К. Кравцов, Л. В. Федченко // Экон. бюл. НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. – 2021. – № 9. – С. 4–13.

18. Кравцов, М. К. Прогнозирование макроэкономических показателей Республики Беларусь на основе модифицированного метода матричной балансировки / М. К. Кравцов, Л. В. Федченко // Экономика, моделирование, прогнозирование : сб. науч. тр. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь. – 2021. – Вып. 15. – С. 215–226.

19. Юралевич, А. А. Модификация метода матричной балансировки для прогнозирования основных макроэкономических показателей белорусской экономики / А. А. Юралевич, Т. А. Дехтярь / Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития : материалы XXIII Междунар. науч. конф., Минск, 20–21 окт. 2022 г. : в 3 т. / НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь ; редкол.: Н. Г. Берченко [и др.]. – Минск, 2022. – Т. 3. – С. 137–140.

20. Саяпова, А. Р. Основы метода «затраты – выпуск»: учебник / А. Р. Саяпова, А. А. Широков. – Москва : МАКС Пресс, 2019. – 336 с.

References

1. Yuralevich A. A. Methodological approaches to the analysis and macro indicators forecasting at the national economy level: foreign experience and Belarussian practice. *Economika, modelirovaniye, prognozirovaniye* [Economics, modelling, forecasting], 2023, iss. 17, pp. 232–249 (in Russian).

2. Kravtsov M. K., Antanevich A. A. Forecasting main indicators of belarus's economy based on balance-optimization model. *Belorusskii ekonomicheskii zhurnal = Belarusian Economic Journal*, 2015, no. 1, pp. 110–123 (in Russian).

3. Kravtsov M. K., Gladkaya A. A. Using different versions of the input-output and optimization intersectoral model to forecast the key indicators of social and economic development of the Republic of Belarus. *Economika, modelirovaniye, prognozirovaniye* [Economics, modelling, forecasting], 2019, iss. 13, pp. 176–191 (in Russian).

4. Kravtsov M. K. Methodical approach to the development of an integrated, dynamic intersectoral model for the medium-term forecasting of the main macroeconomic indicators of Belarussian economy. *Economika, modelirovaniye, prognozirovaniye* [Economics, modelling, forecasting], 2017, iss. 11, pp. 202–213 (in Russian).

5. Kravtsov M. K., Lazovski V. G., Fedchenko L. V. Forecasting of the macroeconomic indicators of the Belarussian economy on the basis of the dynamic balance-econometric interindustry. *Economika, modelirovaniye, prognozirovaniye* [Economics, modelling, forecasting], 2018, iss. 12, pp. 202–219 (in Russian).

6. Kravtsov M. K., Gladkaya A. A., Dekhtyar T. A. Predicting the key parameters of socio-economic development of the Republic of Belarus based on a dynamic input-output model. *Belorusskii ekonomicheskii zhurnal = Belarusian Economic Journal*, 2020, no. 2, pp. 4–24 (in Russian).

7. Kravtsov M. K., Gladkaya A. A. Using non-structural econometric models and an extended version of the Khorafas method to forecast direct cost ratios. *Materialy XX Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii «Problemy prognozirovaniya i gosudarstvennogo regulirovaniya sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya»* [Materials of the XX International scientific conference “Problems of forecasting and state regulation of socio-economic development”], 2019, vol. 1, pp. 113–176 (in Russian).

8. Stone R., Output and investment for exponential growth in consumption. *Review of Economic Studies*, 1962, no. 29(3), pp. 241–245.

9. Wang, H., Wang, C., Zheng, H., Feng, H., Guan, R., Long, W. Updating input-output tables with benchmark table series. *Economic Systems Research*, 2015, no. 27(3), pp. 287–305.

10. Shuja N., Lazim M. A., Yap B. W. Projecting input-output table for Malaysia: A comparison of RAS and EURO method. *Pertanika Journal of Science and Technology*, 2017, no. 25 (3), pp. 745–758.

11. Zheng, H., Fang, Q., Wang, C., Jiang, Y., Ren, R. Updating China's input-output tables series using MTT method and its comparison. *Economic Modelling*, 2018, no. 74., pp. 186–193.

12. Zheng H., Fang Q., Wang Ch., Wang H. China's carbon footprint based on input-output table series: 1992–2020. *Sustainability*, 2017, no. 9(387). Available at: https://www.researchgate.net/publication/314493484_China's_Carbon_Footprint_Based_on_Input-Output_Table_Series_1992-2020 (accessed 12 November 2023).

13. Fajar, M. Estimasi matriks transaksi antar sektor tahun 2020 di provinsi Banten. *Jurnal Kebijakan Pembangunan Daerah*, 2021, no. 5(2), pp. 100–109.

14. Pumjaroen J., Sottiwan T. How to obtain a better result of updating the I-O table from the MTT method. *Economic bulletin*, 2021, vol. 41, iss. 3. Available at: <https://ideas.repec.org/a/eb1/ecbull/eb-21-00161.html> (accessed 15 November 2023).

15. Kravtsov M. K., Yuralevich A. A., Dekhtyar T. A. Forecasting macroeconomic indicators based on the extended version of econometric intersectoral model. *Ekonomika, modelirovaniye, prognozirovaniye* [Economics, modelling, forecasting], 2022, iss. 16, pp. 223–236 (in Russian).

16. Kravtsov M. K., Dekhtyar T. A., Gladkaya A. A. Balance-econometric inter-sectoral model of the Belarusian economy: development of forecasting tools and their application. *Materialy XXIV Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii «Problemy prognozirovaniya i gosudarstvennogo regulirovaniya sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya»* [Materials of the XXIV International scientific conference “Problems of forecasting and state regulation of socio-economic development”]. Minsk, 2023, vol. 1, pp. 104–116 (in Russian).

17. Kravtsov M. K., Fedchenko L. V. Forecasting macroeconomic indicators of the Republic of Belarus based on the modified matrix balancing method. *Ekonomicheskii bulletin NIEI Ministerstva ekonomiki Respubliki Belarus*, 2021, no. 9, pp. 4–13 (in Russian).

18. Kravtsov M. K., Fedchenko L. V. Forecasting the input-output table of the Republic of Belarus based on the modified matrix balancing method. *Ekonomika, modelirovaniye, prognozirovaniye* [Economics, modelling, forecasting], 2022, iss. 15, pp. 215–226 (in Russian).

19. Yuralevich A. A., Dekhtyar T. A. Modification of the matrix balancing method for forecasting the main macroeconomic indicators of the Belarusian economy. *Materialy XXIII Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii «Problemy prognozirovaniya i gosudarstvennogo regulirovaniya sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya»* [Materials of the XXIII International scientific conference “Problems of forecasting and state regulation of socio-economic development”]. Minsk, 2022, vol. 3, pp. 137–140 (in Russian).

20. Sayapova A. R., Shirov A. A. Fundamentals of the input-output method. Moscow, 2019. 336 p (in Russian).

Информация об авторе

Гладкая Александра Анатольевна – сотрудник, Научно-исследовательский экономический институт Министерства экономики Республики Беларусь, e-mail: gladkayaalexandra@gmail.com

Information about the author

Gladkaya A. – researcher, The Economy Research Institute of the Ministry of Economy of the Republic of Belarus, e-mail: gladkayaalexandra@gmail.com

Статья поступила в редколлегию 29.04.2024

Received by editorial board 29.04.2024