

Белорусский государственный университет



Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» июля

2023 г.

Регистрационный № УД- 12874/уч.

Уравнения математической физики

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, учебных планов БГУ № G 31-1-016/уч. от 25.05.2021, № G 31-1-002/уч. з. от 31.05.2021, № G 31-1-208/уч. от 22.03.2022.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.И. Корзюк, профессор кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор, академик Национальной академии наук Беларуси;
О.А. Ковнацкая, доцент кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

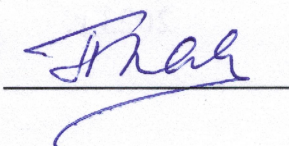
И.С. Козловская, доцент кафедры компьютерных технологий и систем Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;
Г.Ч. Шушкевич, профессор кафедры современных технологий программирования Гродненского государственного университета имени Янки Купалы, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики
(протокол № 11 от 28.06.2023);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой



А.Л. Гладков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – знакомство с основными понятиями теории дифференциальных уравнений с частными производными и методами построения математических моделей различных естественнонаучных процессов с использованием уравнений с частными производными и изучение основных методов исследования возникающих при этом математических задач для формирования у студентов основ математического мышления и составной части банка знаний, получаемых будущими специалистами во время учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Задачи учебной дисциплины:

1. Освоение основных понятий теории дифференциальных уравнений с частными производными.
2. Освоение методов решения и исследования граничных задач для уравнений с частными производными.
2. Математическое моделирование физических процессов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дифференциальные уравнения» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Материал, излагаемый в учебной дисциплине, опирается на знания, полученные студентами в результате изучения дисциплин «Математический анализ», «Теория функции комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», а также тесно связан с дисциплиной «Численные методы».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» должно обеспечить формирование следующих универсальных, базовых профессиональных компетенций:

универсальные компетенции:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации;

УК-5. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности;

УК-6. Проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности;

УК-8. Обладать современной культурой мышления, уметь использовать основы философских знаний в профессиональной деятельности;

базовые профессиональные компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира;

БПК-3. Применять современные компьютерные математические системы для проведения вычислительного (компьютерного) эксперимента;

БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы для решения теоретических и прикладных математических задач;

БПК-8. Строить и анализировать дифференциальные модели.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений с частными производными;

классификацию уравнений второго порядка с двумя и со многими независимыми переменными;

постановку корректных задач (задача Коши для основных уравнений, смешанные задачи для гиперболических и параболических уравнений, граничные задачи для эллиптических уравнений);

специальные функции математической физики;

методы исследования задач для уравнений математической физики;

уметь:

приводить к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя и со многими независимыми переменными;

выводить основные уравнения математической физики;

строить дифференциальные модели различных физических задач;

выполнять корректную постановку граничных задач для уравнений математической физики;

использовать методы исследования для изучения задач математической физики;

владеть:

методом разделения переменных решения смешанных задач для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона;

методом характеристик решения граничных задач для дифференциальных уравнений с частными производными;

навыками самообразования и использования математического аппарата дифференциальных уравнений с частными производными для проведения междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 и 7 семестрах очной формы получения высшего образования и в 8 и 9 семестрах заочной формы получения высшего

образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 198 часов, в том числе 124 аудиторных часов, из них:

- в 6 семестре – 52 аудиторных часа, из них: лекции – 26 часов, практические занятия – 22 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

- в 7 семестре – 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

- для заочной формы получения высшего образования – 28 аудиторных часов, из них: лекции – 16 часов, практические занятия – 12 часов, предусмотрено написание контрольной работы в 8 и 9 семестре.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – в 8 семестре зачет, в 9 семестре экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Предварительные сведения

Тема 1.1. Предварительные сведения

Множества и элементы. Отображения. Действительные и комплексные числа. Линейные пространства. Нормированные и гильбертовы пространства. Конечномерное евклидово пространство $\mathbb{R}^n$. Функции многих независимых переменных. Производные функций многих независимых переменных. Элементы векторного анализа.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения с частными производными

Тема 2.1. Понятие об уравнениях с частными производными

Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными.

Тема 2.2. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными

Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

Тема 2.3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими независимыми переменными

Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими независимыми переменными. Понятие о характеристиках дифференциальных уравнений с частными производными. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.

Раздел 3. Основные уравнения математической физики и задачи для них

Тема 3.1. Математические модели на основе волнового уравнения

Корректная постановка задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Вывод уравнений поперечных колебаний струны. Уравнение колебаний мембраны. Математические модели на основе волнового уравнения.

Тема 3.2. Математические модели на основе уравнения теплопроводности

Вывод уравнения теплопроводности. Математические модели на основе уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона. Задачи сопряжения разнотипных уравнений.

Тема 3.3. Другие уравнения математической физики

Уравнения неразрывности, движения и энергии и задачи в гидродинамике и газовой динамике. Уравнения Максвелла (основные уравнения электродинамики). Уравнение Гельмгольца. Другие уравнения математической физики (уравнение равновесия балки, уравнения и задачи колебаний пластин, уравнение Шредингера, солитоны и нелинейные волновые уравнения, уравнение переноса).

Раздел 4. Метод характеристик. Классические решения задач для гиперболических уравнений

Тема 4.1. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка

Общее решение линейного дифференциального уравнения. Полулинейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Тема 4.2. Задача Коши для волнового уравнения

Формула Даламбера. Первая смешанная задача в четверти плоскости. Осреднение функций по сфере. Формула Кирхгофа. Формула Пуассона для волнового уравнения. Вывод формулы Даламбера из формулы Пуассона. Принцип Гюйгенса. Метод Дюамеля.

Тема 4.3. Первая смешанная задача на полуполосе для одномерного волнового уравнения

Постановка задачи. Частные решения одномерного волнового уравнения. Решение первой смешанной задачи на полуполосе для одномерного волнового уравнения. Однородные условия согласования. Неоднородные условия согласования. Постановка первой смешанной задачи с условиями сопряжения на характеристиках. Метод характеристического параллелограмма. Формула решения первой смешанной задачи для одномерного волнового уравнения.

Тема 4.4. Метод Римана

Задачи для гиперболического уравнения второго порядка в случае двух независимых переменных, записанного во втором каноническом виде. Метод Римана для задачи Коши.

Тема 4.5. Метод последовательных приближений

Метод последовательных приближений решения задачи Гурса для гиперболического уравнения второго порядка в случае двух независимых переменных.

Раздел 5. Задачи Коши и Гурса

Тема 5.1. Теорема Коши-Ковалевской. Пример Адамара некорректной постановки задачи

Теорема Коши-Ковалевской. Пример Адамара некорректной постановки задачи. Теорема Хольмгрена.

Тема 5.2. Задача Коши для уравнения теплопроводности

Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности. Единственность задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 5.3. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности

Преобразование Фурье. Пространство $L_2(\Omega)$. Операторы осреднения Соболева. Вывод и обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью преобразования Фурье.

Раздел 6. Обобщенное решение задач для эллиптических уравнений

Тема 6.1. Обобщенное решение задач для эллиптических уравнений. Задача Штурма-Лиувилля

Обобщенное решение задач для эллиптических уравнений. Определение обобщенного решения. Эквивалентность норм пространств $\dot{H}^1(\Omega)$ и $\dot{\mathcal{H}}^a(\Omega)$. Теорема Рисса. Существование обобщенного решения задачи. Задача Штурма-Лиувилля. Обобщение оператора Лапласа.

Раздел 7. Классические методы в теории эллиптических задач

Тема 7.1. Специальные функции. Метод Фурье для граничных задач для уравнения Пуассона.

Метод Фурье для задач для уравнения Пуассона в прямоугольнике и параллелепипеде. Уравнение теории специальных функций. Цилиндрические функции, полиномы Лежандра, присоединенные функции Лежандра и другие специальные функции. Граничные задачи для уравнения Пуассона в круговом цилиндре. Сферические функции. Шаровые функции. Задача Штурма-Лиувилля для оператора Лапласа в шаре.

Тема 7.2. Гармонические функции и интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$

Формулы Грина. Гармонические функции и интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$. Единственность решения задач Дирихле для уравнения Пуассона.

Тема 7.3. Метод Грина решения граничных задач для уравнения Пуассона

Метод Грина для задач Дирихле и Неймана. Построение функции Грина для задачи Дирихле уравнения Пуассона. Интеграл Пуассона для круга и шара. О единственности решений внутренней и внешней задачи Неймана.

Раздел 8. Смешанные задачи

Тема 8.1. Метод Фурье для смешанных задач для гиперболического уравнения

Метод Фурье для смешанных задач для гиперболического уравнения. Обоснование метода Фурье для классического решения первой смешанной задачи для уравнения колебаний струны. Метод Фурье для смешанных задач для волнового уравнения в случае шара.

Тема 8.2. Метод Фурье для смешанных задач для параболических уравнений

Метод Фурье для смешанных задач для параболических уравнений.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Предварительные сведения.	2	2					
1.1	Предварительные сведения.	2	2					устный опрос, письменный отчет по практической работе
2	Дифференциальные уравнения с частными производными.	8	10				2	
2.1	Понятие об уравнениях с частными производными.	2	2					устный опрос, письменный отчет по практической работе
2.2	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.	2	4				2	письменный отчет по практической работе, отчет в виде файла с расширением *.nb
2.3	Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими независимыми переменными.	4	4					устный опрос, письменный отчет по практической работе, контрольная работа

3	Основные уравнения математической физики и задачи для них.	6	4				2	
3.1	Математические модели на основе волнового уравнения.	2	2					устный опрос, письменный отчет по практической работе
3.2	Математические модели на основе уравнения теплопроводности.	2	2					коллоквиум
3.3	Другие уравнения математической физики.	2					2	реферат
4	Метод характеристик. Классические решения задач для гиперболических уравнений.	18	10					
4.1	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	4	2					письменный отчет по практической работе, коллоквиум
4.2	Задача Коши для волнового уравнения.	4	4					письменный отчет по практической работе, контрольная работа
4.3	Первая смешанная задача на полуполосе для одномерного волнового уравнения.	2						устный опрос, письменный отчет по практической работе
	Итого за 6 семестр	26	22				4	
4.4	Метод Римана.	4	4					письменный отчет по практической работе
4.5	Метод последовательных приближений.	4						устный опрос
5	Задачи Коши и Гурса.	10	6					

5.1	Теорема Коши-Ковалевской. Пример Адамара некорректной постановки задачи.	4	2					устный опрос
5.2	Задача Коши для уравнения теплопроводности.	2						устный опрос
5.3	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.	4	4					письменный отчет по практической работе, коллоквиум
6	Обобщенное решение задач для эллиптических уравнений.	4						
6.1	Обобщенное решение задач для эллиптических уравнений. Задача Штурма-Лиувилля.	4						устный опрос
7	Классические методы в теории эллиптических задач.	10	10				2	
7.1	Специальные функции. Метод Фурье для граничных задач для уравнения Пуассона.	4	6					письменный отчет по практической работе, контрольная работа
7.2	Гармонические функции и интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$.	2						устный опрос
7.3	Метод Грина решения граничных задач для уравнения Пуассона.	4	4				2	коллоквиум, письменный отчет по практической работе, отчет в виде файла с расширением *.nb
8	Смешанные задачи.	4	10				4	
8.1	Метод Фурье для смешанных задач для гиперболического уравнения.	2	6				4	письменный отчет по практической работе, отчет в виде файла с

								расширением *.nb, письменный отчет
8.2	Метод Фурье для смешанных задач для параболических уравнений.	2	4					письменный отчет по практической работе, контрольная работа
	Итого за 7 семестр	36	30				6	
	Итого	62	52				10	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
2	Дифференциальные уравнения с частными производными.	2	4				
2.2	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.	2	4				устный опрос
3	Основные уравнения математической физики и задачи для них	4					
3.1	Математические модели на основе волнового уравнения.	2					устный опрос
3.2	Математические модели на основе уравнения теплопроводности.	2					устный опрос
4	Метод характеристик. Классические решения задач для гиперболических уравнений	2	2				
4.2	Задача Коши для волнового уравнения.	2	2				устный опрос
5	Задачи Коши и Гурса.	2					

5.2	Задача Коши для уравнения теплопроводности.	2					устный опрос
8	Смешанные задачи.	2	4				
8.1	Метод Фурье для смешанных задач для гиперболического уравнения.	2	2				устный опрос
8.2	Метод Фурье для смешанных задач для параболических уравнений.		2				устный опрос
7	Классические методы в теории эллиптических задач.	4	2				
7.2	Гармонические функции и интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$.	2					устный опрос
7.1	Специальные функции. Метод Фурье для граничных задач для уравнения Пуассона.	2	2				устный опрос
	Итого	16	12				

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики : учебное пособие для студентов высших учебных заведений по математическим специальностям / В. И. Корзюк. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2021. - 479 с.
2. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям / В. В. Палин, Е. В. Радкевич ; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 222 с.
3. Деревич, И. В. Практикум по уравнениям математической физики/ И.В. Деревич. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 428с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/212843>.
4. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учебное пособие для вузов / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 216 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/390614>.
5. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 164 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/321200>.

Перечень дополнительной литературы

1. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики : метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 1 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. - Минск: БГУ, 2019. - 31 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/233790>.
2. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики : метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 2 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. - Минск: БГУ, 2020. - 54 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/249214>.
3. Корзюк, В. И. Уравнения математической физики : метод. указания и задания для студентов мех.-мат. фак. В 3 ч. Ч. 3 / В. И. Корзюк, И. С. Козловская. - Минск: БГУ, 2021. - 48 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/257071>.
4. Сборник задач по уравнениям математической физики / В. С. Владимиров, А. А. Вашарин, Х. Х. Каримова и др.; Под ред. В. С. Владимирова. - 4-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 287 с.
5. Корзюк В. И., Козловская И. С. Классические решения задач для гиперболических уравнений: курс лекций: в 10 ч. Минск: БГУ, 2017-2023. Ч. 1-4.

6. Корзюк В. И., Козловская И. С. Математическое моделирование: курс лекций: в 8 ч. Минск: БГУ, 2014-2020. Ч. 1-3.
7. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учебник для студ. физико- математических спец. ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - Москва : Изд-во Московского ун-та : Наука, 2004. - 798с.
8. Треногин, В. А. Функциональный анализ : учеб. пособие для студ. вузов обуч. по спец. "Прикладная математика" / В. А. Треногин. - Москва : Наука, 1980. - 495 с.
9. Михайлов, В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных : учеб. пособие для мех.-мат. и физ. спец. вузов. - Москва : Наука, Главная редакция физико-математической лит., 1976.
- 10.Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : Учебник для студ. вузов / В. С. Владимиров, В .В. Жаринов. - Москва : Наука : ФИЗМАТЛИТ, Лаборатория базовых знаний, 2000. - 399с.
- 11.Михлин С. Г. Линейные уравнения в частных производных / С. Г. Михлин. М., 1977.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля: устные опросы, коллоквиумы, контрольные работы, письменные отчеты по практическим работам, рефераты.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и практических занятиях может включать в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики и т.д.

При оценивании реферата обращается внимание на: содержание и полноту раскрытия темы, структуру и последовательность изложения, источники и их интерпретацию, корректность оформления и т.д.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Уравнения математической физики» учебным планом предусмотрен зачет в 5 семестре и экзамен в 6 семестре для очной формы получения высшего образования и зачет в 7 семестре и экзамен в 8 семестре для заочной формы получения высшего образования.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- контрольные работы – 50 %;
- коллоквиумы – 50 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей аттестации составляет 30 %, экзаменационной отметки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.2. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. (2 ч.)

Задание.

Привести к каноническому виду квазилинейное дифференциальное уравнение второго порядка с двумя независимыми переменными с помощью системы Mathematica.

Форма контроля – отчет в виде файла с расширением *.nb, загруженного на образовательный портал.

Тема 3.3. Другие уравнения математической физики. (2 ч)

Реферат на одну из предложенных тем.

Форма контроля – реферат.

Примерная тематика реферативных работ

1. Вывод уравнения колебаний мембраны.
2. Уравнения неразрывности, движения и энергии и задачи в гидродинамике и газовой динамике.
3. Уравнения Максвелла (основные уравнения электродинамики).
4. Уравнение Гельмгольца.
5. Уравнение равновесия балки.
6. Уравнения и задачи колебаний пластин.
7. Уравнение Шредингера.
8. Солитоны и нелинейные волновые уравнения.
9. Уравнение переноса.

Тема 7.3. Метод Грина решения граничных задач для уравнения Пуассона. (2ч.)

Задание.

Найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в заданной области с помощью системы Mathematica.

Форма контроля – отчет в виде файла с расширением *.nb, загруженного на образовательный портал.

Тема 8.1. Метод Фурье для смешанных задач для гиперболического уравнения.

Задание 1.

Решить смешанную задачу для уравнения колебаний струны с помощью системы Mathematica. (2ч.)

Форма контроля – отчет в виде файла с расширением *.nb, загруженного на образовательный портал.

Задание 2.

Вывести энергетическое неравенство для смешанной задачи для волнового уравнения. (2ч.)

Форма контроля – письменный отчет.

Примерная тематика практических занятий

Практическое занятие № 1. Формула Остроградского. Интегрирование по частям.

Практическое занятие № 2. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

Практическое занятие № 3. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Гиперболические и параболические уравнения.

Практическое занятие № 4. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Эллиптические уравнения.

Практическое занятие № 5. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими независимыми переменными.

Практическое занятие № 6. Математическое моделирование физических задач и явлений.

Практическое занятие № 7. Скалярные и векторные поля.

Практическое занятие № 8. Метод характеристик. Общее решение линейного дифференциального уравнения.

Практическое занятие № 9. Метод характеристик решения задачи Коши и задачи Гурса для гиперболических уравнений.

Практическое занятие № 10. Метод Римана решения задачи Коши для гиперболических уравнений.

Практическое занятие № 11. Формула Даламбера. Первая смешанная задача в четверти плоскости. Формула Кирхгофа.

Практическое занятие № 12. Формула Пуассона для волнового уравнения.

Практическое занятие № 13. Метод разделения переменных для уравнения колебаний струны. Однородные уравнения.

Практическое занятие № 14. Метод разделения переменных для уравнения колебаний струны. Неоднородные уравнения с неоднородностью в правой части. Неоднородные уравнения с неоднородностями в граничных условиях.

Практическое занятие № 15. Метод разделения переменных для уравнения колебаний прямоугольной мембраны.

Практическое занятие № 16. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Практические занятия № 17, 18. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности.

Практическое занятие № 19. Метод разделения переменных для уравнений эллиптического типа. Краевая задача Дирихле для прямоугольника.

Практическое занятие № 20. Метод разделения переменных для уравнений эллиптического типа. Задача Дирихле для круга и кольца.

Практические занятия № 21, 22. Метод Грина.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы предусмотрено наличие методических указаний, электронных учебно-методических комплексов (учебная программа, конспект лекций, методические указания и задания для самостоятельных и практических работ), в том числе представленных на образовательном портале, конкретных электронных информационных ресурсов, исходя из специфики организации самостоятельной работы по учебной дисциплине.

Управляемая самостоятельная работа (консультационно-методическая поддержка и контроль) может проводиться в форме аудиторных занятий или осуществляться в дистанционной форме и обеспечиваться средствами образовательного портала БГУ (LMS Moodle).

При составлении заданий УСР по дисциплине необходимо предусмотреть возрастание их сложности: от заданий, формирующих достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания, к заданиям, формирующим компетенции на уровне воспроизведения, и далее к заданиям, формирующим компетенции на уровне применения полученных знаний.

Задания УСР по дисциплинам рекомендуется делить на три модуля:

задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания: поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме учебной дисциплины;

задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения: защита рефератов;

задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний: составление моделей и проведение расчетов.

Каждый модуль заданий УСР должен включать в обязательном порядке задачи профессионально направленного содержания.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.
3. Теорема о сохранении типа уравнений при невырожденной замене для уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.
4. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
5. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими независимыми переменными.
6. Корректная постановка задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Пример Адамара некорректной постановки задачи.
7. Вывод уравнения поперечных колебаний струны.
8. Вывод уравнения теплопроводности.
9. Задачи для волнового уравнения.
10. Задачи для уравнения теплопроводности.
11. Уравнение Пуассона и задачи для него.
12. Задачи сопряжения для уравнений разного типа.
13. Формула Даламбера.
14. Классическое решение смешанной задачи в четверти плоскости для волнового уравнения.
15. Формула Кирхгофа.
16. Формула Пуассона для волнового уравнения.
17. Метод Дюамеля и формулы решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
18. Принцип Гюйгенса.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.
3. Теорема о сохранении типа уравнений при невырожденной замене для уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных.
4. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
5. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими независимыми переменными.
6. Корректная постановка задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Пример Адамара некорректной постановки задачи.
7. Вывод уравнения поперечных колебаний струны.
8. Вывод уравнения теплопроводности.
9. Задачи для волнового уравнения.
10. Задачи для уравнения теплопроводности.
11. Уравнение Пуассона и задачи для него.
12. Задачи сопряжения для уравнений разного типа.
13. Формула Даламбера.
14. Классическое решение смешанной задачи в четверти плоскости для волнового уравнения.
15. Формула Кирхгофа.
16. Формула Пуассона для волнового уравнения.
17. Метод Дюамеля и формулы решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
18. Принцип Гюйгенса.
19. Метод Римана.
20. Метод последовательных приближений.
21. Теорема Коши-Ковалевской.
22. Теорема Хольмгрена.
23. Метод разделения переменных решения смешанных задач для гиперболических уравнений.
24. Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности.
25. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
26. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
27. Решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью преобразования Фурье.
28. Метод Фурье для смешанных задач для параболических уравнений.
29. Обобщенное решение задач для эллиптических уравнений.

30. Задача Штурма-Лиувилля.
31. Задача Неймана для уравнения Пуассона в прямоугольнике.
32. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в параллелепипеде.
33. Уравнение теории специальных функций. Цилиндрические функции.
34. Уравнение теории специальных функций. Полиномы Лежандра.
35. Уравнение теории специальных функций. Присоединенные функции Лежандра.
36. Граничные задачи для уравнения Пуассона в круговом цилиндре.
37. Сферические функции.
38. Шаровые функции.
39. Задача Штурма-Лиувилля для оператора Лапласа в шаре.
40. Формулы Грина.
41. Гармонические функции и интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$.
42. Метод Грина для задачи Дирихле.
43. Метод Грина для задачи Неймана.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
отсутствует			

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (название кафедры) (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)