

НЕПРЕРЫВНО-ВРЕМЕННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В СФЕРЕ ЖИЛИЩНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА

А. А. Литвинович

аспирант, Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь, litvinovich@bsu.by

Научный руководитель: **Э. М. Аксень**

доктор экономических наук, профессор, Белорусский государственный экономический университет, г. Минск, Беларусь, eaksen@mail.ru

В работе представлена методика непрерывно-временного моделирования оптимальной динамики распределения ресурсов по регионам для жилищного строительства. Методика предполагает построение межвременного интегрального социально-экономического показателя и максимизацию его значения с учетом ограничений на объясняющие факторы. При этом в моделях учитывается также запаздывание влияния объясняющих факторов на результирующие показатели. Проведены расчеты на реальных данных и сделаны соответствующие выводы. Данная методика позволяет улучшить прогнозирование и оптимизацию ресурсов, способствуя более эффективному развитию жилищного сектора в различных регионах.

Ключевые слова: жилищная политика; динамика; оптимизация; моделирование.

CONTINUOUS-TIME MODEL FOR OPTIMAL RESOURCE ALLOCATION IN HOUSING CONSTRUCTION

A. A. Litvinovich

PhD student, Belarusian State University, Minsk, Belarus, litvinovich@bsu.by

Supervisor: **E. M. Aksen**

doctor of in economics, professor, Belarus State Economic University, Minsk, Belarus, eaksen@mail.ru

The paper presents a methodology for continuous-time modeling of the optimal dynamics of resource allocation in regions for housing construction. The methodology involves constructing an intertemporal integral socio-economic indicator and maximizing its value, taking into account restrictions on explanatory factors while taking into account the delay in the influence of the explanatory factors on the resulting indicators. Calculations have been done based on the real data, and the relevant conclusions have been drawn. This methodology allows for improving resource forecasting and optimization, thereby promoting more efficient development of the housing sector across various regions.

Keywords: housing policy; dynamics; optimization; modeling.

Известно, что объемы жилищного строительства, средства, выделяемые на поддержку малообеспеченных граждан, влияют на динамику социально-экономических показателей, таких как рождаемость, количество безработных, обеспеченность жильем и др. [1]. При этом указанное влияние имеет место с запаздыванием, что также следует учитывать при моделировании [2].

Обозначим через n число регионов в рассматриваемой социально-экономической системе. В частности, в случае, когда рассматриваемая социально-экономическая система – это

Республика Беларусь, а регионы – это ее области плюс город Минск, то $n = 7$. Обозначим через m число показателей жилищной политики (например, общая площадь жилых домов, введенных в эксплуатацию, объем субсидий на строительство жилья и т. п.). Обозначим через $x_{ij}(t)$ значение j -го показателя жилищной политики в i -м регионе в t -й момент времени ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$).

Обозначим через s число социально-экономических показателей (например, число родившихся за некоторый период времени, обеспеченность населения жильем и т. п.). Обозначим через $y_{ik}(t)$ значение k -го социально-экономического показателя жилищной политики в i -м регионе для t -го момента времени ($i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, s}$). В соответствии с вышесказанным показатели $y_{ik}(t)$ зависят (с запаздыванием) от показателей $x_{ij}(t)$.

Замечание 1. При моделировании динамики показателей в непрерывном времени под значением показателя в некоторый момент времени понимается интенсивность соответствующего показателя в рассматриваемый момент времени, в то время как реальные данные известны для некоторого периода времени. (Например, в случае, когда в качестве показателя жилищной политики выступает объем годового ввода в эксплуатацию жилых домов, интенсивность (скорость, темп) данного показателя в рамках непрерывно-временной модели определена для каждого момента времени, а объем ввода в эксплуатацию жилых домов за год равен интегралу от соответствующей интенсивности от начала до конца рассматриваемого года.) В наших расчетах мы полагали, что фактическое (табличное) годовое значение показателя равно соответствующей интенсивности в середине соответствующего года.

Для учета запаздывания объясняющих факторов $x_{ij}(t)$ в контексте их влияния на результирующие показатели $y_{ik}(t)$ введем ненаблюдаемые показатели $\tilde{x}_{ijk}(t)$ с помощью следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{d}{dt} \ln [\tilde{x}_{ijk}(t)] = \gamma_{ijk} \cdot \left\{ \ln [x_{ij}(t)] - \ln [\tilde{x}_{ijk}(t)] \right\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, s}. \quad (1)$$

Замечание 2. При оценивании (указанных ниже) параметров модели с помощью реальных данных мы использовали следующую дискретно-временную аппроксимацию уравнения (1):

$$\ln [\tilde{x}_{ijk}(t)] = \ln [\tilde{x}_{ijk}(t - \Delta t)] + \gamma_{ijk} \cdot \left\{ \ln [x_{ij}(t)] - \ln [\tilde{x}_{ijk}(t - \Delta t)] \right\} \Delta t, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, s}. \quad (2)$$

В нашем случае шаг изменения времени Δt равен единице.

Дифференциальные уравнения (1) позволяют найти траектории $\tilde{x}_{ijk}(t)$ с помощью заданных значений $\tilde{x}_{ijk}(t_0)$ в начальный момент времени t_0 , а именно не сложно показать, что:

$$\ln [\tilde{x}_{ijk}(t)] = \ln [\tilde{x}_{ijk}(t_0)] e^{-\gamma_{ijk}(t-t_0)} + \gamma_{ijk} \int_{t_0}^t \ln [x_{ij}(\tau)] e^{-\gamma_{ijk}(t-\tau)} d\tau, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, s}, \quad t \geq t_0. \quad (3)$$

Обозначим через $\hat{y}_{ik}(t)$ прогнозное значение k -го социально-экономического показателя жилищной политики в i -м регионе в момент времени t ($i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, s}$). Для нахождения прогнозных значений $\hat{y}_{ik}(t)$ будем использовать формулу:

$$\hat{y}_{ik}(t) = a_{ik} \prod_{j=1}^m \tilde{x}_{ijk}^{b_{ijk}}(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, s}, \quad (4)$$

где: a_{ik} и b_{ijk} – параметры, которые мы будем оценивать с помощью реальных данных ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, s}$).

Замечание 3. Параметры b_{ijk} – это эластичности прогнозного значения $\hat{y}_{ik}(t)$ k -го социально-экономического показателя жилищной политики в i -м регионе по (ненаблюдаемому) показателю жилищной политики $\tilde{x}_{ijk}(t)$ (с учетом запаздывания). В соответствии с формулой (4) в нашей модели предполагается, что указанные эластичности постоянны (т. е. они не зависят от значений показателей $\tilde{x}_{ijk}(t)$).

Прологарифмировав формулу (4), получим:

$$\ln[\hat{y}_{ik}(t)] = \ln a_{ik} + \sum_{j=1}^m b_{ijk} \cdot \ln[\tilde{x}_{ijk}(t)], \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, s}. \quad (5)$$

Обозначим через T_0 последний год, для которого известны значения всех показателей жилищной политики x_{ij} и y_{ik} . (В нашем случае T_0 соответствует 2019 г., поскольку это последний год, для которого опубликованы числа родившихся по регионам Беларуси.) С учетом формул (2), (5) (при $\Delta t = 1$) значения параметров γ_{ijk} , a_{ik} и b_{ijk} ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, s}$) будем находить с помощью решения следующих оптимизационных задач:

$$\sum_{t=t_0}^{T_0} [\ln y_{ik}(t) - \ln \hat{y}_{ik}(t)]^2 \rightarrow \min, \quad (6)$$

$$\ln[\tilde{x}_{ijk}(t)] = \ln[\tilde{x}_{ijk}(t-1)] + \gamma_{ijk} \cdot \left\{ \ln[x_{ij}(t-1)] - \ln[\tilde{x}_{ijk}(t-1)] \right\}, \quad t = \overline{t_0+1, T_0}, \quad (7)$$

$$\tilde{x}_i(t_0) = x_i(t_0), \quad (8)$$

$$\ln[\hat{y}_{ik}(t)] = \ln a_{ik} + \sum_{j=1}^m b_{ijk} \cdot \ln[\tilde{x}_{ijk}(t)], \quad t = \overline{t_0, T_0}. \quad (9)$$

Отметим, что для каждого отдельно взятого региона и социально-экономического показателя решается своя задача (6)–(9) (и следовательно, число таких задач равно $n \cdot s$). В этих задачах $x_{ij}(t)$ и $y_{ik}(t)$ ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, s}$, $t = \overline{t_0, T_0}$) – известные (табличные) значения, а $\ln a_{ik}$, b_{ijk} , γ_{ijk} – переменные. (В наших расчетах мы использовали годовые данные начиная с 2000 г. по 2019 г. Следовательно, в нашем случае что $t_0 = 2000$ и $T_0 = 2019$.)

Замечание 4. В случае одного показателя жилищной политики и одного социально-экономического показателя (т.е. когда $m = 1$ и $s = 1$) нет необходимости использовать индексы j и k для показателей $x_{ij}(t)$ и $y_{ik}(t)$ и параметров a_{ik} , b_{ijk} , γ_{ijk} . Следовательно указанные показатели и параметры запишутся проще: $x_i(t)$, $y_i(t)$, a_i , b_i , γ_i .

Мы решили задачи (6)–(9) (для каждого региона в отдельности) с использованием табличных данных (при $t_0 = 2000$ г. и $T_0 = 2019$ г.) для случая одного показателя жилищной политики и одного социально-экономического показателя (т.е. когда $m = 1$ и $s = 1$), причем в качестве показателя жилищной политики выступал объем годового ввода в эксплуатацию жилых домов по областям и г. Минску (в тысячах квадратных метров общей площади) ([3]), а в качестве социально-экономического показателя годовое число родившихся по областям и г. Минску ([4]), и получили следующие значения параметров $\ln a_i$, b_i , γ_i , ($i = \overline{1, n}$) (таблица).

Значения параметров $\ln a_i, b_i, \gamma_i$

Параметр	Брестская	Витебская	Гомельская	Гродненская	Минск	Минская	Могилевская
$\ln a_i$	7,6195	5,0120	6,6792	6,4056	6,1596	7,3639	6,2209
b_i	0,3218	0,7257	0,4773	0,4747	0,5482	0,3381	0,5259
γ_i	0,6788	0,2197	0,3121	0,5335	0,6500	0,8457	0,2899

Представленная методика моделирования влияния жилищной политики и других факторов на социально-экономические показатели в непрерывном времени с учетом запаздывания в дальнейшем будет использована для построения интегрального социально-экономического показателя.

Библиографические ссылки

1. *Еременко М. М., Стасюкевич С. В.* Реализация государственной жилищной политики Республики Беларусь // Экономический рост Республики Беларусь: глобализация, инновационность, устойчивость. Материалы XV Международной научно-практической конференции. Минск, 19–20 мая 2022 г. ; под ред. А. В. Егорова. Минск : БГЭУ, 2022. С. 261–262.
2. *Литвинович А. А., Аксень Э. М.* Моделирование влияния объемов жилищного строительства на социально-экономические показатели с учетом запаздывания // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. науч. тр. / Ред. коллегия: М. К. Кравцов (гл. ред) [и др.]. Минск : НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь, 2023. Вып. 17. С. 258–265.
3. Инвестиции и строительство В Республике Беларусь. 2021. Минск: Национальный статистический комитет Республики Беларусь. 40 с.
4. Демографический ежегодник Республики Беларусь. 2019. Минск: Национальный статистический комитет Республики Беларусь. 429 с.