МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Кафедра методов оптимального управления

СЛАУК

Яна Андреевна

ИССЛЕДОВАНИЕ АНАЛОГА МОДЕЛИ КУРНО СО СПЕЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИЕЙ ЦЕН

Дипломная работа

Научный руководитель:

канд. физ-мат. наук,

профессор В.В. Альсевич

Допущена к защите

«___»___________2024г.

Зав. Кафедрой методов оптимального управления

Кандидат физ.-мат. наук, доцент Н.М. Дмитрук

Минск, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

РЕФЕРАТ

Дипломная работа, 50 с., 10 рис., 1 табл., 11 источников.

АНАЛОГ МОДЕЛИ КУРНО, ИССЛЕДОВАНИЕ, СПЕЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ЦЕН, ЗАДАЧА АНАЛИЗА СПОСОБОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Объект исследования – модель дуополии Курно, в которой в качестве функции цены на продукцию взята любая убывающая кусочно-гладкая функция.

Целью работы стало изучение задачи анализа способов производственной деятельности (ЗАСПД) для определения специальной функции цены, изучение аналога модели Курно с целью нахождения аналитических решений, которые обеспечивали бы оптимальный выпуск и прибыль для каждой из фирм-участниц.

Для исследования аналога модели был использован метод множителей Лагранжа для нахождения решений уравнений. Для решений ЗАСПД были использованы алгоритмы линейного программирования. Для нахождения функции цен была исследована ЗАСПД в условиях монополии и монопсонии.

Результатами работы выступают полученные аналитические решения для аналога модели Курно с кусочно-гладкой функцией цен, благодаря которым была написана программная реализация для решения экономических задач подобного рода.

Автор работы подтверждает, что приведенный в ней расчетно-аналитический материал правильно и объективно отражает состояние исследуемого процесса, а все заимствования из литературных и других источников теоретические, методологические и методические положения и концепции сопровождаются ссылками на их авторов.

____

(подпись студента)

РЭФЕРАТ

Дыпломная работа, 50 с., 10 мал., 1 табл., 11 крыніц

АНАЛАГ МАДЭЛІ КУРНО, ДАСЛЕДВАННЕ, СПЕЦЫЯЛЬНАЯ ФУНКЦЫЯ ЦЭН, ЗАДАЧА АНАЛІЗУ СПОСАБАЎ ВЫТВОРЧАЙ ДЗЕЙНАСЦІ

Аб'ект даследавання – мадэль дуаполіі Курно, у якой у якасці функцыі цаны на прадукцыю выбралі любую убываючую кавалкава-гладкую функцыю.

Мэтай працы сталі вывучэнне задачы аналізу спосабаў вытворчай дзейнасці (ЗАСВД) для вызначэння спецыяльнай функцыі цаны, вывучэнне аналага мадэлі Курно з мэтай знаходжання аналітычных рашэнняў, якія забяспечваюць аптымальны выпуск і прыбытак для кожнай з фірмаў-удзельніц.

У мэтах даследавання аналага мадэлі выкарыстоўваліся метад множнікаў Лагранжа для пошука рашэнняў ураўненняў. Для рашэнняў ЗАСВД былі выкарыстаны алгарытмы лінейнага праграміравання. Для знаходжання функцыі цэн была даследавана ЗАСВД ва ўмовах манаполіі і манапсоніі.

Вынікамі працы з'яўляюцца атрыманыя аналітычныя рашэнні для аналага мадэлі Курно з кавалкава-гладкай функцыяй цэн, што дазволілі напісаць праграмную рэалізацыю для вырашэння эканамічных задач, якія падобныя да гэтай.

Аўтар працы пацвярджае, што прыведзены ў ёй разлікова-аналітычны матэрыял правільна і аб'ектыўна адлюстроўвае стан доследнага працэсу, а ўсе запазычаныя з літаратурных і іншых крыніц тэарэтычныя, метадалагічныя і метадычныя становішча і канцэпцыі суправаджаюцца спасылкамі на іх аўтараў.

____

(подпіс студэнта)

ABSTRACT

Degree thesis, 50 pages, 10 pictures, 1 table, 11 sources.

COURNOT MODEL ANALOGUE, RESEARCH, SPECIAL PRICE FUNCTION, PROBLEM OF ANALYSIS OF PRODUCTION ACTIVITY METHODS

The object of the research is the Cournot duopoly model, in which any decreasing piecewise smooth function is taken as a product price function.

The purpose of the paper was to study the production activity method analysis problem (PAMA) to determine the special price function, to study the analogue of the Cournot model in order to find analytical solutions that provided optimal output and profits for each of the participating firms.

To investigate the analogue of the model, the Lagrange multiplier method was used to find solutions to the equations. Linear programming algorithms were used to find solutions to the WASPA. The WASPD under monopoly and monopsony conditions was investigated to find the price function.

The results of the work are the obtained analytical solutions for the analogue of the Cournot model with a piecewise smooth price function. This theory give opportunity to engine implementation for solving economic problems of this kind.

The author of the work confirms that computational and analytical material presented in it correctly and objectively reproduces the picture of investigated process, and all the theoretical, methodological and methodical positions and concepts borrowed from literary and other sources are given references to their authors.

(Student’s signature)

Перечень условных обозначений

В дальнейшем вектора рассматриваем как вектор-столбцы;

' (штрих) – знак транспонирования;

n – количество технологических способов;

m – количество производственных факторов;

$J = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество индексов технологических способов;

$I = \{1, 2, \dots, m\}$ – множество индексов производственных факторов;

$u(x) = \big(u_1(x), \dots, u_n(x)\big)$ – вектор интенсивностей всего производства, или допустимый план;

a_{ij} – количество i-того фактора, затрачиваемого в j-м ТП (технологический процесс);

$\sum_{j\in J} a_{ij}u_j$ – количество i-того фактора;

$A = \begin{pmatrix} a_{ij}, & j \in J \\ & i \in I \end{pmatrix}$ – матрица затрат;

q_j – количество выпускаемой продукции j-м ТП при единичной интенсивности функционирования (производительность j-го ТП);

$q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ – вектор производительностей;

$V(x)$ – множество всех допустимых планов;

$d_* = (d_{*_j},\ j \in J)$;

$d^* = (d_j^*,\ j \in J)$;

K – капитал;

L – труд;

p_0 – цена производимой продукции;

$p = (p_1, \dots, p_m)$ – вектор цен факторов производства;

R – доход;

C – издержки производства.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших рыночных структур является олигополия. Ей принадлежат отрасли, функционирующие на гребне научно-технического прогресса: отрасль, производящая оборудование для компьютерных систем, аэрокосмическая отрасль, автопром. Относят к рынку олигополии отрасли топливно-энергетического комплекса, черной и цветной металлургии.

Олигополия – это тип строения рынка, при котором сторона предложения состоит из небольшого числа сравнительно крупных предприятий-продавцов однородной продукции. В экономической литературе встречаются разные определения данного явления: некоторые специалисты понимают под олигополией «конкуренцию немногих», что подчеркивает основную особенность этого типа строения рынка. Крупный размер предприятий является прямым следствием их немногочисленности.

На рынках в условиях совершенной конкуренции и монополии отсутствуют любые виды соперничества среди продавцов. Фирма-монополист не имеет реальных соперников на рынке по определению. От потенциальных соперников монополист защищен так называемым барьером на вход. В случае совершенной конкуренции отсутствие соперничества – следствие того, что продавцами выступают малые фирмы, которых большое число.

Особенностью олигополии является всеобщая взаимосвязь поведения предприятий-продавцов. Фирма-олигополист должна считаться с тем, что соотношение между выбранными им ценами и количеством продукции, продаваемое по этой стоимости, зависит от поведения соперников. Оно же в свою очередь зависит решения, которое примет рассматриваемое предприятие. В свою очередь, величина предельной выручки зависит от функции спроса, которая неизвестна для олигополиста.

Олигополисту необходимо сделать предположения о реакции своих конкурентов на принимаемые им решения и предпринимаемые действия, а также и об обратных действиях соперников. Таким образом, главная черта олигопольных рынков – взаимосвязь предприятий, задействованных на этом рынке.

Так как результаты соперничества зависят от характера допущений о реакции соперников на действия друг друга, а они могут быть существенно разными, то не существует единой модели олигополии. Вместо этого известно несколько моделей олигополии, различающихся характером предположений олигополистов и особенностями их взаимоотношений. В дальнейшем будет рассмотрена модель Курно, которая будет использована для последующих исследований.

Олигопольные рынки различают по тому, действуют ли участники-олигополисты совершенно независимо друг от друга или они вступают в сговор (явный и открытый либо тайный и скрытый). В первом случае обычно говорят о некооперированной, во втором о кооперированной олигополии.

При анализе поведения олигополистов, действующих совершенно независимо друг от друга, ключевое значение имеют отличия в предположениях относительно реакции конкурентов. В зависимости от того, выбирает ли олигополист в качестве управляемой переменной величину выпуска или цену, различают количественную олигополию или ценовую олигополию.

Одной из разновидностей олигополии является дуополия. Дуополия – это рынок однородного продукта, на котором выделяются две крупные фирмы, конкурирующие между собой.

Для описания олигополии и дуополии существует множество разнообразных моделей. Одной из самых знаменитых является модель Курно, позволяющая обосновать меры антимонопольного регулирования. Модель Курно предназначена для описания некооперированной количественной олигополии, а в частности, дуополии.

Достоинства модели Курно заключаются в простоте для исследований, согласовании с моделью конкурентного равновесия и в легкости формализации условий совершенной конкуренции и оценок отклонения от них.

В качестве недостатков выделяют слабую связь с реальными условиями на рынках. Проблема заключается в том, что исследования показывают неустойчивость равновесия по Нэшу для модели Курно при изменении цен. К сожалению, данная модель не соответствует реальной экономической статистике. Так, например, в РФ доля торговой наценки в цене на мелкооптовых рынках превышает 50%, несмотря на большое количество продавцов каждого товара. Данные выводы были получены в [11].

Существуют и другие математические модели для описания дуополии. Модель дуополии Чемберлина предполагает, что участники делают выводы из собственного опыта. Например, они не будут ожидать, что выпуск конкурента будет оставаться постоянным, если видят, что выпуск соперника изменяется в качестве ответной реакции на их собственные решения. В такой модели обе фирмы стремятся к максимизации совместной прибыли.

Модель дуополии Штакельберга – модель ассиметричной количественной дуополии. В ней каждая из фирм выбирает стратегию поведения: стремиться стать лидером по объему выпускаемой продукции, быть последователем. Выбор стратегии строится на предположениях о действиях другого участника модели.

Стоит отметить, что существуют модели дуополии и олигополии, в которых стратегической переменной принято считать не выпуск, а цену на продукцию. Такие модели относятся к моделям ценовой дуополии. К таким относятся модель Бертрана и модель Эджуорта.

Подробнее модель Штакельберга, модель Бертрана были рассмотрены в [3, 10], а модель Чемберлина и модель Эджуорта в [10].

Для описания получаемой в ходе производства прибыли используются различные производственные функции. Производственные функции выражают количественную зависимость выпуска продукции от затрат. Как правило, рассматриваются гладкие производственные функции, в том числе и в модели

Курно. В последнее время исследуются и задачи фирмы с негладкими производственными функциями. Одной из таких функций является производственная функция задачи анализа способов производственной деятельности (ЗАСПД). Она представляет собой негладкую функцию, редко использующуюся в экономической литературе. По своей сути эта функция при ее построении представляет собой задачу, близкую к задачам линейного программирования. Поскольку производственная функция задачи анализа способов производственной деятельности мало изучена в литературе, как упоминалось выше, то она представляет собой интересный объект для исследования.

В [1] были получены основные выводы о поведении указанной функции в условиях монополии и монопсонии. В [2] была рассмотрена функция в контексте аналога модели Курно, где функция цены представляла собой линейную функцию, а издержки представляли собой кусочно-линейные возрастающие функции. В работе [4] был предложен алгоритм по нахождению равновесия Курно и выбора оптимальной стратегии, если в качестве производственной функции выбрана ПФ ЗАСПД.

В представляемой работе производственная функция задачи анализа способов производственной деятельности использована для получения аналога модели Курно, в которой в качестве функции цены рассматривается кусочно-гладкая функция, полученная в [1] при исследовании ЗАСПД в условиях монополии. ПФ ЗАСПД также использована как производственная функция для каждого из дуополистов. Проведено исследование модели и получены основные аналитические решения.

ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИРМЫ

В данной главе приводятся некоторые задачи теории фирмы с производственной функцией задачи анализа способов производственной деятельности (ЗАСПД). Представлен обзор основных решений, нахождение которых подробно описано в [1]. Поскольку ПФ ЗАСПД в общем случае не имеет явного представления, то как простейший представитель задач, в которых используется ЗАСПД, приведена двухфакторная модель. Для дальнейшего понимания материала в данной главе приведены основные понятия и результаты для указанной задачи.

1.1 Задача анализа способов производственной деятельности

Фирма, или производитель, – один из основных участников экономической системы. Фирма – экономическая организация, производящая затраты производственных факторов для производства продукции и услуг, которые затем будут проданы потребителю или другим производителям. *Задача оптимального ведения хозяйства для фирмы* состоит в определении объема выпуска продукции и соответствующих затрат производственных факторов, определенных технологией производства, приносящих производителю максимальную прибыль.

Прибыль можно определить, как

$$\Pi(x) = R(x) - C(x),$$

где $\Pi(x)$ – прибыль, $R(x)$ – доход, $C(x)$ – издержки производства. Тогда рассматриваемая задача имеет вид:

$$\Pi(x) = R(x) - C(x) \to max, \qquad x \in R_+^m.$$

Для решения задач в теории производства рассматривают *производственные функции (ПФ)* – функции, выражающие количественную зависимость *выпуска* продукции от *затрат*.

В задачах оптимального ведения хозяйства для фирмы рассмотрим *производственную функцию задачи анализа способов производственной деятельности* **(**ПФ ЗАСПД**)** [1] следующего вида:

$$f(x) = \max_{u \in V(x)} Q(u|x) = \max_{u \in V(x)} \sum_{j \in J} q_j u_j(x), \qquad b_{*_i} \le x_i \le b_i^*, \qquad i = \overline{1, m},$$

где $u(x) = \big(u_1(x), \dots, u_n(x)\big)$ – вектор интенсивностей всего производства, или допустимый план, $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ – вектор производительностей технологических процессов (ТП), $V(x) -$ множество допустимых планов. Данная функция мало используется в экономической литературе в силу своей негладкости.

В дальнейшем будем полагать, что $x \ \ge 0$.

Значение $f(x)$ при заданном x находится с помощью решения задачи линейного программирования (ЛП) вида:

$$q'u \ \to max,$$

$$Au \ \le x,$$

$$d_* \ \le u \ \le \ d^*.$$

В экономической теории существуют различные производственные факторы. К ним относят *капитал* (*K*), *труд* (*L*), *землю*. *Агрегированная модель производства* – модель производства, в которой, как правило, в качестве производственных факторов рассматривают только труд (*L*) и капитал (*K*).

Пусть ПФ ЗАСПД рассматривается в агрегированной модели. Тогда получим:

u_j – сумма капитала, выделяемая на j-й ТП;

q_j – производительность j-го ТП;

$x = \begin{pmatrix} K \\ L \end{pmatrix}$ – производственные факторы;

$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ l_1 & \dots & l_n \end{pmatrix}$ – матрица затрат;

l_j – количество труда, необходимое на единицу капитала в j-м ТП.

Для агрегированной модели интенсивность ТП – количество капитала, вложенного в этот процесс.

Производственная функция в свою очередь примет вид:

$$f(K, L) = \max q' u(K, L),$$

$$\begin{cases} u_1 + \dots + u_n \le K, \\ l_1 u_1 + \dots + l_n u_n \le L; \end{cases}$$

$$d_{*_j} \le u_j \le d_j^*, j \in J.$$

1.2 Неоклассическая задача фирмы

Как известно из экономической теории, прибыль можно определить, как

$$\Pi(x) = R(x) - C(x),$$

В случае рассматриваемой задачи фирмы получим, что

$$R(x) = p_0 f(x),$$

$$C(x) = p' x,$$

где p_0 – цена производимой продукции, $x = (x_1, \dots, x_m)$ – вектор затрат, $p = (p_1, \dots, p_m)$ – вектор цен факторов производства.

Тогда формула прибыли примет вид:

$$\Pi(x) = p_0 f(x) - p' x.$$

Основная задача фирмы в неоклассической теории – максимизация прибыли на всём пространстве факторов:

$$\Pi(x) = p_0 f(x) - p' x \to max, \; x \in \mathbf{R}_+^m. \tag{1}$$

Задачу (1) можно считать одной из простых: в ней не учитываются ограничения на затраты факторов, цены на продукцию и на факторы считаются заданными. Тогда имеем *задачу долгосрочного планирования.*

Стоит отметить, что не для любой производственной функции задача (1) имеет решение. Например, для функции Леонтьева — производственной функции, в которой факторы производства использованы в фиксированных пропорциях, поскольку факторы являются абсолютными комплементами – можно говорить только о рациональном распределении ресурсов. Это же замечание применимо для ПФ ЗАСПД при $u \geq 0, x \geq 0$.

Однако, если допустить, что интенсивность каждого процесса ограничена или имеются дефицитные факторы, то ЗАСПД имеет решение.

1.3 Задача анализа способов производственной деятельности в неоклассической постановке

Обратимся к неоклассической задаче. Рассмотрим ЗАСПД в виде

$$p_0 q' u - p' x \ \to max,$$

$$Au - x \leq 0, \tag{2}$$

$$u \geq 0, x \geq 0.$$

Двойственное представление оптимального значения целевой функции даёт отсутствие производства. Тогда анализ решения этой задачи проводится по решениям задач аналогичного типа с фиксированными или какими-либо ограниченными переменными.

В дальнейшем будем рассматривать случаи, в которых используются все факторы производства. В противном случае уменьшается размерность задачи. Определим зависимость решения задачи (2) от выпуска. Тогда рассмотрим задачу, в которой фиксирован выпуск:

$$p_0Q - p'x \ \to max,$$

$$\begin{cases} Au - x \ \le 0, \\ q'u = Q, \end{cases} \tag{3}$$

$$u \ge 0, x \ge 0.$$

На оптимальном плане получим, что все основные ограничения активны. Из $x^0 > 0$ и определения базисного плана получим, что базисными будут все $x_i^0, i = \overline{1,m}$ и только одна из $u_j^0, j = \overline{1,n}$. Это означает, что при оптимальном распределении ресурсов в производстве в случае задачи (3) задействован один ТП, который называют базисным технологическим процессом. Номер этого ТП обозначим через j_0. Тогда решение имеет следующее представление:

$$u_{j_0}^0(Q) = \frac{1}{q_{j_0}}Q, u_j^0 = 0, j = \overline{1,n}, j \ne j_0,$$

$$x^0(Q) = \frac{a_{j_0}}{q_{j_0}}Q,\ C^0(Q) = \frac{p'a_{j_0}}{q_{j_0}}Q, \tag{4}$$

$$\Pi^0(Q) = \frac{p_0q_{j_0} - p'a_{j_0}}{q_{j_0}}Q.$$

Допустим, что фиксированы издержки, т.е. $C = p'x$. Тогда задача представима в следующей форме

$$p_0q'u - C \ \to max,$$

$$\begin{cases} Au - x \ \le 0, \\ p'x = C, \end{cases} \tag{5}$$

$$u \ge 0, x \ge 0.$$

а её решение имеет вид:

$$u_{j_0}^0(C) = \frac{1}{p'a_{j_0}}C, u_j^0 = 0, j = \overline{1,n}, j \ne j_0,$$

$$x^0(C) = \frac{a_{j_0}}{p'a_{j_0}}C,\ Q^0(C) = \frac{q_{j_0}}{p'a_{j_0}}C, R^0(C) = \frac{p_0q_{j_0}}{p'a_{j_0}}C, \tag{6}$$

$$\Pi^0(C) = \frac{p_0 q_{j_0} - p' a_{j_0}}{p' a_{j_0}} C.$$

При ограничении какого-либо фактора имеем следующую постановку задачи:

$$p_0 q' u - \tilde{p}' \tilde{x} - \bar{p} \bar{x} \to max,$$

$$\begin{cases} \tilde{A} u - \tilde{x} \leq 0, \\ d' u \leq \bar{x}, \end{cases} \tag{7}$$

$$u \geq 0, x \geq 0,$$

где $\bar{x}$ – ограниченный фактор, $\bar{p}$ – цена на $\bar{x}$, $\tilde{x}$ – вектор x без $\bar{x}$, $\tilde{p}$ – цена на $\tilde{x}$,

$A = \begin{pmatrix} \tilde{A} \\ d' \end{pmatrix}$.

В зависимости от зафиксированного фактора решение задачи (7) имеет вид:

$$u_{j_0}^0(\bar{x}) = \frac{1}{d_{j_0}} \bar{x}, u_j^0 = 0, j = \overline{1, n}, j \neq j_0,$$

$$\tilde{x}^0(\bar{x}) = \frac{\tilde{a}_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}, \tag{8}$$

$$Q^0(\bar{x}) = \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}, R^0(\bar{x}) = \frac{p_0 q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}, C^0(\bar{x}) = \frac{p' a_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x},$$

$$\Pi^0(\bar{x}) = \frac{p_0 q_{j_0} - p' a_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}.$$

Из соотношений (5), (6) и (8) получим, что при заданных q и A (технологии производства) и заданных ценах на продукцию и факторы производства неоклассическая задача для ЗАСПД имеет решение при указанных ограничениях. Отсутствие производства является одним из решений в случае незаданных ограничений.

Из анализа задачи (2) и решений (5), (6), (8) получим, что производство будет неубыточным, если имеет место соотношение:

$$p_0 q_{j_0} - p' a_{j_0} \geq 0, \tag{9}$$

где j_0 – индекс задействованного в производстве ТП, который находится по одной из следующих формул для соответствующих задач:

$$\frac{p_0 q_{j_0} - p' a_{j_0}}{q_{j_0}} = \max_{j=\overline{1,n}} \frac{p_0 q_j - p' a_j}{q_j}; \tag{10}$$

$$\frac{p_0 q_{j_0} - p' a_{j_0}}{p' a_{j_0}} = \max_{j=\overline{1,n}} \frac{p_0 q_j - p' a_j}{p' a_j}; \tag{11}$$

$$\frac{p_0 q_{j_0} - \tilde{p}' \tilde{a}_{j_0} - \bar{p} d_{j_0}}{d_{j_0}} = \max_{j=\overline{1,n}} \frac{p_0 q_j - \tilde{p}' \tilde{a}_j - \bar{p} d_j}{d_j}. \tag{12}$$

Формула (10) используется в случае фиксированного выпуска, (11) – фиксированных издержек, (12) – ограниченного фактора.

Стоит отметить, что если хотя бы для одного фактора выполняется неравенство $p_0 q_j - p' a_j \geq 0$, то производство неубыточно, а при строгом неравенстве – прибыльно.

1.4 Двухфакторная модель задачи анализа способов производственной деятельности

Рассмотрим ЗАСПД для двухфакторной модели, где $x_1 = K, x_2 = L$. Задача (2) примет вид:

$$p_0 q' u - p_K K - p_L L \rightarrow max,$$

$$\begin{cases} e'u - K \leq 0, \\ l'u - L \leq 0, \end{cases} \tag{13}$$

$$d_* \leq u \leq d^*, K \geq 0, L \geq 0,$$

где $e = (1, \dots, 1)$; $l = (l_1, \dots, l_n)$; p_L - средняя ставка заработной платы одной трудовой единицы, если L – трудовые ресурсы, которые измеряются количеством человек, участвующих в производстве, p_K – предельные издержки капиталовложений.

Обратимся к издержакам для задачи (13). Рассмотрим капитал. Капитал предприятия состоит из двух частей: собственного X, состоящего из основных производственных фондов и фондов обращения, и заемного Y, т.е. кредита. Кредит выдается так, чтобы исключить риск потери выдаваемого кредита и при этом иметь максимальный возможный процент от собственного капитала фирмы. Обозначается этот процент через k. Следовательно,

$$Y = kX, 0 \leq k < 1.$$

В ходе работы фирма получает доход от реализации продукции, распределяемый на инвестиции I и непроизводственное потребление $\tilde{C}$. Под непроизводственным потреблением будем понимать восстановление рабочей силы, т.е. выплата зарплаты $E = p_L L$, и выплату долга по кредиту, т.е. $\varphi = rY = rkX$, где r $(0 < r < 1)$ – процентная ставка по кредиту.

Инвестиции же расходуются на прирост фондов и амортизационные отчисления. Получим

$$I = iX + aK = iX + a(X + kX) = \big(i + a(1 + k)\big)X,$$

где a – коэффициент амортизации $(0 < a < 1)$, i – коэффициент прироста основных фондов.

Тогда издержки примут вид

$$\mathrm{C}(X, L) = w_L L + \big(rk + i + a(1 + k)\big)X = p_L L + p_X X. \quad (14)$$

Задача (13) сведется к виду

$$p_0 q' u - p_X X - p_L L \rightarrow max,$$

$$\begin{cases} e'u - (1+k)X \ \le 0, \\ \quad l'u - L \ \le 0, \end{cases} \tag{15}$$

$$d_* \le u \le d^*, X \ge 0, L \ge 0.$$

Нетрудно видеть, что $p_X = (1+k)p_k$.

Решение задачи вида (15) аналогично общему случаю, рассмотренному в разд. 1.2. Оптимальный план же план лежит на луче $L\ /\ K\ = l_{j_0}$, определяющем j_0-й базисный ТП на плоскости переменных K, L.

ГЛАВА 2. НЕСОВЕРШЕННАЯ КОНКУРЕНЦИЯ

Данная глава посвящена исследованию ЗАСПД в условиях монополии и монопсонии при функциях цены на продукцию и цены на факторы в специальном виде.

2.1 Монополия. Цена на продукцию как функция выпуска. Основные свойства функции цены

В первой главе мы рассматривали задачу фирмы в условиях *совершенной конкуренции,* т.е. в ситуации, когда цены на продукцию и факторы производства диктуются рынком. В условиях совершенной конкуренции чаще всего рассматриваются небольшие предприятия с малым объемом выпуска продукции одинакового вида, причем ни одна из фирм не может влиять на цену продукции.

В этом разделе рассматриваются ситуации, когда существует единственная фирма, выпускающая данный вид продукции, или фирма выступает крупнейшей среди всех остальных. Тогда говорят, что фирма обладает *монополией* на производство определенного типа товара. Само же предприятие называют *монополистом*. Ввиду преобладания продукции монополиста получим ситуацию, в которой одна конкретная фирма может диктовать свои условия и регулировать цены. Чтобы больше реализовать выпускаемую продукцию, монополист понижает цену на неё. Описываемая ситуация в экономической литературе называется *несовершенной конкуренцией*.

При несовершенной конкуренции цена p_0 выступает функцией, зависящей от выпуска, $p_0 = p_0(Q)$. Рассматриваемая функция будет невозрастающей, так как с возрастанием выпуска снижается цена. Тогда $R = p_0(Q)Q$.

В условиях монополии предельный доход не больше цены на продукцию.

Обратимся к ЗАСПД в условиях монополии. Производственная функция будет кусочно-линейной, а $p_0(Q)$ – любая убывающая кусочно-гладкая или убывающая линейная функция. Рассмотрим случай, когда $p_0(Q)$ – кусочно-гладкая функция, причем $R(Q) = p_0(Q)Q$ – кусочно-линейная возрастающая:

$$R(Q) = p_0^{(s)}Q + \alpha_s, Q \in [Q_{s-1}, Q_s], s = \overline{1,k}, Q_0 = 0, \tag{16}$$

причем $R(Q_s - 0) = R(Q_s + 0), \alpha_1 = 0$. Получим, что $\alpha_{s+1} = \alpha_s + \left(p_0^{(s)} - p_0^{(s+1)}\right) Q_s$, $s = \overline{1, k-1}$. Из снижения цены при росте выпуска продукции вытекает, что $p_0^{(s)} > p_0^{(s+1)}, \alpha_s > 0, s = \overline{2,k}$.

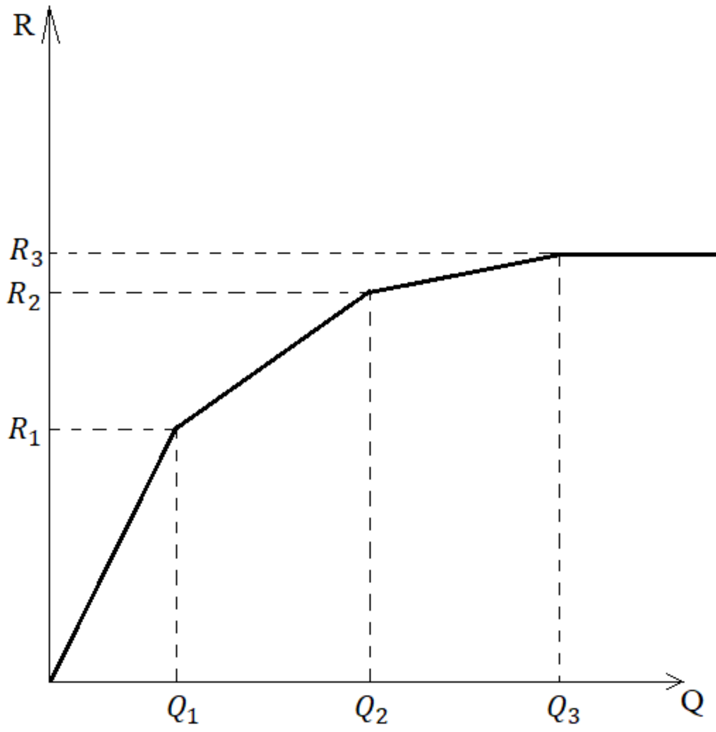

Рисунок 1. График функции R(Q)

Полученная функция $R = R(Q)$ вогнутая, кусочно-линейная. Представим её в виде:

$$R(Q) = \min_{s=\overline{1,k}} \left(p_0^{(s)} Q + \alpha_s \right), \quad Q \geq 0. \tag{17}$$

Из (16) получим, что $p_0^{(s)}$ – *средняя цена реализуемой продукции* на интервале (Q_{s-1}, Q_s), так как

$$p_0^{(s)} = \frac{\Delta R}{\Delta Q}.$$

Истинная цена продукции представляет собой кусочно-гладкую функцию:

$$p_0(Q) = p_0^{(s)} + \frac{\alpha_s}{Q}, \qquad Q \in [Q_{s-1}, Q_s], s = \overline{1,k}.$$

Так как $\alpha_s > 0, s = \overline{1,k}$, то $p_0\,(Q) > p_0^{(s)}$.

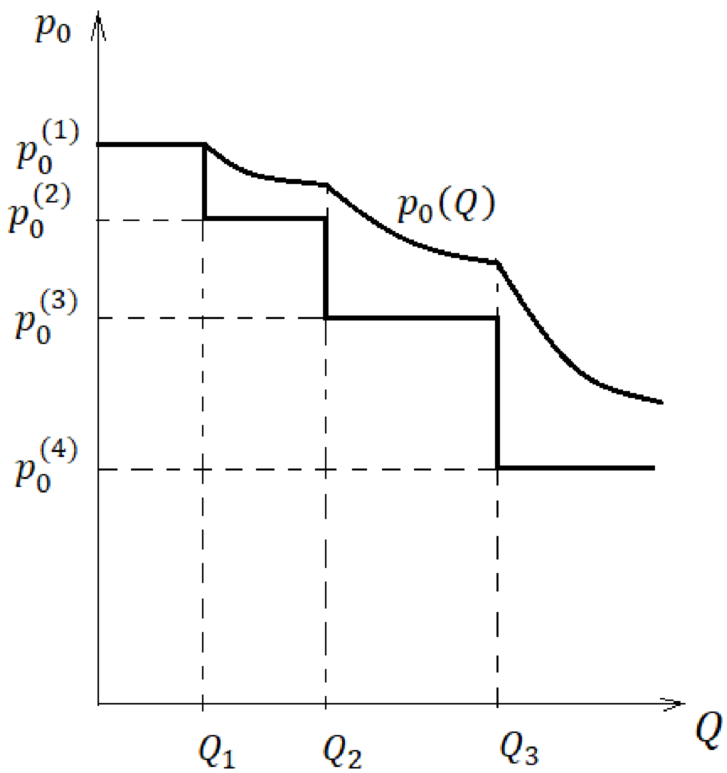

Рисунок 2. График средней цены и истинной цены продукции

Для ЗАСПД средняя цена равна предельному (обобщённому) доходу M^*R, истинная цена – среднему доходу. Тогда предельный доход меньше среднего.

Оптимальное решение Q^0 в случае монополии находится при пересечении функций предельного дохода и предельных издержек, т.е. существует $M^0R(Q^0) \in M^*R(Q^0)$, что $M^0R(Q^0) = MC(Q^0)$.

Допустим, что функция издержек линейна. Тогда два варианта графического решения задачи можно видеть на рисунке 3 и на рисунке 4.

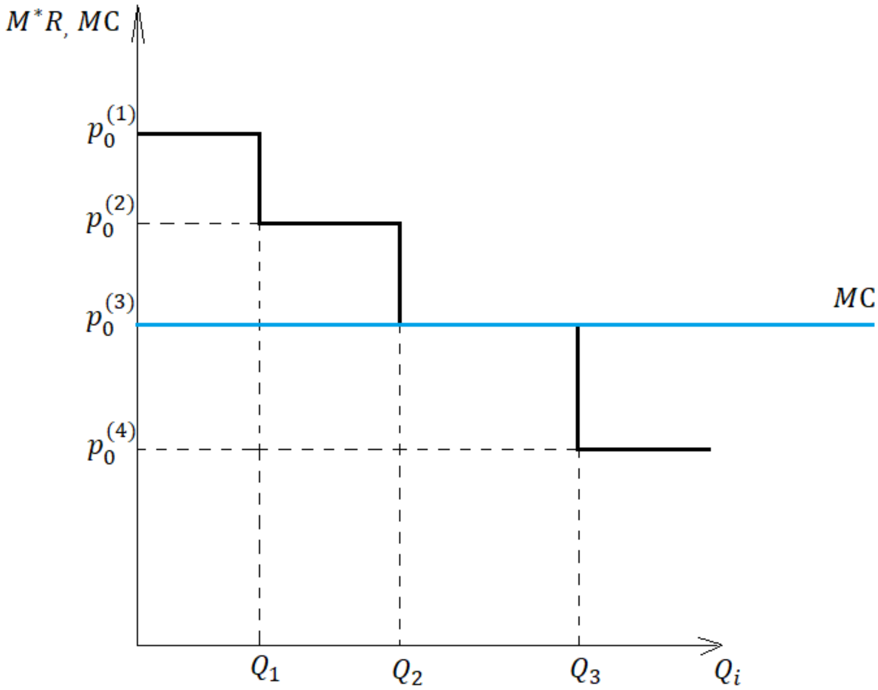

Рисунок 3. Графическое отображение в случае, когда решение находится в пределах отрезка

В случае рисунка 3 имеем решение, которое соответствует любой точке отрезка предельного дохода, совпадающего с предельными издержками.

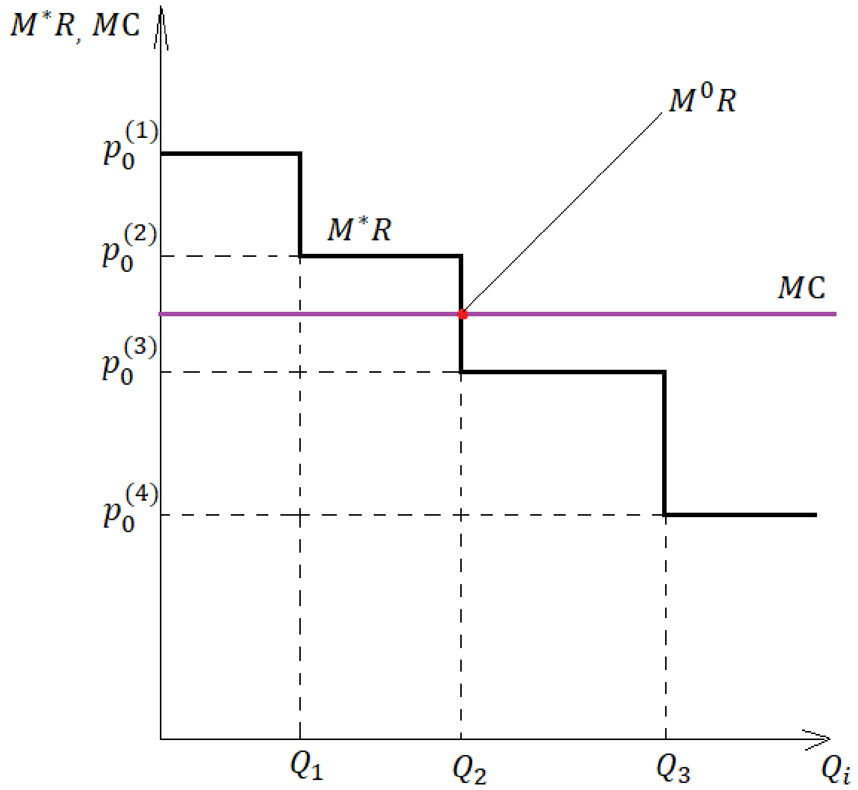

Рисунок 4. Графическая отображение в случае, когда решение попадает на границу отрезка

В случае рисунка 4 решение будет представлять собой точку пресечения предельных издержек и предельного дохода.

Заметим, что в ЗАСПД функция издержек может быть кусочно-линейной возрастающей [2, 4]. И исследования при этом усложняются. Ниже приводятся некоторые факты и этого случая.

2.2 Монопсония. Цена на фактор как функция затрат. Свойства функции цен

Условия совершенной конкуренции создают схожую ситуацию и для реализации выпускаемой продукции, и для цен на фактор производства. Сравнительно небольшие предприятия закупают факторы в относительно малом количестве, поэтому на их цену влиять не могут.

Обратимся к случаю, когда существует или единственная фирма, или крупная фирма среди множества малых предприятий, закупающая большее количество факторов, нежели чем все остальные. Поэтому такая фирма может увеличить цены на факторы, чтобы больше ими закупиться. На несовершенном рынке рассматриваемая ситуация называется *монопсонией*. А фирма, влияющая на цены факторов, является *монопсонистом*.

Так как монопсонист может повлиять на цены факторов с помощью объёма закупаемых факторов, то цена на эти факторы будет зависеть от самих факторов, т.е. $p_i = p_i(x_i)$. Очевидно, что

$$\frac{dp_i}{dx_i} \geq 0, i = \overline{1, m.}$$

Пусть стоимость затрат i-того фактора $C_i(x_i) = p(x_i)x_i$. Тогда *предельной стоимостью затрат i-того фактора (предельными издержками)* называют величину

$$MC_i(x_i) = \frac{dC_i}{dx_i}.$$

В условиях монопсонии получим:

$$MC_i(x_i) = p(x_i) + \frac{dp_i(x_i)}{dx_i}x_i. \quad (18)$$

Как и в разделе 2.1 цену факторов будем полагать либо кусочно-гладкой, либо линейной. Рассмотрим случай кусочно-гладких функций таким образом, чтобы стоимости затрат были кусочно-линейными функциями, т.е.

$$C_i(x_i) = p_i^{(s)}x_i - \beta_i^{(s)}, x \in \left[x_i^{(s-1)}, x_i^{(s)}\right], s = \overline{1, k_\iota}, x_i^{(0)} = 0, i = \overline{1, m} \quad (19)$$

Здесь $C_i\left(x_i^{(s)} - 0\right) = C_i\left(x_i^{(s)} + 0\right), \beta_i^{(1)} = 0, i = \overline{1, m},$ так, что $\beta_i^{(s+1)} = \beta_i^{(s)} + \left(p_i^{(s+1)} - p_i^{(s)}\right)x_i^{(s)}$. Из роста p_i с возрастанием затрат получим, что $p_i^{(s+1)} > p_i^{(s)}$, откуда следует $\beta_i^{(s)} > 0, s = \overline{2,\ k_\iota}$.

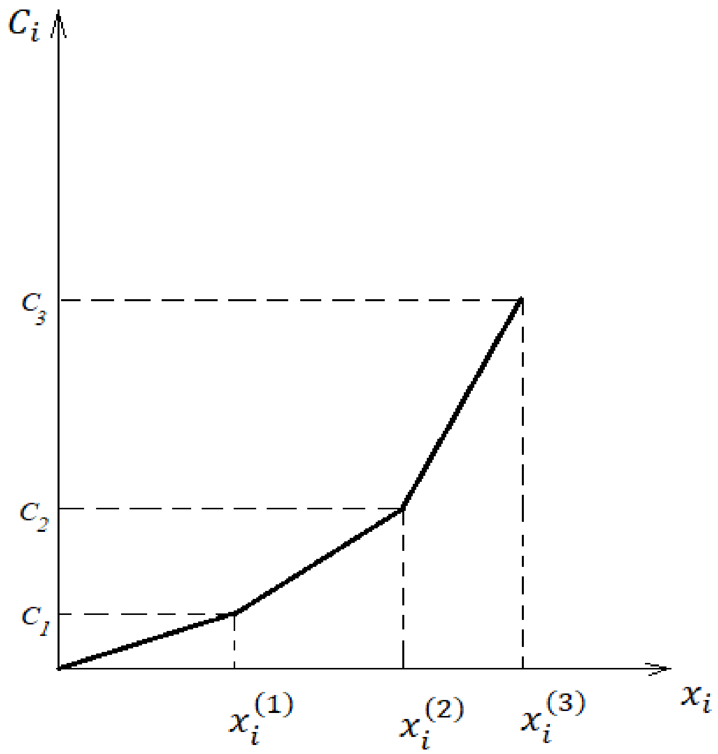

Рисунок 5. График функции $C_i(x_i)$

Получим, что функции $C_i(x_i)$ кусочно-выпуклые. Тогда представим эти функции немного по-другому:

$$C_i(x_i) = \max_{s=\overline{1,k_i}} \left(p_i^{(s)} x_i - \beta_i^{(s)}\right), x_i \geq 0, i = \overline{1,m}. \tag{20}$$

Из (19) получим, что

$$p_i^{(s)} = \frac{\Delta C_i(x_i)}{\Delta x_i},$$

т.е. $p_i^{(s)}$ – *средняя цена i-того фактора* при затратах $x_i^{(s-1)} < x_i < x_i^{(s)}$. *Истинная цена фактора* равна

$$p_i(x_i) = p_i^{(s)} - \frac{\beta_i^{(s)}}{x_i}.$$

При несовершенной конкуренции предельная стоимость затрат каждого фактора не меньше его цены.

Заметим, что

$$MC_i(x_i) = p_i^{(s)}, x_i \in \left(x_i^{(s-1)}, x_i^{(s)}\right), s = \overline{1, k_i}, i = \overline{1, m}. \qquad (21)$$

Равенство (21) означает, что для ЗАСПД предельные издержки производственного фактора равны средней цене данного фактора.

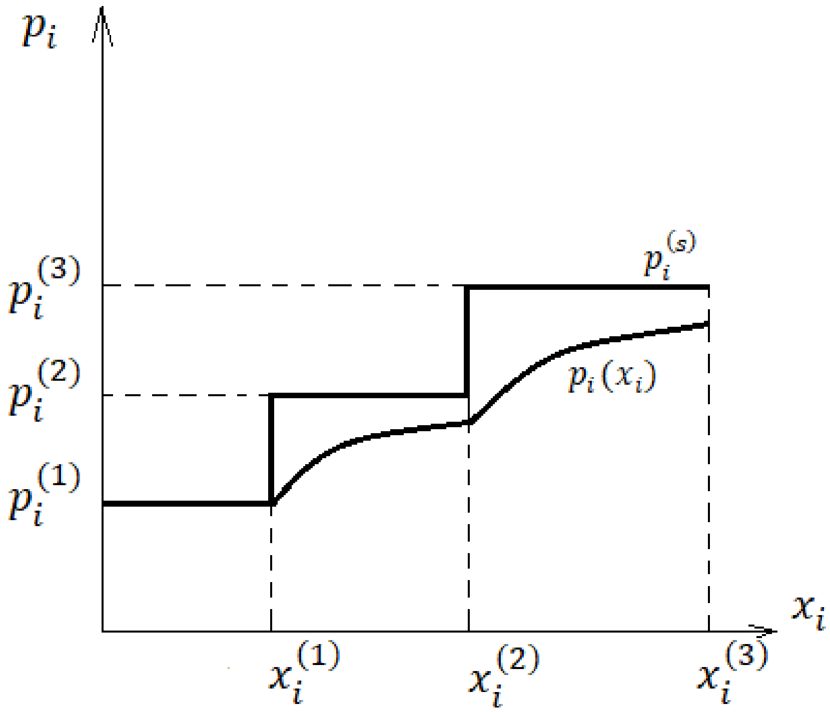

Рисунок 6. График средней цены фактора $p_i^{(s)}$ и истинной цены фактора $p_i(x_i)$

ГЛАВА 3. ФИРМА В УСЛОВИЯХ НЕСОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ

Данная глава посвящена изучению задачи фирмы с производственной функцией ЗАСПД в условиях несовершенной конкуренции и получению аналитических решений, которые легли в основу для программной реализации.

3.1 Задача фирмы в условиях несовершенной конкуренции

В главе 2 были рассмотрены два вида несовершенной конкуренции: монополия и монопсония. В рассматриваемой задаче фирмы будем полагать, что предприятие является одновременно и монополистом, и монопсонистом. Тогда с учетом этих фактов задача примет вид:

$$\Pi(Q,x) = p_0(Q)Q - \sum_{i=1}^{m} p_i(x_i)x_i \to \max_{Q,x} \ ,$$

$$f(x) - Q = 0, \tag{22}$$

$$x \geq 0, Q \geq 0.$$

Стоит отметить, что ЗАСПД при отсутствии ограничений на интенсивности технологических процессов имеет решение при наличии фиксированных или ограниченных переменных. Подобное замечание справедливо и в случае неограниченности факторов производства. Допустим, что ограничен какой-либо фактор. Тогда обратимся к формулам (17) и (20). Получим ЗАСПД в условиях несовершенной конкуренции в виде:

$$\min_{s=\overline{1,k}} (p_0^{(s)}Q + \alpha_s) - \sum_{i=1}^{m-1} \max_{s=\overline{1,k_i}} \left(p_i^{(s)}x_i \ - \ \beta_i^{(s)}\right) - \ \bar{p}\bar{x} \ \to \ \max_{Q,x_i} \ ,$$

$$\begin{cases} Au - x \ \leq 0, \\ d'u \ \leq \ \bar{x}, \\ -q'u + Q = 0, \end{cases} \tag{23}$$

$$u \ \geq 0, x \geq 0, Q \geq 0.$$

Из свойств функций максимума и минимума получим, что целевая функция задачи (21) вогнутая кусочно-линейная. Следовательно, получим специальную задачу выпуклого программирования, к которой применимы методы линейного программирования (ЛП). Действительно, задача (23) при указанных выше условиях на $p_i^{(s)}, \alpha_s,\ \beta_i^{(s)}$ эквивалентна задаче линейного программирования вида:

$$w_0 - \sum_{i=1}^{m-1} w_i \ - \ \bar{p}\bar{x} \ \to max,$$

$$\begin{cases} w_0 \ - p_0^{(s)}Q \ \leq \ \alpha_s, \ s = \ \overline{1,k}, \\ p_i^{(s)}x_i - w_i \ \leq \beta_i^{(s)}, \ s = \overline{1,k_\iota}, i = \overline{1,m-1}, \\ Au - x \leq 0, \\ d'u \leq \ \bar{x}, \\ -q'u + Q = 0, \end{cases} \tag{24}$$

$$u \ \ \geq 0, x \geq 0, w_i \geq 0, i = \overline{1,m-1}, Q \geq 0.$$

3.2 Исследование задач фирмы в условиях несовершенной конкуренции

При рассмотрении задачи (24) будем учитывать, что выпуск продукции ненулевой. Следовательно, затраты никак не могут быть нулевыми. Тогда будем полагать, что $x \ > 0, Q > 0$. Чтобы исследовать задачу обратимся к методу множителей Лагранжа. Введём функцию Лагранжа $L(x, Q, \lambda) = p_0(Q)Q - \sum_{i=1}^{m} p_i(x_i)x_i \ + \lambda(f(x) - Q)$. Пусть (x^0, Q^0) – решение задачи, λ^0 – соответствующий множитель Лагранжа. Тогда выполняются условия:

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = p_0(Q^0) + \ \frac{\partial p_0}{\partial Q} Q^0 - \lambda^0 = 0, \tag{25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = -p_i\left(x_i^0\right) - \frac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i^0 + \lambda^0 \frac{\partial f(x^0)}{\partial x_i} = 0, i = \overline{1,m}, \tag{26}$$

$$f(x^0) - Q = 0.$$

Из соотношения (25) и определения предельного дохода получим, что предельный доход при оптимальном выпуске равен множителю Лагранжа. А при оптимальном поведении фирмы в условиях несовершенной конкуренции предельный доход, умноженный на предельный продукт любого вида затрат, равен предельным издержкам:

$$MC_i\left(x_i^0\right) = \lambda^0 \frac{\partial f(x^0)}{\partial x_i} = MR(Q^0) \cdot Mf_i(x^0).$$

Этот же вывод справедлив и для ЗАСПД в задаче вида (24).

Задача (24) решается симплекс-методом. Допустим, что (u^0, x^0, w^0, Q^0) – оптимальный план задачи. Матрица ограничений будет иметь вид:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0_{k\times n} & 0_{k\times m} & e^{(k)} & 0_{k\times m} & -P_0 \\ 0_{\bar{k}\times n} & P & 0_{\bar{k}\times 1} & W & 0_{\bar{k}\times 1} \\ A & -E_{m\times m} & 0_{m\times 1} & 0_{m\times m} & 0_{m\times 1} \\ d' & 0' & 0 & 0' & 0 \\ -q' & 0' & 0 & 0' & 1 \end{pmatrix},$$

где $\bar{k} = \sum_{i=1}^{m} k_i$, $e^{(k)} = (1, \dots, 1)'$– k-мерный вектор, $0_{k\times n}$ – нулевая матрица размера $k \times n$, $0'$ - нулевая вектор-строка,

$$P = \begin{pmatrix} p_1^{(s)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2^{(s)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_m^{(s)} \end{pmatrix}, \ s = \overline{1, k_\iota}, i = \overline{1,m},$$

$$W = \begin{pmatrix} -e^{(k_1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -e^{(k_2)} & \dots & 0 \\ \dots\dots\dots\dots. & \dots. & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -e^{(k_m)} \end{pmatrix}.$$

Базисная же матрица будет иметь вид:

$$A_Б = \begin{pmatrix} 0 & 0' & 1 & 0_{1\times m} & -p_0^{(s_0)} \\ 0_{m\times 1} & P_Б & 0_{m\times 1} & -E_{m\times m} & 0_{m\times 1} \\ a_{j_0} & -E_{m\times m} & 0_{m\times 1} & 0 & 0_{m\times 1} \\ d_{j_0} & 0' & 0 & 0' & 0 \\ -q_{j_0} & 0' & 0 & 0' & 1 \end{pmatrix},$$

где

$$P_Б = \begin{pmatrix} p_1^{(s_1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2^{(s_2)} & \dots & 0 \\ \dots\dots & \dots\dots\dots\dots & \dots\dots.. & \dots\dots\dots \\ 0 & 0 & \dots & p_m^{(s_m)} \end{pmatrix}.$$

s_0 – индекс элементов одного активного ограничения в $w_0^0 - p_0^{(s)} \le \alpha_s, s = \overline{1,k}$, s_i – номера базисных ограничений в $p_i^{(s)} x_i^0 - w_i^0 \le \beta_i^{(s)}, s = \overline{1,k_\iota}, i = \overline{1,m}.$

Оптимальный план имеет вид

$$u_{j_0}^0 = \frac{1}{d_{j_0}} \bar{x}, u_j^0 = 0, j = \overline{1,n}, j \ne j_0,$$

$$x^0 = \frac{a_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}, Q^0 = \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x},$$

$$w_i^0 = \frac{p_i^{(s_i)} a_{ij_0}}{d_{j_0}} \bar{x} - \beta_i^{(s_i)}, i = \overline{1,m},$$

$$w_0^0 = \frac{p_0^{(s_0)} q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x} + \alpha_{s_0}.$$

Получим, что оптимальный доход равен $R^0 = w_0^0$, а оптимальные издержки равны $C^0 = \sum_{i=1}^m w_i^0 + \bar{p}\bar{x}$.

Анализируя оптимальный двойственный план задачи (24), придём к выводу, что $y_Q^0 = p_0^{(s_0)} = MR(Q^0)$ имеет тот же смысл, что и для общей задачи λ^0. Анализ двойственного представления ПФ ЗАСПД с учётом оптимального двойственного плана даёт выводы, аналогичные в случае общей задачи.

ГЛАВА 4. МОДЕЛЬ КУРНО

В настоящей главе рассматривается модель Курно в классическом виде и её решения [10]. На основании главы 2 и теории о модели Курно получена задача, в которой цена выступает кусочно-гладкой функцией. Для неё получены аналитические решения.

4.1 Модель Курно

Впервые модель дуополии была предложена в 1838 г. французским математиком и экономистом Антуаном-Огюстеном Курно.

Положим, что каждый дуополист стремится к максимизации своей прибыли, исходя из предположения, что другой дуополист не будет изменять выпуска, каким бы ни был его собственный выпуск. Иными словами, примем, что предположительные вариации каждого имеют нулевую оценку. Допустим, что обратная функция рыночного спроса (или, как выше, цена на выпускаемую продукцию) линейна:

$$p = a - bQ, \tag{27}$$

где $Q = Q_1 + Q_2$ – объем выпускаемой продукции двумя фирмами-конкурентами.

В случае дуополии прибыль предприятий-участников может быть представлена в виде:

$$\Pi_1 = R_1 - cQ_1 = p_0 Q_1 - cQ_1,$$
$$\Pi_2 = R_2 - cQ_2 = p_0 Q_2 - cQ_2.$$

Подставим (27) в формулу прибыли и получим:

$$\Pi_1 = aQ_1 - bQ_1^2 - bQ_1 Q_2 - cQ_1,$$

$$\Pi_2 = aQ_2 - bQ_2^2 - bQ_1 Q_2 - cQ_2.$$

Условием максимизации прибыли будет выступать равенство нулю первых частных производных. Исходя из равенства нулю предположительных вариаций, т.е.

$$\frac{\partial Q_1}{\partial Q_2} = 0, \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} = 0,$$

получим:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = a - 2bQ_1 - bQ_2 - c = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = a - 2bQ_2 - bQ_1 - c = 0.$$

Стоит отметить, что вторые производные функции прибыли будут меньше 0, тогда условие максимизации 2 порядка выполняется, а значит решения данной системы (Q_1^0, Q_2^0) будут обеспечивать максимальную прибыль обоим дуополистам.

Отсюда получим уравнения кривых реагирования дуополистов:

$$Q_1 = \frac{a - c}{2b} - \frac{1}{2} Q_2, \tag{28}$$

$$Q_2 = \frac{a - c}{2b} - \frac{1}{2} Q_1. \tag{29}$$

Когда решим эту систему, получим значения объема выпуска для каждого из дуополистов:

$$\begin{aligned} Q_1^0 &= \frac{a - c}{3b}, \\ Q_2^0 &= \frac{a - c}{3b}, \end{aligned} \tag{30}$$

а общий выпуск,

$$Q^0 = (Q_1^0 + Q_2^0) = \frac{2(a - c)}{3b}.$$

Равновесная цена же будет иметь следующий вид:

$$p^0 = a - b\frac{2(a - c)}{3} = \frac{a + 2c}{3}. \tag{31}$$

В экономической литературе равновесные выпуски (30) выступают координатами точки равновесия Курно-Нэша. Стоит заметить, что равновесие Курно – частный случай равновесия Нэша.

Важно сказать, что модель дуополии Курно может быть распространена на отрасль с любым количеством предприятий. Так для сведения дуополии к монополии будем полагать, что выпуск второго предприятия Q_2 =0. Оптимальный выпуск в такой модели составит

$$Q_1^0 = \frac{a-c}{2b} = Q^0. \tag{32}$$

Оптимальная цена для монополиста в случае дуополии Курно составит:

$$p^0 = a - b\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \frac{a+c}{2}. \tag{33}$$

Полученные результаты говорят о том, что выпуск в дуополии Курно выше, чем в случае монополии. Цена же в условиях монополии будет выше, чем в условиях дуополии.

В случае *n* предприятий аналогично получим следующие формулы для оптимального выпуска i-того предприятия

$$Q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j=1, i\neq j}^{n} Q_j.$$

В силу предполагаемой симметрии все *n* предприятий будут иметь и равные прибылемаксимизирующие выпуски – $Q_1 = \cdots = Q_i = \cdots = Q_n$. Следовательно, можем упростить выражение

$$Q_i = \frac{a-c}{b}\frac{1}{n+1}. \tag{34}$$

Тогда общий выпуск составит

$$Q = n\left(\frac{a-c}{b}\right)\frac{1}{n+1} = \frac{a-c}{b}\frac{n}{n+1}. \tag{35}$$

Цена же получит следующий вид

$$p = \frac{a}{n+1} + \frac{cn}{n+1}. \quad (36)$$

4.2 Модель Курно в случае негладкой функции цены

Представим функцию прибыли в следующем виде:

$$\Pi_i = p_0 Q_i - C(Q_i),$$

где p_0 – цена на продукцию.

Для упрощения модели положим, что $C(Q_i) = cQ_i$ – расходы на производство продукции, где $c = const$ – предельные издержки на изготовление товаров, Q_i – количество товаров.

Используя одну из формул (16) и (17), получим функцию цены, реализованную в 2 видах:

$$p_0(Q) = p_0^{(s)} + \frac{\alpha_s}{Q}, \qquad Q \in [Q_{s-1,} Q_s], s = \overline{1,k}, \quad (37)$$

$$p_0(Q) = \min_{s=\overline{1,k}} \left(p_0^{(s)} + \frac{\alpha_s}{Q} \right), \; Q > 0. \quad (38)$$

На рисунке 7 изображена функция цены (37).

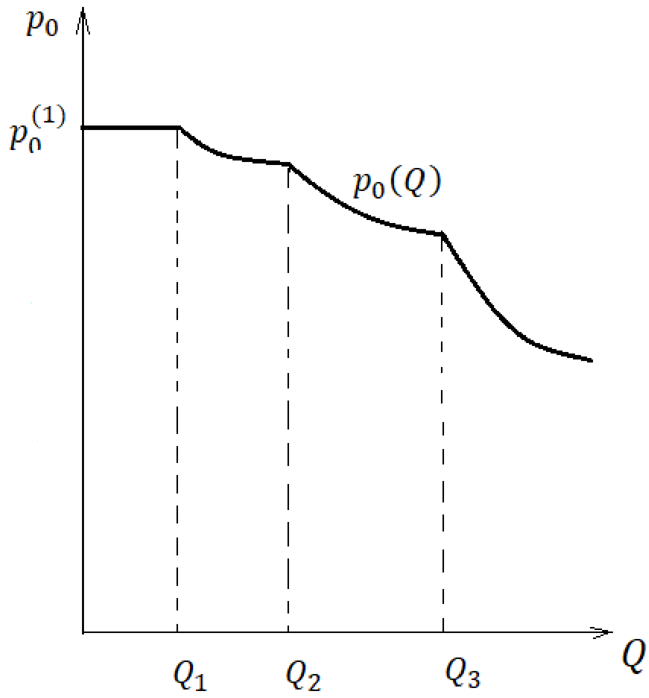

Рисунок 7. График функции цены на продукцию в зависимости от выпуска

График функции дохода изображен на рисунке 8.

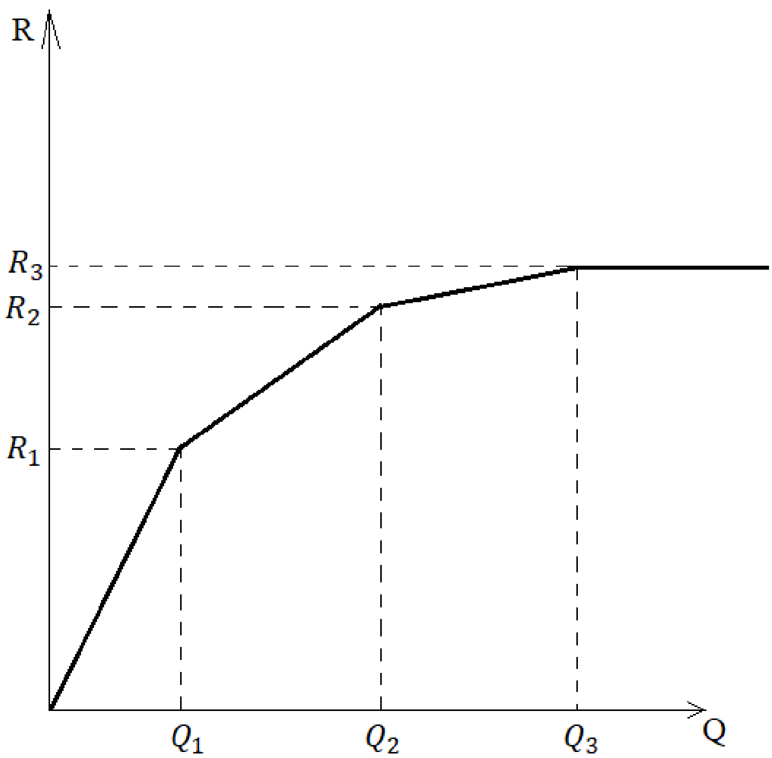

Рисунок 8. График функции R(Q)

Рассмотрим обе функции в модели Курно. Так как в изначальной модели предполагалось наличие дуополии, то итоговый выпуск будет иметь следующий вид:

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

где Q_1 – объем выпуска первого предприятия, Q_2 – объем выпуска второго предприятия.

Тогда (37) и (38) для модели Курно будут иметь вид

$$p_0 = p_0^{(s)} + \frac{\alpha_s}{Q_1 + Q_2}, \quad Q_i \in \left[Q_{s-1,} Q_s\right], s = \overline{1,k}, i = 1{,}2, \tag{39}$$

$$p_0 = \min_{s=\overline{1,k}} \left(p_0^{(s)} + \frac{\alpha_s}{Q_1 + Q_2}\right), \; Q_i > 0, i = 1{,}2. \tag{40}$$

Исследуем случай (38). Функции прибыли для участвующих в дуополии предприятий примут вид:

$$\Pi_1 = p_0 Q_1 - cQ_1 = p_0^{(s)} Q_1 + \frac{\alpha_s Q_1}{Q_1 + Q_2} - cQ_1, Q_1 \in [Q_{s-1}, Q_s], s = \overline{1,k}, Q_2 - fix,$$

$$(41)$$

$$\Pi_2 = p_0 Q_2 - cQ_2 = p_0^{(s)} Q_2 + \frac{\alpha_s Q_2}{Q_1 + Q_2} - cQ_2, Q_2 \in [Q_{s-1}, Q_s], s = \overline{1,k}, Q_1 - fix.$$

В силу того, что функция имеет кусочную структуру, будем рассматривать значение Q_i^0, попадающее внутрь отрезка, и значение, попадающее на концы отрезка. Сначала рассмотрим более простой случай, когда существует $s_0 \in \{1, \dots, k\}$, что $Q_i^0 \in \left(Q_{s_0-1,} Q_{s_0}\right), i = 1{,}2$.

В этом случае оптимальный выпуск каждой фирмы найдем из уравнений:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = p_0^{(s_0)} + \frac{\alpha_{s_0} Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2} - c = 0, Q_1 \in \left[Q_{s_0-1}, Q_{s_0}\right], \qquad Q_2 - fix,$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = p_0^{(s_0)} + \frac{\alpha_{s_0} Q_1}{(Q_1 + Q_2)^2} - c = 0, Q_2 \in \left[Q_{s_0-1}, Q_{s_0}\right], \qquad Q_1 - fix.$$

Решая данную систему получим:

$$Q_1^0 = \frac{\alpha_{s_0}}{4\left(c - p_0^{(s_0)}\right)},$$

$$Q_2^0 = \frac{\alpha_{s_0}}{4\left(c - p_0^{(s_0)}\right)}.$$

Стоит отметить, что вторые производные функций прибыли и в этом случае будут меньше 0, следовательно, условие максимизации 2-го порядка выполняется. Решения данной системы (Q_1^0, Q_2^0) будут обеспечивать максимальную прибыль обоим дуополистам.

Общий выпуск будет иметь вид:

$$Q^0 = \frac{\alpha_{s_0}}{2\left(c - p_0^{(s_0)}\right)}.$$

Равновесная цена на продукцию:

$$p_0^0 = p_0^{(s_0)} + \frac{\alpha_{s_0}}{Q^0} = 2c - p_0^{(s_0)}.$$

В случае монополии имеем:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = p_0^{(s_0)} - c = 0.$$

Тогда оптимальное решение будет достигаться, если

$$p_0^{(s_0)} = c.$$

Следовательно, решение задачи сводится к поиску промежутка, на котором имеет место данное равенство.

На рис. 9 изображено графическое представление решения для i-го дуополиста в случае, если решение находится в границах отрезка. Ясно, что любой выпуск из отрезка (Q_2, Q_3) является оптимальным выпуском.

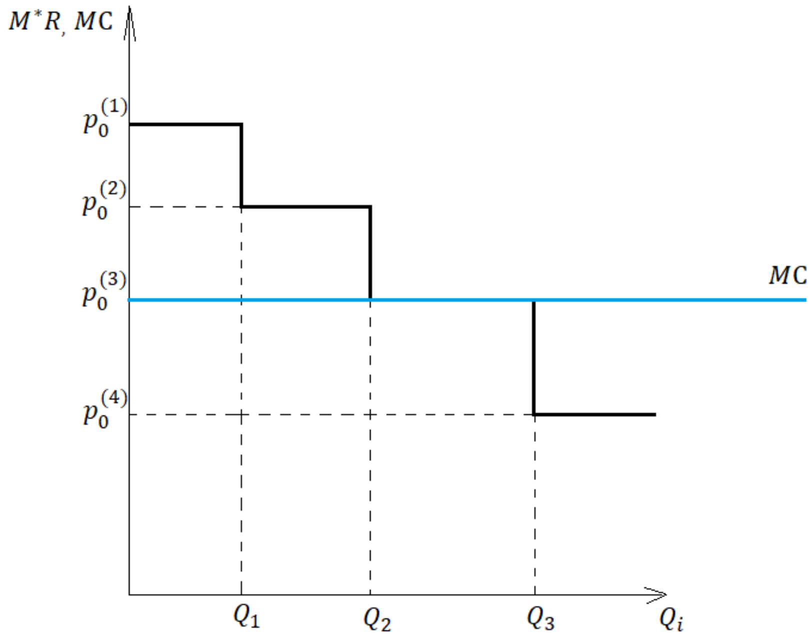

Рисунок 9. Графическое решение в случае, когда оптимальный выпуск находится в пределах отрезка

Обратимся к случаю, когда оптимальный выпуск попадает на границу какого-либо отрезка, т.е. существует $s_0 \in \{1, \dots, k\}$, что $Q_i^0 = Q_{s_0}, i = 1{,}2.$

В таком случае классическая производная для функций прибыли (38) не существует в точке Q_{s_0}. Однако согласно теории выпуклого анализа существует обобщенная производная (суперградиент) $M^*\Pi(Q_{s_0})$, причем, если Q_{s_0} – оптимальный выпуск, то согласно условиям оптимальности существует $M^0\Pi(Q_{s_0}) \in M^*\Pi(Q_{s_0})$, причем $M^0\Pi(Q_{s_0}) = 0$. Другими словами, $\exists\ \beta_1^0 \geq 0, \beta_2^0 \geq 0$: $\beta_1^0 + \beta_2^0 = 1$, что выполняются условия

$$M^0\Pi_1 = (\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)}) + \frac{(\beta_1^0 \alpha_{s_0} + \beta_2^0 \alpha_{s_0+1}) Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2} - c = 0,$$

$$M^0\Pi_2 = (\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)}) + \frac{(\beta_1^0 \alpha_{s_0} + \beta_2^0 \alpha_{s_0+1}) Q_1}{(Q_1 + Q_2)^2} - c = 0.$$

Решая данную систему получим, что

$$Q_1^0 = \frac{\beta_1^0 \alpha_{s_0} + \beta_2^0 \alpha_{s_0+1}}{4(c - (\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)}))},$$

$$Q_2^0 = \frac{\beta_1^0 \alpha_{s_0} + \beta_2^0 \alpha_{s_0+1}}{4(c - (\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)}))}.$$

Общий выпуск будет иметь вид:

$$Q^0 = \frac{\beta_1^0 \alpha_{s_0} + \beta_2^0 \alpha_{s_0+1}}{2(c - (\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)}))}.$$

В случае монополии имеем:

$$M^0 \Pi_1 = (\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)}) - c = 0.$$

Тогда оптимальное решение будет достигаться, если

$$\beta_1^0 p_0^{(s_0)} + \beta_2^0 p_0^{(s_0+1)} = c.$$

Решение задачи в случае монополии сводится к выбору s_0, как и в случае, когда Q^0 не лежит на границах отрезка.

На рис. 10 получено графическое представление решения для i-го дуополиста в случае, если решение попадает на границу отрезка.

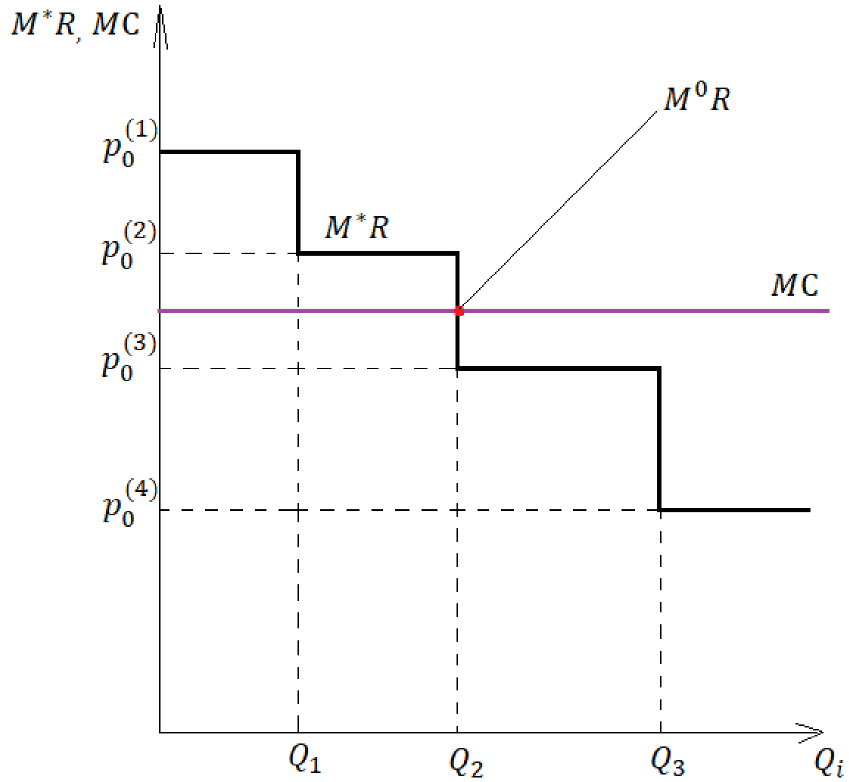

Рисунок 10. Графическое решение в случае, когда оптимальный выпуск попадает на границу отрезка

4.3 Модель Курно в случае задачи анализа способов производственной деятельности

Обратимся к аналогу модели Курно, если функция цены представлена в виде (40), а функция прибыли представлена в виде, близком к ЗАСПД при фиксированном факторе. Будем полагать, что у каждого из предприятий-конкурентов разные ограниченные факторы. Пусть $\bar{x}^{(1)}$ – фактор, зафиксированный первой фирмой, а $\bar{x}^{(2)}$ – второй. Функции прибыли каждого из дуополистов можно представить следующим образом:

$$\Pi_1 = \min_{s=\overline{1,k}} \left(p_0^{(s)} Q_1 + \frac{\alpha_s Q_1}{Q_1 + Q_2} \right) - \tilde{p}^{(1)\prime} \tilde{x}^{(1)} - \bar{p}_1 \bar{x}^{(1)} \to max, Q_2 - fix,$$

$$\begin{cases} A^{(1)}u - \tilde{x}^{(1)} \le 0, \\ d^{(1)\prime}u \le \bar{x}^{(1)}, \\ -q^{(1)\prime}u + Q_1 = 0, \end{cases} \tag{42}$$

$$u \ge 0, \tilde{x}^{(1)} \ge 0.$$

$$\Pi_2 = \min_{s=\overline{1,k}}\left(p_0^{(s)}Q_2 + \frac{\alpha_s Q_2}{Q_1+Q_2}\right) - \tilde{p}^{(2)\prime}\tilde{x}^{(2)} - \bar{p}_2\bar{x}^{(2)} \to max, Q_1 - fix,$$

$$\begin{cases} A^{(2)}u - \tilde{x}^{(2)} \le 0, \\ d^{(2)\prime}u \le \bar{x}^{(2)}, \\ -q^{(2)\prime}u + Q_2 = 0, \end{cases} \quad (43)$$

$$u \ge 0, \tilde{x}^{(2)} \ge 0.$$

Задачи (42) и (43) можно представить в эквивалентном виде:

$$\Pi_1 = w_0 - \tilde{p}^{(1)\prime}\tilde{x}^{(1)} - \bar{p}_1\bar{x}^{(1)} \to max, Q_2 - fix,$$

$$\begin{cases} w_0 - p_0^{(s)}Q_1 \le \dfrac{\alpha_s Q_1}{Q_1+Q_2}, \\ A^{(1)}u - \tilde{x}^{(1)} \le 0, \\ d^{(1)\prime}u \le \bar{x}^{(1)}, \\ -q^{(1)\prime}u + Q_1 = 0, \end{cases} \quad (44)$$

$$u \ge 0, \tilde{x}^{(1)} \ge 0, Q_1 \ge 0.$$

$$\Pi_2 = w_1 - \tilde{p}^{(2)\prime}\tilde{x}^{(2)} - \bar{p}_2\bar{x}^{(2)} \to max, Q_1 - fix,$$

$$\begin{cases} w_1 - p_0^{(s)}Q_2 \le \dfrac{\alpha_s Q_2}{Q_1+Q_2}, \\ A^{(2)}u - \tilde{x}^{(2)} \le 0, \\ d^{(2)\prime}u \le \bar{x}^{(2)}, \\ -q^{(2)\prime}u + Q_2 = 0, \end{cases} \quad (45)$$

$$u \ge 0, \tilde{x}^{(2)} \ge 0, Q_2 \ge 0.$$

Задачи в виде (44) и (45) можно решить при помощи метода Лагранжа для задач выпуклого программирования.

Составим функцию Лагранжа для производственной функции первой фирмы-конкурента

$$F(x,\lambda,\mu) = -w_0 + \tilde{p}^{(1)\prime}\tilde{x}^{(1)} + \bar{p}_1\bar{x}^{(1)} + \lambda_1\left(w_0 - p_0^{(s)}Q_1 - \frac{\alpha_s Q_1}{Q_1+Q_2}\right) \\ + \lambda^{(2)\prime}\left(A^{(1)}u - \tilde{x}^{(1)}\right) + \lambda_3\left(d^{(1)\prime}u - \bar{x}^{(1)}\right) + \mu\left(-q^{(1)\prime}u + Q_1\right).$$

Составим систему для нахождения неизвестных

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial w_0} = -1 + \lambda_1 = 0, \\ \dfrac{\partial F}{\partial(\tilde{x}^{(1)})} = \tilde{p}^{(1)} - \lambda^{(2)} = 0, \\ \dfrac{\partial F}{\partial u} = \lambda^{(2)\prime} A^{(1)} + \lambda_3 d^{(1)} - \mu q^{(1)} = 0, \\ \dfrac{\partial F}{\partial Q_1} = -\lambda_1 p_0^{(s)} - \dfrac{Q_2}{(Q_1+Q_2)^2} + \mu = 0, \\ -q^{(1)\prime} u + Q_1 = 0, \\ \lambda_1 \left(w_0 - p_0^{(s)} Q_1 - \dfrac{\alpha_s Q_1}{Q_1 + Q_2} \right) = 0, \\ \lambda^{(2)\prime} \left(A^{(1)} u - \tilde{x}^{(1)} \right) = 0, \\ \lambda_3 \left(d^{(1)\prime} u - \bar{x}^{(1)} \right) = 0. \end{cases}$$

Из этой системы имеем

$$\begin{cases} d^{(1)\prime} u = \bar{x}^{(1)}, \\ q^{(1)\prime} u = Q_1, \\ A^{(1)} u - \tilde{x}^{(1)} = 0, \\ w_0 = p_0^{(s)} Q_1 + \dfrac{\alpha_s Q_1}{Q_1 + Q_2}. \end{cases}$$

Зная, что для оптимального распределения ресурсов следует задействовать 1 технологический процесс получим решение для первой фирмы

$$u_{j_0} = \frac{1}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)}, u_j = 0, j = \overline{1,n}, j \neq j_0,$$
$$\tilde{x}^{(1)_0} = \frac{a_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)}, Q_1^0 = \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)}, \tag{46}$$
$$w_0^0 = p_0^{(s_0)} \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)} + \frac{\alpha_{s_0} \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)}}{\frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)} + Q_2}.$$

Прибыль первой фирмы будет иметь вид

$$\Pi_1(Q_2) = p_0^{(s_0)} \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)} + \frac{\alpha_{s_0} \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)}}{\frac{q_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)} + Q_2} - \tilde{p}_{j_0}{}^{(1)\prime} \frac{a_{j_0}}{d_{j_0}} \bar{x}^{(1)} - \bar{p}_1 \bar{x}^{(1)}. \tag{47}$$

Для второй фирмы формулы нахождения аналитического решения и прибыли выводятся аналогично (46) и (47). Получим, что решения для второй фирмы имеют вид

$$u_{j_1} = \frac{1}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}, u_j = 0, j = \overline{1,n}, j \neq j_1,$$

$$\tilde{x}^{(2)_0} = \frac{a_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}, Q_2^0 = \frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}, \tag{48}$$

$$w_1^0 = p_0^{(s_1)}\frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)} + \frac{\alpha_{s_1}\frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}}{\frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)} + Q_1}.$$

Прибыль второго производителя может быть выражена следующим образом

$$\Pi_2(Q_1) = p_0^{(s_1)}\frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)} + \frac{\alpha_{s_1}\frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}}{\frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)} + Q_1} - \tilde{p}_{j_1}{}^{(2)\prime}\frac{a_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)} - \bar{p}_2\bar{x}^{(2)}. \tag{49}$$

Общий выпуск будет иметь вид:

$$Q^0 = \frac{q_{j_0}}{d_{j_0}}\bar{x}^{(1)} + \frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}.$$

В поставленной модели Курно равновесная цена на продукцию будет иметь вид:

$$p_0^0 = p_0^{(s_0^*)} + \frac{\alpha_{s_0^*}}{\frac{q_{j_0}}{d_{j_0}}\bar{x}^{(1)} + \frac{q_{j_1}}{d_{j_1}}\bar{x}^{(2)}}. \tag{50}$$

Сравнивая цены из (47) и (49) с (50) приходим к выводу, что промежутки s_0, s_1 совпадают, а следовательно, совпадут объемы выпускаемой продукции Q_1 и Q_2.

ГЛАВА 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ СРЕДСТВАМИ MATLAB

Текущая глава посвящена применению теории, полученной в главах выше к конкретной экономической задаче. Решения были получены с помощью программы, которая приводится в приложении к данной дипломной работе.

5.1 Постановка задачи

Прокатный завод выпускает однородную продукцию и имеет 3 конвейера (ТП) с разной технологией обработки. На производство тратится 2 вида ресурсов: капиталовложения и трудовые ресурсы. Производительность первого конвейера составляет 120, второго – 150, третьего – 160. На первом конвейере затраты трудовых ресурсов составляют 6 чел./млн.д.е, на втором – 10, на третьем – 16. Собственные фонды составляют 40 млн.д.е, трудовые ресурсы – 360 человек. Амортизационные отчисления составляют 20%, кредит от собственных фондов – 50%, возврат кредита – 15%. Истинная цена продукции имеет следующий вид:

$$p_0(Q) = \begin{cases} 0{,}012 + \dfrac{0}{Q}, Q \in [0{,}1] \\ 0{,}011 + \dfrac{0{,}001}{Q}, Q \in [1{,}2] \\ 0{,}01 + \dfrac{0{,}003}{Q}, Q \in [2{,}3] \\ 0{,}009 + \dfrac{0{,}006}{Q}, Q \in [3{,}4] \\ 0{,}008 + \dfrac{0{,}01}{Q}, Q \in [4{,}5] \end{cases}$$

Если выпуск получается больше, чем указанные значения, то полагаем, что на него установится цена наибольшего известного выпуска.

Изменение заработной платы в зависимости от количества вовлеченных в производство работников приведено в таблице 1:

Таблица 1: Изменение заработной платы в зависимости от количества вовлеченных в производство работников

Количество работников L (чел)	0	72	144	216	288	360
Заработная плата, p_l (млн д.е.)	0,0013	0,0015	0,0017	0,0019	0,0021	0,0023

Определить оптимальный выпуск, количество трудовых ресурсов и капиталовложений, при которых прибыль будет максимальна.

5.2 Результаты решения

Для получения решения была использована теория, описанная несколькими главами ранее, и некоторые команды, встроенные в язык MatLab специальными пакетами. Код, представленные для решения задачи, поставленной в пункте 5.1, приведён в Приложении А. Результаты можем наблюдать ниже:

```
Оптимальное решение:
u1 = 0
u2 = 0
u3 = 4.000000e+01
R = w0 = 640
C = sum of w_i = 6.121000e+01
Q = 6400
```

Рисунок 11. Результаты решения задачи из пункта 5.1

По результатам решения отправляем капиталовложения на третье производство. Доход при этом составит 640 миллионов денежных единиц. Расходы в свою очередь составят 61,12 миллионов денежных единиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе написания дипломной работы были исследованы такие понятия, как производственная функция, производственная функция задачи анализа способов производственной деятельности, выбранная, во-первых, в силу своей негладкости, а во-вторых, в силу малого распространения и изученности в экономической теории.

Для общего понимания задача фирмы была сформулирована в неоклассической постановке. В дальнейшем ПФ ЗАСПД была рассмотрена именно в такой постановке, что позволило вывести формулы для нахождения решения в условиях несовершенной конкуренции.

Были исследованы понятия монополии и монопсонии, которые внесли свои коррективы в формулировку задачи.

В новых условиях была рассмотрена специальная функция цены, которая в дальнейшем рассматривалась не только в контексте задачи фирмы, но и в контексте модели дуополии Курно. Была исследована модель Курно и её применение в условиях монополии и дуополии. Базируясь на этой теории, получено аналитическое решение задачи для аналога модели Курно с кусочно-линейной функцией цены, для которой написана программная реализация (см. Приложение А).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Альсевич, В. В. Введение в математическую экономику. Конструктивная теория: Учебное пособие / В.В. Альсевич. – М.: ЛЕНАНД, 2021. – 200 с.
2. Альсевич, В.В. Негладкая дуополия / В.В. Альсевич // Анализ, моделирование, управление экономических систем: Сб. науч. трудов XII Междунар. школы-симпоз. АМУР-2018, Симферополь-Судак, 14-27 сентября 2018. – Симферопль: ИП Корниенко А.А, 2018. – С. 11–17.
3. Черемных, Ю.Н. Микроэкономика. Продвинутый уровень / Ю.Н. Черемных. — М.: ИНФРА-М, 2008. — 844 с.
4. Альсевич, В.В. Стратегия Курно для фирм с производственными функциями в задачах анализа способов производственной деятельности / В.В. Альсевич, Л.А. Альсевич // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. науч. тр. / Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь, 2018. Вып. 12. – С. 98 – 107.
5. Хайман, Д. Н. Современная микроэкономика: анализ и применение: в 2 т. / Д. Н. Хайман. – М.: Финансы и статистика, 2002. – Т. 2. – 375 с.
6. Методы оптимизации / Р. Габасов [и др.] – Минск: «Четыре четверти», 2011. – 472 с.
7. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М.: Айрис-пресс, 2002. – 553 с.
8. Аллен, Р. Математическая экономия / Р. Аллен. – М.: ИЛ, 1963. – 670 с.
9. Терехов, Л.Л. Производственные функции / Л. Л. Терехов. – М.: Статистика, 1974. – 127 с.
10. Гальперин, В.М. Микроэкономика: учебник для студ. Вузов: в 3-х т./ В.М. Гальперин, С.М. Игнатьев С.М, В.И. Моргунов; общая редакция В.М. Гальперина – СПб: Экономическая школа ГУ ВШЭ, 1999. – Т. 2. – 497 с.
11. Васин, А.А. Теория игр и модели математической экономики / А.А. Васин, В.В. Морозов – М.: МАКС Пресс, 2005. – 272 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

```
clc
clear all

n = 3; % количество ТП
m = 2; % количество видов затрат
Q = 5; %число (объем выпуска)
K = 40; %сообственные фонды
i = 0; %инвестиции
a = 0.2; %процент амортизации
k = 0.5; %процент кредита от всех фондов
r = 0.15;%процент возврата кредита
p_K =(i+a*(1+k)+k*r)/(1+k);%цена на фиксированный фактор
L = 360; % количество рабочих
h = 1; %шаг при изменении цены
h1 = 72;

Q_zavis = 0:h:Q; %вектор для определения цены и зависимости стоимости продукции в моно-
полии
k_i_x = 0:h1:360; %количество промежутков изменения цен на затраты

q = [120; 150; 160]; %qu = Q
d = [1; 1; 1]; %du <= x~ (x\x-)
x_fiks = K; % фиксированный x
A = [6 10 16]; %матрица затрат

p0 = 0.000001*[12; 11; 10; 9; 8; 7]; % вектор цен на продукцию в монополии
p = 0.001*[13; 15; 17; 19; 21; 23]; %измение зарплат, как цен на фактор, в монопсонии

alpha_s = zeros(length(Q_zavis)-1, 1);
for s = 2:length(alpha_s)
    alpha_s(s) = alpha_s(s-1)+(p0(s-1) - p0(s))*Q_zavis(s);
end

betta_s = zeros(length(k_i_x)-1, m-1);
for s = 1:(m-1)
    for  i = 2:(length(k_i_x)-1)
        betta_s(i,s) = betta_s(i-1, s) + (p(i, s) - p(i-1,s))*k_i_x(i);
    end
end

%матрица ограничений
P0 = p0;
P0(end, :) = [];
P = p;
P(end, :) = [];
W = -ones(length(k_i_x)-1,1);

A_ogran = [zeros(length(alpha_s),n), zeros(length(alpha_s),m-1),
ones(length(alpha_s),1), zeros(length(alpha_s),m-1), -P0;
           zeros(length(k_i_x)-1,n), P, zeros(length(k_i_x)-1,1), W, ze-
ros(length(k_i_x)-1,1);
           A, -eye(m-1), zeros(m-1,1), zeros(m-1), zeros(m-1,1);
           d', zeros(1,m-1), 0, zeros(1,m-1), 0;
    ];
A_ogran_eq = [-q', zeros(1,m-1), 0, zeros(1,m-1),1];
b_ogran = [alpha_s; betta_s; zeros(m-1,1); x_fiks];
b_ogran_eq = 0;
c_lp = [zeros(1,n), zeros(1, m-1), 1, -1*(ones(m-1,1)),0];
dn = zeros(n+m-1+m-1+1+1,1);
dv = Inf(n+m-1+m-1+1+1,1);
```

```
[u_opt, J_opt] = linprog(-c_lp, A_ogran, b_ogran, A_ogran_eq, b_ogran_eq, ...
    dn, dv);
J_opt = -J_opt;

fprintf('Оптимальное решение:\n');
fprintf('u1 = %d\n', u_opt(1));
fprintf('u2 = %d\n', u_opt(2));
fprintf('u3 = %d\n', u_opt(3));
fprintf('R = w0 = %d\n', u_opt(4));
fprintf('C = sum of w_i = %d\n', u_opt(5)+ p_K*x_fiks);
fprintf('Q = %d\n', u_opt(7));
```