

**Белорусский государственный университет**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям  
\_\_\_\_\_ О.Г. Прохоренко  
«05» июля 2023 г.  
Регистрационный № УД – 12915/уч.



**Механика жидкости и газа**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2021, утвержденного 25.04.2022 г. № 98; типового учебного плана № G31-1-025/пр.-тип. от 30.06.2021 г.; учебных планов: № G31-1-029/уч., № G31-1-029/уч.-СИБД от 30.06.2021 г., № G31-1-209/уч., № G31-1-209/уч.-СИБД от 22.03.2022 г.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Конон Павел Николаевич** – доцент кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Василевич Юрий Владимирович** – профессор кафедры теоретической механики и механики материалов Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук

**Чорный Андрей Дмитриевич** – заведующий лабораторией турбулентности ИТМО им. А.В. Лыкова НАН РБ, доцент, кандидат физико-математических наук

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ  
(протокол № 10 от 19.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой



М.А. Журавков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Цель учебной дисциплины** – формирование комплекса фундаментальных знаний газа на основе изучения моделей, методов и способов решения задач всех разделов механики жидкости и газа.

### **Задачи учебной дисциплины:**

Обеспечить классическую теоретическую подготовку студентов в области гидромеханики и газовой динамики, позволяющую будущим ученым и инженерам ориентироваться в потоке научно-технической информации, самостоятельно в практической деятельности создавать математические модели для решения задач механики жидкости и газа, уметь находить и обосновывать оптимальные пути и численно-аналитические методы решений поставленных задач.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Механика сплошных сред» государственного компонента.

Решение многих актуальных технических задач требует построения новых моделей для глубокого и более детального описания механических и физических объектов, взаимодействий и явлений. Изучение студентами движений жидких и газообразных сред особенно полезно не только с точки зрения уже известных приложений, сколько в обозрении перспективных проблем, которые станут предметом исследований и применений в будущем. В связи с этим возникает необходимость преподавания учебной дисциплины «Механика жидкости и газа» как основополагающей для изучения легкоподвижных и сильно деформируемых сред.

**Связи** с другими учебными дисциплинами.

Программа дисциплины «Механика жидкости и газа» составлена с учетом межпредметных **связей** по смежным дисциплинам. Ее изучение базируется на знаниях дисциплин «Теоретическая механика», «Аналитическая механика», «Дифференциальные уравнения».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Механика жидкости и газа» должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций** (далее – БПК):

БПК-1. Применять основные законы и методы естественнонаучных дисциплин для решения теоретических и практических задач в профессиональной деятельности;

БПК-8. Использовать основные аналитические и численные методы теоретической механики, механики сплошных сред, сопротивления материалов к исследованию механических процессов.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- главные исторические этапы развития механики жидкости и газа;
- законы сохранения в механике;
- методы и способы решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных,
- основы тензорного исчисления;
- основополагающие понятия, определения и теоремы МСС;
- основы термодинамики;
- модели идеальной сжимаемой и несжимаемой жидкостей и совершенного газа;
- модели вязкой жидкости;
- решения основных задач механики жидкости и газа.

**уметь:**

- выбирать модель и осуществлять постановку начально- краевых задач гидромеханики и газовой динамики,
- осуществлять математическое решение задач механики жидкости и газа;
- совершенствовать модели движений жидких и газообразных сред;
- разрабатывать аналитические, приближенные и численные методы исследований задач механики жидкости и газа;
- проводить анализ результатов.

**владеть:**

- навыками постановки краевых и начально-краевых задач механики жидкости и газа;
- основными аналитическими и численными методами решения задач гидромеханики и газовой динамики.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 5 и 6 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Механика жидкости и газа» отведено:

– для очной формы получения высшего образования– 218 часов, в том числе 124 аудиторных часов, из них:

5 семестр – всего 124 часа, в том числе 90 аудиторных часа, из них: лекции – 52 часа, практические занятия – 32 часа, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

6 семестр – всего 94 часа, в том числе 34 аудиторных часа, из них: лекции – 20 часов, практические занятия – 10 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Раздел 1. Основные понятия и теоремы, используемые для описания движения жидких и газообразных сред**

Тема 1.1. Предмет механики жидкости и газа. Области приложений, перспективные направления. Два подхода к описанию движения сплошной среды. Основные формулы и операторы векторного анализа. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности.

Тема 1.2. Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Закон Навье – Стокса. Формула Гельмгольца. Формула Коши. Уравнения движения сплошной среды в напряжениях. Уравнения энергии для сплошной среды. Модели жидкой среды. Идеальная жидкость и совершенный газ. Вязкая жидкость и газ. Замкнутые системы уравнений.

### **Раздел 2. Гидростатика**

Тема 2.1. Равновесие несжимаемой жидкости. Равновесие в поле потенциальных сил. Относительное равновесие вращающейся жидкости. Барометрическая формула.

Тема 2.2. Силы, действующие на тела, помещенные в жидкость. Закон Архимеда. Устойчивость равновесия несжимаемой жидкости в поле силы тяжести.

### **Раздел 3. Течения идеальной несжимаемой жидкости**

Тема 3.1. Уравнение Эйлера. Граничные условия в задачах движения идеальной жидкости. Уравнение движения в форме Громека – Лемба. Первые интегралы движения идеальной жидкости. Интеграл Бернулли и его применение при решении задач. Трубка Пито – Прандтля. Динамическое и гидростатическое давления. Интеграл Коши – Лагранжа. Течения идеальной жидкости при наличии баротропии.

Тема 3.2. Плоское течение несжимаемой идеальной жидкости. Функция тока и потенциал скорости. Комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов и течения ими описываемые. Плоское обтекание кругового цилиндра идеальной жидкостью без циркуляции и с циркуляцией. Формула Жуковского. Задачи Дирихле и Неймана. Движение шара в безграничном объеме жидкости.

Тема 3.3. Обтекание произвольного крылового профиля идеальной жидкостью. Обтекание эллипса и пластинки под углом атаки. Постулат Чаплыгина – Жуковского. Главный вектор и главный момент сил давления, действующих на обтекаемый контур. Формулы Блазиуса – Чаплыгина.

### **Раздел 4. Волновые и вихревые движения идеальной жидкости**

Тема 4.1. Волновые движения идеальной жидкости. Классификация волновых движений. Гравитационные волны. Прогрессивные и стоячие волны. Гравитационные волны в ограниченном объеме. Гравитационные волны в средах с поверхностью раздела. Дисперсионные соотношения.

Тема 4.2. Вихревые движения идеальной жидкости. Теорема Стокса. Уравнения движения с учетом завихренностей. Теоремы Томпсона и Лагранжа о возможности вихревых движений. Две теоремы Гельмгольца.

### **Раздел 5. Течения вязкой несжимаемой жидкости**

Тема 5.1. Модель вязкой жидкости и газа. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия в задачах движения вязкой жидкости. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл. Уравнения Навье-Стокса безразмерном виде.

Тема 5.2. Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые установившиеся и нестационарные течения. Течения Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести. Течения по цилиндрической поверхности. Течение между вращающимися цилиндрами.

Тема 5.3. Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение. Метод Тепфера. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей.

Тема 5.4. Медленное движение сферы в вязкой жидкости. Формула Стокса. Определение силы сопротивления при движении тела в вязкой жидкости.

### **Раздел 6. Основы теории гидродинамической устойчивости и турбулентности течений**

Тема 6.1. Ламинарные и турбулентные течения. Основные понятия теории гидродинамической устойчивости. Опыт Рейнольдса. Метод малых колебаний. Уравнения Релея и Орра-Зоммерфельда. Задача на собственные значения. Устойчивость течения с поверхностью раздела.

Тема 6.2. Основные понятия теории турбулентности. Осредненное и пульсационное движения. Уравнения Рейнольдса. Гипотеза Буссинеска.

### **Раздел 7. Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики**

Тема 7.1. Приложения в газовой динамике. Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла. Совершенный газ. Формула Майера. Адиабата Пуассона. Цикл Карно. Энтропия. Энтропия совершенного газа.

### **Раздел 8. Одномерные установившиеся течения газа**

Тема 8.1. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Максимальная скорость. Скорость звука. Критическая скорость. Число Маха. Истечение газа из сосуда. Формула Сен-Венана-Вентцеля. Связь давления, плотности и температуры с параметрами торможения и числом Маха. Нагревание тел в потоке.

Тема 8.2. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Простое сопло. Течение газа в простом сопле. Сопло Лавалья. Расчетные режимы истечения газа из сопла Лавалья.

## **Раздел 9. Одномерные нестационарные течения газа**

Тема 9.1. Теория звука. Волновое уравнение. Прогрессивные волны. Распространение возмущений от движущегося источника. Эффект Доплера. Конус и угол Маха.

Тема 9.2. Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики. Инварианты Римана. Простые волны. Метод характеристик. Задача Коши. Истечение газа в вакуум.

## **Раздел 10. Течения с ударными волнами**

Тема 10.1. Условия на поверхности сильных разрывов в произвольной системе отсчета. Тангенциальный разрыв. Скачки уплотнения и разряжения. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио. Скорость частиц среды до и после скачка в системе координат, движущейся с ударной волной. Теорема Цемплена. Слабые ударные волны. Сильные ударные волны.

Тема 10.2. Ударные волны в совершенном газе. Адиабата Гюгонио для совершенного газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ.

Тема 10.3. Применение  $\pi$ -теоремы при решении задач механики. Задача о сильном взрыве и ее решение.

## **Раздел 11. Двумерное стационарное движение газа**

Тема 11.1. Модель двумерного стационарного движения газа. Функция тока. Уравнения движения в естественной системе координат. Теорема Крокко о вихрях. Уравнение для потенциала скорости. Уравнение Чаплыгина в переменных годографа. Метод Чаплыгина в задаче о газовых струях.

Тема 11.2. Трансзвуковые течения. Уравнения Эйлера –Трикоми. Уравнения для потенциала в физических переменных для трансзвуковых течений. Сверхзвуковое течение газа. Особенности сверхзвукового обтекания тел.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением  
дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	5 семестр							
<b>1.</b>	<b>Основные понятия и теоремы, используемые для описания движения жидких и газообразных сред</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
1.1	Предмет механики жидкости и газа. Области приложений, перспективные направления. Два подхода к описанию движения сплошной среды. Основные формулы и операторы векторного анализа. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности.	2						Опрос
1.2	Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Закон Навье – Стокса. Формула Гельмгольца. Формула Коши. Уравнения движения сплошной среды в напряжениях. Уравнения энергии для сплошной среды. Модели жидкой среды. Идеальная жидкость и совершенный газ. Вязкая жидкость и газ. Замкнутые системы уравнений.	2	2					Опрос
<b>2.</b>	<b>Гидростатика</b>	<b>4</b>	<b>2</b>				<b>2</b>	
2.1	Равновесие несжимаемой жидкости. Равновесие в поле потенциальных сил. Относительное равновесие вращающейся жидкости. Барометрическая формула.	2					2	Опрос
2.2	Силы, действующие на тела, помещенные в жидкость. Закон Архимеда. Устойчивость	2	2					Проверка индивидуальных

	равновесия несжимаемой жидкости в поле силы тяжести.							заданий
<b>3</b>	<b>Течения идеальной несжимаемой жидкости</b>	<b>12</b>	<b>8</b>				<b>2</b>	
3.1.	Уравнение Эйлера. Граничные условия в задачах движения идеальной жидкости. Уравнение движения в форме Громека – Лемба. Первые интегралы движения идеальной жидкости. Интеграл Бернулли и его применение при решении задач. Трубка Пито – Прандтля. Динамическое и гидростатическое давления. Интеграл Коши – Лагранжа. Течения идеальной жидкости при наличии баротропии.	4	2					Опрос
3.2	Плоское течение несжимаемой идеальной жидкости. Функция тока и потенциал скорости. Комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов и течения ими описываемые. Плоское обтекание кругового цилиндра идеальной жидкостью без циркуляции и с циркуляцией. Формула Жуковского. Задачи Дирихле и Неймана. Движение шара в безграничном объеме жидкости.	4	4					Проверка индивидуальных заданий
3.3	Обтекание произвольного крылового профиля идеальной жидкостью. Обтекание эллипса и пластинки под углом атаки. Постулат Чаплыгина – Жуковского. Главный вектор и главный момент сил давления, действующих на обтекаемый контур. Формулы Блазиуса – Чаплыгина.	4	2				2	Контрольная работа №1 по разделу 3
<b>4.</b>	<b>Волновые и вихревые движения идеальной жидкости</b>	<b>8</b>	<b>6</b>					
4.1	Волновые движения идеальной жидкости. Классификация волновых движений. Гравитационные волны.	4	4					Опрос

	Прогрессивные и стоячие волны. Гравитационные волны в ограниченном объеме. Гравитационные волны в средах с поверхностью раздела. Дисперсионные соотношения.							
4.2	Вихревые движения идеальной жидкости. Теорема Стокса. Уравнения движения с учетом завихренностей. Теоремы Томпсона и Лагранжа о возможности вихревых движений. Две теоремы Гельмгольца.	4	2					Контрольная работа №2 по разделу 4
<b>5.</b>	<b>Течения вязкой несжимаемой жидкости</b>	<b>18</b>	<b>10</b>				<b>2</b>	
5.1	Модель вязкой жидкости и газа. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия в задачах движения вязкой жидкости. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл. Уравнения Навье-Стокса безразмерном виде.	4	2					Проверка индивидуальных заданий
5.2	Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые установившиеся и нестационарные течения. Течения Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести. Течения по цилиндрической поверхности. Течение между вращающимися цилиндрами.	4	4				2	Контрольная работа №3 по теме 5.2
5.3	Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение. Метод Тепфера. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей.	6	2					Опрос
5.4	Медленное движение сферы в вязкой жидкости. Формула Стокса. Определение силы сопротивления при движении тела в вязкой жидкости.	4	2					Опрос
<b>6.</b>	<b>Основы теории гидродинамической</b>	<b>6</b>	<b>4</b>					

	<b>устойчивости и турбулентности течений</b>							
6.1	Ламинарные и турбулентные течения. Основные понятия теории гидродинамической устойчивости. Опыт Рейнольдса. Метод малых колебаний. Уравнения Релея и Орра-Зоммерфельда. Задача на собственные значения. Устойчивость течения с поверхностью раздела.	4	2					Проверка индивидуальных заданий
6.2	Основные понятия теории турбулентности. Осредненное и пульсационное движения. Уравнения Рейнольдса. Гипотеза Буссинеска.	2	2					Контрольная работа №4 по разделу 6
	6 семестр							
<b>7</b>	<b>Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики</b>	<b>2</b>						
7.1	Приложения в газовой динамике. Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла. Совершенный газ. Формула Майера. Адиабата Пуассона. Цикл Карно. Энтропия. Энтропия совершенного газа.	2						Опрос
<b>8</b>	<b>Одномерные установившиеся течения газа</b>	<b>4</b>	<b>4</b>				<b>2</b>	
8.1	Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Максимальная скорость. Скорость звука. Критическая скорость. Число Маха. Истечение газа из сосуда. Формула Сен-Венана-Вентцеля. Связь давления, плотности и температуры с параметрами торможения и числом Маха. Нагревание тел в потоке.	2	2				2	Опрос
8.2	Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Простое сопло. Течение газа в простом сопле. Сопло Лавая. Расчетные режимы	2	2					Проверка индивидуальных заданий

	истечения газа из сопла Лавалья.							
<b>9</b>	<b>Одномерные нестационарные течения газа</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
9.1	Теория звука. Волновое уравнение. Прогрессивные волны. Распространение возмущений от движущегося источника. Эффект Доплера. Конус и угол Маха.	2	2					Контроль ная работа №5 по разделам 7-9
9.2	Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики. Инварианты Римана. Простые волны. Метод характеристик. Задача Коши. Истечение газа в вакуум.	2						Опрос
<b>10</b>	<b>Течения с ударными волнами</b>	<b>6</b>	<b>2</b>				<b>2</b>	
10.1	Условия на поверхности сильных разрывов в произвольной системе отсчета. Тангенциальный разрыв. Скачки уплотнения и разряжения. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио. Скорость частиц среды до и после скачка в системе координат движущейся с ударной волной. Теорема Цемплена. Слабые ударные волны. Сильные ударные волны.	2					2	Опрос
10.2	Ударные волны в совершенном газе. Адиабата Гюгонио для совершенного газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ.	2						Опрос
10.3	Применение $\pi$ -теоремы при решении механики. Задача о сильном взрыве и ее решение.	2	2					Опрос
<b>11</b>	<b>Двумерное стационарное движение газа</b>	<b>4</b>	<b>2</b>					
11.1	Модель двумерного стационарного движения газа. Функция тока. Уравнения движения в естественной системе координат. Теорема Крокко о вихрях. Уравнение для потенциала	2						Проверка индивиду альных заданий

	скорости. Уравнение Чаплыгина в переменных годографа. Метод Чаплыгина в задаче о газовых струях.							
11.2	Трансзвуковые течения. Уравнения Эйлера –Трикоми. Уравнения для потенциала в физических переменных для трансзвуковых течений. Сверхзвуковое течение газа. Особенности сверхзвукового обтекания тел.	2	2					Контроль ная работа №6 по разделам 10, 11
<b>Всего по курсу</b>		<b>72</b>	<b>42</b>				<b>10</b>	

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учебное пособие для студентов физических специальностей университетов : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского. - Изд. 6-е, испр. - Москва : Физматлит, 2021.– Т. 6 : Гидродинамика. - 2021. - 727 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=369178>.
2. Журавков, М. А. Математические модели механики твердых тел : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов ; БГУ. - Минск : БГУ, 2021. - 535 с.
3. Лабунцов, Д. А. Механика двухфазных систем : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов "Техническая физика" / Д. А. Лабунцов, В. В. Ягов. - 4-е изд., стер. - Москва : МЭИ, 2022. - 383 с.
4. Токарева, С. А. Прикладная газовая динамика. Численные методы решения гиперболических систем уравнений : учебное пособие / С. А. Токарева. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2019. - 240 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/206525>.
5. Глазков, В. В. Техническая газодинамика : учеб. пособие / В. В. Глазков. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2018. - 105 с. -URL: <https://e.lanbook.com/book/212960>.

### Перечень дополнительной литературы

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1994.
2. Черный Г.Г. Газовая динамика. – М.: Наука, 1989 — 424 с.
3. Шкадов В.Я., Запрянов З.Д. Течения вязкой жидкости. –М.: Изд. МГУ, 1984, 200 с.
4. Баранов В.Б. Гидроаэродинамика и газовая динамика. Ч.1. М.: Изд. МГУ, 1987, 88с.
5. Стулов В.П. Лекции по газовой динамике. М: Физматлит, 2004, 192 с.
6. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. Гостехиздат, 1955, 531 с.
7. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. –М.: Наука, 1974. 1976, 712 с.
8. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1,2. М.: Физматгиз, 1963.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учеб, для вузов. –7-е изд. испр. – М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
10. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987, 432 с.
11. Гайфуллин А.М. Вихревые течения. – М.: Наука, 2015. – 320 с.
12. Механика сплошных сред в задачах. Классический учебник МГУ. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. – М.: Ленанд, 2017, 640 с.

## **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля: опрос, контрольная работа, проверка индивидуальных заданий.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Механика жидкости и газа» учебным планом предусмотрен **экзамен**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- выполнение индивидуальных заданий – 25 %;
- выполнение контрольной работы – 50%;
- опросы – 25 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) - 40% и экзаменационной отметки - 60%.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

#### **Раздел 2. Гидростатика (2 ч)**

Примеры задач

1. Определить наибольшую высоту поднятия жидкости в поршневом насосе. Считать, что между поршнем и жидкостью имеется воздушная прослойка с давлением  $p \approx 0$ .
2. Определить давление в совершенном газе, как функцию высоты  $z$ . Уравнение состояния совершенного газа имеет вид  $p = \rho RT$ ,  $T = T(z)$ .
3. Определить форму свободной поверхности жидкости и давление в жидкости, вращающейся вместе с сосудом как одно целое с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси.

Форма контроля – опрос.

### Раздел 3. Течения идеальной несжимаемой жидкости (2 ч)

#### Примеры задач

1. Получить выражение интеграла Бернулли для установившегося течения совершенного газа. Движение изотермическое.
2. Записать выражение интеграла Бернулли в относительной системе координат, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси с угловой скоростью  $\omega$ .
3. При установившемся течении газа из тонкой конической трубки траектории частиц представляет собой прямые, сходящиеся в вершине конуса. Найти соотношение между скоростями  $V_1$  и  $V_2$  в сечениях  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$ , площади которых равны  $S_1$  и  $S_2$ . Течение газа изотермическое. Силой тяжести пренебречь.

Форма контроля – контрольная работа №1 по разделу 3.

### Раздел 5. Течения вязкой несжимаемой жидкости

#### Тема 5.2. Точные решения уравнений Навье-Стокса. (2 ч)

#### Примеры задач

1. Определить течения вязкой жидкости, вызываемые неограниченной твердой поверхностью  $y=0$ , погруженной в жидкость и совершающей со скоростью  $U=const$  движение в своей плоскости.
2. Пусть жидкость занимает полупространство  $y<0$  и в начальный момент находится в покое. В момент  $t=0$  на поверхность начинает действовать касательное напряжение  $\tau$ , которое остается постоянным в последующем. Определить возникающее нестационарное течение в жидкости.
3. Определить установившееся сечение вязкой несжимаемой жидкости в длинной горизонтальной цилиндрической трубе под действием заданного перепада давлений вдоль оси трубы  $\Delta p = -\frac{dp}{dx}$ , если сечением трубы является круг радиуса  $a$ . Найти наибольшую  $u_m$  и среднюю  $u_{cp}$  скорость течения, расход  $Q$  через поперечное сечение трубы и касательное напряжение на поверхности трубы.

Форма контроля – контрольная работа №3 по теме 5.2.

### Раздел 8. Одномерные установившиеся течения газа (2 ч)

#### Примерный перечень вопросов и задач

1. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Критическая скорость.
2. В точке линии тока скорость совершенного газа равна 100 м/с, давление  $10^3$  Па, плотность  $1,4$  кг/м<sup>3</sup>, в другой точке - скорость 90 м/с, плотность  $1,5$  кг/м<sup>3</sup>. Найти давление в этой точке. Принять  $\gamma=1,4$ .
3. Можно ли получить сверхзвуковую скорость течения газа в сопле Лаваля и почему?

Форма контроля – опрос.

## Раздел 10. Течения с ударными волнами (2 ч)

Примерный перечень вопросов

1. Из каких законов механики выводятся основные соотношения на разрывах?
2. Выписать условия на сильной ударной волне в относительной системе координат.
3. Вид адиабаты Гюгонио. Как изменяется внутренняя энергия на скачке уплотнения?

Форма контроля – опрос.

### Примерный перечень индивидуальных заданий

## Раздел 2. Гидростатика

1. В ограниченном диапазоне высот до 11 км принимают, что температура с высотой в совершенном газе убывает по линейному закону

$$T = T_0 - kz, T_0 = 288^\circ \text{K}, k = 6,5 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ \text{K}}{\text{м}} .$$

2. Определить давление на горе Эверест на вершине  $z = 8,8 \text{ км}$ . Оценить высоту  $h$ , при которой давление равно 0. Применима ли эта зависимость для всей атмосферы?
3. Определить давление в жидкости и форму свободной поверхности в частично заполненной цистерне автомобиля, движущегося с горы, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту с ускорением  $a$ . Длина цистерны равна  $L$ , высота уровня жидкости в покое  $h$ .
4. Объем  $\tau$  несжимаемой жидкости находится в равновесии под действием массовых сил, направленных к неподвижному центру и пропорциональных расстоянию от этого центра с коэффициентом  $k$ . Определить форму свободной поверхности жидкости и найти наибольшее давление в объеме жидкости, если внешнее давление равно  $p_0$ .
5. Частицы газа, рассеянного по неограниченному пространству, притягиваются к неподвижному центру с силами, пропорциональными удалению частиц. Определить давление в центре при изотермическом равновесии, если дана масса газа  $m$ . Сила притяжения на единицу массы равна  $k$  при удалении от центра равном единичному.
6. Определить давление и положение центра давлений на вертикальный прямоугольный щит шлюза, имеющего глубину  $b$ , сторона которого  $a$  совпадает со свободной горизонтальной поверхностью жидкости, на которой давление равно  $p_a$ .

## Раздел 3. Течения идеальной несжимаемой жидкости

1. Определить форму сосуда, применяемого для функционирования водяных часов.

2. При какой высоте столба жидкость будет вытекать из герметически закрытого сверху сосуда под действием силы тяжести? Жидкость идеальная, несжимаемая, движение считать изотермическим, установившемся.
3. Жидкость движется в трубке с переменным поперечным сечением с минимальной площадью  $S_{\min}$ . Определить значение скорости и давления в этом сечении, если в сечении площадью  $S_0$  давление и скорость равны  $p_0$  и  $V_0$ . Жидкость считать идеальной, течение установившемся, силой тяжести пренебречь.
4. Найти скорость истечения жидкости плотности  $\rho$  из сосуда высотой  $h$  в пространство с давлением  $p_0$  под действием силы тяжести.
5. Выразить через функцию тока  $\psi(x, y)$  расход жидкости  $Q$  через кривую  $AB$ , соединяющую точки с координатами  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ .
6. Исследовать движение, определяемое комплексным потенциалом

$$W(z) = \frac{m}{2\pi i} \ln z.$$

Найти компоненты  $v_r$ ,  $v_\theta$  скорости в полярных координатах, циркуляцию скорости и расход жидкости через окружность с центром в начале координат. Определить линии тока и линии равного потенциала.

7. Исследовать движение, определяемое комплексным потенциалом

$$W(z) = az^n, a > 0, n \in \mathbb{N}.$$

Найти линии тока, эквипотенциальные поверхности и скорость течения жидкости.

8. Определить комплексный потенциал при циркуляционном обтекании пластинки длиной  $L$  под углом атаки  $\varphi_0$ .
9. Исследовать бесциркуляционное обтекание эллипса с полуосями  $a$  и  $b$  потоком идеальной жидкости с углом атаки  $\varphi_0$  и скоростью  $U_0$  на бесконечности.
10. Доказать, что линии равного потенциала перпендикулярны линиям тока при плоских потенциальных течениях идеальной жидкости.
11. Исследовать движение, определяемое комплексным потенциалом

$$W(z) = \frac{Q + i\Gamma}{2\pi} \ln z.$$

Найти линии тока и эквипотенциальные поверхности.

## Раздел 5. Течения вязкой несжимаемой жидкости

1. Определить стационарное течение в трубе эллиптического сечения под действием заданного перепада давлений вдоль оси трубы.
2. Неограниченный на своем протяжении слой вязкой жидкости толщины  $h$  сверху ограничен свободной поверхностью, снизу – неподвижной плоскостью, наклонённой под углом  $\alpha$  к горизонту. Под действием силы тяжести в слое происходит стационарное течение. Найти распределение скорости в слое, значение наибольшей скорости  $V_{\max}$  и средней скорости  $V_{\text{ср}}$  по сечению, а также расход  $Q$  жидкости через поперечное сечение.

3. Два несмешивающихся слоя вязкой жидкости толщиной  $h_1$  и  $h_2$ , плотностью  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , кинематической вязкостью  $\nu_1$  и  $\nu_2$  соответственно находятся на неподвижной плоскости, наклонённой под углом  $\alpha$  к горизонту. Под действием силы тяжести в слоях происходит стационарное течение. Найти распределение скорости и давления в слое.
4. Неограниченный на своем протяжении слой вязкой жидкости толщины  $h$  сверху ограничен свободной поверхностью, снизу – неподвижной плоскостью, наклонённой под углом  $\alpha$  к горизонту. Плоскость движется со скоростью  $U_0$ . Под действием силы тяжести в слое происходит стационарное течение. Найти распределение скорости в слое, значение наибольшей скорости  $V_{max}$  и средней скорости  $V_{cp}$  по сечению, а также расход  $Q$  жидкости через поперечное сечение.
5. Неограниченный на своем протяжении горизонтальный слой вязкой жидкости толщины  $h$  сверху ограничен свободной поверхностью, снизу – неподвижной плоскостью. Под действием постоянной касательной силы  $\tau$  единицы площади в слое происходит стационарное течение. Найти распределение скорости в слое, значение наибольшей скорости  $V_{max}$  и средней скорости  $V_{cp}$  по сечению, а также расход  $Q$  жидкости через поперечное сечение.
6. Пусть слой жидкости постоянной толщины  $h$  стекает по поверхности вертикально расположенного цилиндра под действием силы тяжести. Определить стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости. Найти расход жидкости  $Q$  и максимальную скорость  $V_{max}$ .
7. Пусть жидкость протекает в кольцевом зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами под действием силы тяжести. Определить движение вязкой несжимаемой жидкости, расход через поперечное сечение и среднюю скорость течения.
8. Слой вязкой жидкости ограничен двумя параллельными пластинами, расстояние между которыми  $h$ . В начальный момент жидкость покоится. В момент времени  $t > 0$  верхняя пластина начинает движение с постоянной скоростью  $U_2$ , а нижняя – со скоростью  $U_1$ . Давление в жидкости постоянно. Определить нестационарное распределение скорости в слое.
9. Провести оценку толщины пограничного слоя при обтекании пластинки водяным потоком со скоростью 15 см/сек на расстоянии 1 м от передней кромки.

## **Раздел 6. Основы теории гидродинамической устойчивости и турбулентности течений**

1. Сформулировать и доказать, что признак неустойчивости течения вязкой жидкости.
2. Сформулировать и доказать, что признак неустойчивости течения невязкой жидкости.
3. Провести решение задачи об устойчивости течений с поверхностью раздела двух невязких жидкостей без учета поверхностного натяжения.

4. Исследовать дисперсионное соотношение в течении невязких жидкостей с поверхностью раздела в поле сил тяжести и поверхностного натяжения.
5. Провести вывод уравнения Релея для исследования неустойчивости невязких течений.
6. Провести вывод уравнений Рейнольдса для турбулентных течений жидкости.

### **Раздел 8. Одномерные установившиеся течения газа**

1. В точке линии тока скорость совершенного газа равна 100 м/с, давление  $10^3$  Па, плотность  $1,4 \text{ кг/м}^3$ , в другой точке - давление  $1,4 \cdot 10^3$  Па, плотность  $1,5 \text{ кг/м}^3$ . Найти скорость в этой точке. Принять постоянную  $\gamma=1,4$ .
2. Записать интеграл Бернулли для адиабатического течения совершенного газа. Как ведет себя плотность газа с ростом скорости потока вдоль линии тока?
3. Определить скорость звука на улице при температуре  $27^\circ\text{C}$ . Газовая постоянная  $R \approx 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$
4. Найти зависимость формы трубки тока от скорости течения сжимаемой газовой среды?
5. Определить скорость истечения газа из сосуда в пространство с противодавлением  $P_0$ .
6. В чем отличие сопла Лавала от простого сопла?

### **Раздел 11. Двумерное стационарное движение газа**

1. Записать уравнение неразрывности двумерного стационарного движения газа и определить функцию тока.
2. Записать уравнение движения двумерного стационарного движения газа и определить потенциал скорости.
3. Полная энтальпия газа изменяется, а энтропия постоянна в пространстве. Является ли течение газа безвихревым и почему?
4. Записать граничные условия на непроницаемых поверхностях в газовом потоке, если уравнение поверхности  $F(x,y,z)=0$ .
5. Определить переменные годографа в двумерных задачах газовой динамики.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;

- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники.

- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, типовые задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы и др.).

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

#### **5 семестр**

1. Два подхода к описанию движения СС. Закон сохранения массы. Формула Коши. Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Формула Гельмгольца. Уравнения движения СС в напряжениях.
2. Гидростатика. Равновесие несжимаемой жидкости. Относительное равновесие вращающейся жидкости. Закон Архимеда. Устойчивость равновесия несжимаемой жидкости в поле силы тяжести.
3. Модель идеальной жидкости и газа. Уравнение Эйлера. Уравнение движения в форме Громека-Лемба.
4. Первые интегралы движения идеальной жидкости. Интеграл Бернулли и его применение при решении задач. Трубка Пито-Прандтля. Динамическое и гидростатическое давления. Явление кавитации.
5. Интеграл Коши-Лагранжа. Течения идеальной жидкости при наличии баротропии.
6. Плоское течение несжимаемой идеальной жидкости. Функция тока и потенциал скорости. Комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов и течения ими описываемые.
7. Плоское обтекание кругового цилиндра идеальной жидкостью без циркуляции и с циркуляцией. Формула Жуковского. Задачи Дирихле и Неймана.
8. Обтекание произвольного крылового профиля идеальной жидкостью. Обтекание эллипса и пластинки под углом атаки. Постулат

- Чаплыгина – Жуковского. Главный вектор и главный момент сил давления, действующих на обтекаемый контур, формулы Блазиуса.
9. Вихревые движения идеальной жидкости. Примеры. Теорема Стокса. Теоремы Томпсона и Лагранжа о возможности вихревых движений. Две теоремы Гельмгольца.
  10. Волновые движения идеальной жидкости. Гравитационные волны. Стоячие волны и их исследование. Прогрессивные волны. Волны в жидкости конечной глубины.
  11. Модель вязкой жидкости и газа. Закон Навье -Стокса. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия в задачах движения вязкой и идеальной жидкостей.
  12. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл.
  13. Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые течения. Течения Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести. Течение между вращающимися цилиндрами.
  14. Слоистые нестационарные течения и их исследования.
  15. Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей.
  16. Медленное движение сферы в вязкой жидкости. Распределение скоростей и давлений в потоке. Формула сопротивления Стокса.
  17. Основные понятия теории гидродинамической устойчивости. Опыт Рейнольдса. Метод малых колебаний. Уравнения Орра-Зоммерфельда. Задача на собственные значения.
  18. Основные понятия теории турбулентности. Осредненное и пульсационное движения. Уравнения Рейнольдса. Гипотеза Буссинеска.

## 6 семестр

1. Предмет газовой динамики. Модель сжимаемой среды.
2. Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла.
3. Совершенный газ. Формула Майера. Адиабата Пуассона. Цикл Карно.
4. Энтропия. Энтропия совершенного газа.
5. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Максимальная скорость.
6. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Скорость звука. Критическая скорость. Число Маха.
7. Истечение газа из сосуда. Формула Сен-Венана-Вентцеля. Связь давления, плотности и температуры с параметрами торможения и числом Маха. Нагревание тел в потоке.
8. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Простое сопло. Сопло Лавалья. Расчетные режимы истечения газа из сопла Лавалья.
9. Теория звука. Волновое уравнение. Прогрессивные волны.
10. Распространение возмущений от движущегося источника. Эффект Доплера. Конус и угол Маха.

11. Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики.
12. Инварианты Римана. Простые волны.
13. Метод характеристик. Задача Коши. Истечение газа в вакуум.
14. Условия на поверхности сильных разрывов в произвольной системе отсчета. Тангенциальный разрыв. Скачки уплотнения и разряжения.
15. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио. Скорость частиц среды до и после скачка в системе координат, движущейся с ударной волной.
16. Слабые ударные волны. Сильные ударные волны.
17. Ударные волны в совершенном газе. Адиабата Гюгонио для совершенного газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ.
18. Размерности физических величин и  $\pi$ -теорема.
19. Применение  $\pi$ -теоремы при решении механики. Задача о сильном взрыве и ее решение.
20. Граничные условия в задачах газовой динамики.
21. Двумерное стационарное движение газа. Функция тока. Уравнения движения в естественной системе координат. Теорема Крокко о вихрях.
22. Потенциал скорости. Уравнение для потенциала.
23. Уравнение Чаплыгина в переменных годографа.
24. Трансзвуковые течения. Уравнения Эйлера –Трикоми. Уравнения для потенциала в физических переменных для трансзвуковых течений.
25. Сверхзвуковое течение газа. Особенности сверхзвукового обтекания тел.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Отсутствует			

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_ г.)

Заведующий кафедрой

Д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ М.А.Журавков  
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ С.М. Босяков  
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)