

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям



О.Г. Прохоренко

Регистрационный № УД – 1205/м.

Finite Element Method

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

**7-06-0533-06 Mechanics and Mathematical Modelling
Profiling: Theoretical and Applied Mechanics**

Минск, 2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 7-06-0533-06-2023, примерного учебного плана, регистрационный № 7-06-05-017/пр. от 18.01.2023 г. и учебного плана № М54а-5.4-114/уч. от 11.04.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Мармыш Денис Евгеньевич – доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

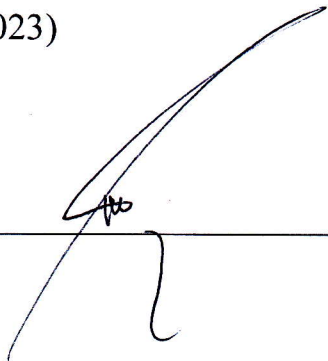
Желткович Андрей Евгеньевич – доцент кафедры «Прикладная механика» машиностроительного факультета Брестского государственного технического университета, кандидат технических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ
(протокол № 10 от 19.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Зав.кафедрой



М.А. Журавков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – создание базы для освоения основных идей и методов современной механики и математики, подготовка высококвалифицированных специалистов, способных ставить и решать задачи из различных областей науки и техники. Формирование установки на творческую профессиональную деятельность; развитие профессионального мышления, которое обеспечило бы будущему специалисту возможность свободно оперировать профессиональными знаниями, видеть проблемы и оптимальные пути их решения в самостоятельной практической деятельности.

Метод конечных элементов – один из основных курсов инженерной механики. По окончании курса студенты должны овладеть основными принципами и процедурами метода конечных элементов, базовым методом проектирования расчетных кодов конечных элементов и уметь выполнять структурный анализ с использованием программных средств конечных элементов.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление магистрантов с основными методами и техниками метода конечных элементов для решения прикладных задач механики;
- формирование навыков решения прикладных инженерных задач с использованием математических моделей механики;
- использование комплексного подхода к анализу напряженно-деформированного состояния моделируемого твердого тела.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Дисциплина «Finite Element Method» посвящена изучению физико-математических подходов, основанных на основных положениях механики, направленных на решение задач моделирования деформируемого твердого тела, численному описанию напряженно-деформированного состояния твердых тел, моделированию и анализу механического поведения при действии системы силовых нагрузок.

Учебная дисциплина входит в **модуль** «Numerical methods in modern mechanics» компонента учреждения образования.

Рассматриваются конкретные приложения и примеры решения задач механики моделирования деформируемого твердого тела, моделированию и анализу механического поведения при действии системы силовых нагрузок.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных **связей** и программ по дисциплинам: «Solid mechanics», «Continuum mechanics», «Modern numerical methods in mechanics», «Partial differential equations» и «Matrix and Numerical analysis».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Finite Element Method» должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции**:

SC-5. Develop and apply analytical, approximate and numerical methods and application packages to special sections of continuum mechanics.

В результате изучения дисциплины «Finite Element Method» магистрант должен:

знать:

– проблематику составления математических моделей и постановки граничных задач для описания напряженно-деформированного состояния моделируемого тела и системы тел;

уметь:

– уметь выполнять простой конечно-элементный анализ и, таким образом, развивать способность использовать метод конечных элементов;

– понимать текущее состояние и будущее развитие метода конечных элементов и программного обеспечения для анализа.

– составлять алгоритмы для решения систем алгебраических, дифференциальных, интегральных уравнений, описывающих механические процессы;

– получать аналитические решения для модельных задач и проводить анализ полученных результатов;

владеть:

– подходами к решению математических моделей основных задач механики.

– освоить основные принципы и расчетные процедуры метода конечных элементов и, таким образом, в дальнейшем освоить основные принципы и методы современной вычислительной механики;

– освоить базовый метод проектирования конечно-элементного кода и, таким образом, иметь возможность использовать конечные элементы и программировать простые конечно-элементные коды;

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается во 2-м семестре. Всего его на изучение учебной дисциплины «Finite Element Method» отведено:

– в очной форме получения углубленного высшего образования: 90 часов, в том числе 52 аудиторных часа, из них: лекции (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий, далее: ДОТ) – 18 часов, лабораторные занятия (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) – 34 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – зачёт.

SYLLABUS

Theme 1. Reviews of the basics of the Mechanics of Elasticity

Fundamental assumptions of the finite element methods. Three main types of equations in Elasticity. Plane stress/strain problems.

Theme 2. Theoretical basis of the finite element method

Theoretical basis of the finite element method, i.e., master the weighted residual method and the variation principle. Principle of virtual work, i.e., the virtual displacement/stress principle. Manually solve the differential equations using the introduced methods.

Theme 3. Finite element analysis on bar element

Finite element analysis procedures on bar element. Properties of the shape function and stiffness matrix of bar element. Coordinate transformation for a bar in the 2D space.

Theme 4. Finite element analysis on beam element

Finite element analysis procedures on beam element. Equivalent nodal forces for beam element. Coordinate transformation for the beam element.

Theme 5. Finite element analysis on triangular element

Finite element analysis procedures on triangular element. Area, coordinate and the shape functions of the triangular element. Properties of the global stiffness matrix of triangular element. Equivalent nodal forces for the triangular element.

Theme 6. Finite element analysis on rectangular element

Finite element analysis procedures on rectangular element. Properties of the shape function of the rectangular element. Iso-parametric elements. Commonly-used numerical integration methods, the Gauss method.

Theme 7. Finite element analysis on 3D Lagrange elements

Finite element analysis procedures on 3D Lagrange elements. Shape functions and displacement field function for any 3D Lagrange element. Concepts of mesh convergence, Gauss points, etc.

Theme 8. Finite element analysis on high order elements

Shape functions and displacement field function for any high order Lagrange element. Concepts of Lagrange element, the convergence, the accuracy, etc. Definitions of compatible element, the incompatible element, etc.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения углубленного высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия: перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное	Количество часов УСП	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Reviews of the basics of the Mechanics of Elasticity Fundamental assumptions of the finite element methods. Three main types of equations in Elasticity. Plane stress/strain problems	4						Вопросы для само-проверки, устный опрос
2	Theoretical basis of the finite element method Theoretical basis of the finite element method, i.e., master the weighted residual method and the variation principle. Principle of virtual work, i.e., the virtual displacement/stress principle. Manually solve the differential equations using the introduced methods.	2						Вопросы для само-проверки, устный опрос
3	Finite element analysis on bar element Finite element analysis procedures on bar element. Properties of the shape function and stiffness matrix of bar element. Coordinate transformation for a bar in the 2D space.	2			6			Вопросы для само-проверки, устный опрос, отчет по лабораторной работе с устной защитой
4	Finite element analysis on beam element Finite element analysis procedures on beam element. Equivalent nodal forces for beam element. Coordinate transformation for the beam element.	2			6			Вопросы для само-проверки, устный

							опрос, отчет по лабораторной работе с устной защитой
5	Finite element analysis on triangular element Finite element analysis procedures on triangular element. Area, coordinate and the shape functions of the triangular element. Properties of the global stiffness matrix of triangular element. Equivalent nodal forces for the triangular element.	2			6		Вопросы для самопроверки, устный опрос, отчет по лабораторной работе с устной защитой
6	Finite element analysis on rectangular element Finite element analysis procedures on rectangular element. Properties of the shape function of the rectangular element. Iso-parametric elements. Commonly-used numerical integration methods, the Gauss method.	2			6		Вопросы для самопроверки, устный опрос, отчет по лабораторной работе с устной защитой
7	Finite element analysis on 3D Lagrange elements Finite element analysis procedures on 3D Lagrange elements. Shape functions and displacement field function for any 3D Lagrange element. Concepts of mesh convergence, Gauss points, etc.	2			6		Вопросы для самопроверки, устный опрос, отчет по лабораторной работе с устной защитой
8	Finite element analysis on high order elements Shape functions and displacement field function for any high order Lagrange element. Concepts of Lagrange element, the convergence, the accuracy, etc. Definitions of compatible element, the incompatible element, etc.	2			4		Вопросы для самопроверки, устный опрос, отчет по лабораторной работе с устной защитой
	Bcero	18			34		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Lyu Y.* Finite Element Method Element Solutions. – Springer, 2022. – 191 p.
2. *Hutton D.V.* Fundamentals of finite element analysis, 1st ed. – McGraw-Hill, 2004. – 488 p.
3. *Seshu P.* Textbook of Finite Element Analysis. PHI Learning Private Limited, 2003. – 330 p.
4. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.* The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Sixth edition. Elsevier Butterworth Heinemann, 2005. – 719 p.
5. *Podgórski J.* The Finite Element Method. European Funds, Knowledge Education Department. 2018. – 179 p.

Перечень дополнительной литературы

1. *Ochsner A., Merkel M.* One-dimensional finite elements. An introduction to the FE method, 2nd ed. – Springer, 2018. – 418 p.
2. *Zohdi T.* A finite element primer for beginners. The basics, 2nd ed. – Springer, 2018. – 135 p.
3. *Ferreira A.J.M.* Matlab codes for finite element analysis. Solids and structures. – Springer, 2009. – 235 p.
4. *Kassimali A.* Matrix analysis of structures, 2nd ed. – Cengage Learning, 2012. – 643 p.
5. *Meirovitch L.* Computational methods in structural dynamics. – Sijthoff and Noordhoff, 1980. – 439 p.
6. *Ghaboussi J., Wu X.S.* Numerical methods in computational mechanics. – CRC Press, 2017. – 313 p.
7. *Moaveni S.* Finite Element Analysis. Theory and application with ANSYS. – Prentice Hall, NJ, 1999. – 527 p.
8. *Chang K.-H.* Product Design Modeling using CAD/CAE, Academic Press, 2014. – 438 p.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций магистрантов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений магистрантов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Finite Element Method» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- вопросы для самопроверки;
- устный опрос;
- отчеты по лабораторным работам.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Для магистрантов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную отметку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Finite Element Method» учебным планом предусмотрен **зачет**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний магистранта, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- ответы на устный опрос – 20 %;
- отчет по лабораторной работе – 80 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 40 % и отметки на зачете – 60 %.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

Примерная тематика лабораторных занятий

Занятие 1. (theme 3) Finite element analysis of the uniform bar with constant cross section.

Занятие 2. (theme 4) Finite element analysis of the uniform simply supported and clamped beams.

Занятие 3. (theme 5) Numerical analysis of the rigid body in plane stress state using triangular finite elements.

Занятие 4. (theme 6) Numerical analysis of the rigid body in plane stress state using rectangular finite elements.

Занятие 5. (theme 7) Shape functions for 3D Lagrange elements.

Занятие 4. (theme 8) Mesh generation and convergence analysis.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

1. Самостоятельная работа в процессе работы с литературой.

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания.

Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу.

Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

2. Самостоятельная работа по составлению конспекта.

1. Соберите литературу по теме. Изучите тот источник, где она изложена наиболее полно и на современном уровне.

2. По этому источнику составьте подробный план с указанием страниц книги, относящихся к определенному пункту плана.

3. Изучите другие источники. Если в них встречается материал по уже имеющемуся пункту плана, запишите в плане и новый источник с указанием страниц. Если же в другом источнике материал раскрывает тему с другой стороны, добавьте еще пункт плана.

4. Проанализировав всю литературу, собранную по теме, вы получите окончательный план, по которому можно писать конспект, объединяя по пунктам материал из разных источников.

5. Отредактируйте составленный вами конспект, внимательно прочтите его и подумайте: - удовлетворяет ли вас его общий план; - хорошо ли воспринимается смысловая, логическая связь между отдельными элементами содержания; - удачно ли использованы цитаты, правильно ли установлена связь между оборотами речи и фразами; - верно ли поставлены знаки препинания в цитатах.

3. Подготовка к лабораторным занятиям

Назначение лабораторных занятий - углубление и проработка теоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов магистратуры на всем протяжении изучения учебной дисциплины. Непосредственное проведение лабораторного занятия предполагает: решение задач и упражнений по образцу; проведение анализа результатов; систематизацию материала и подготовка отчета о проведенной работе.

Инструкция:

Изучите нормативные документы, обязательную и дополнительную литературу по рассматриваемому вопросу.

Прочтите конспект лекции по теме.

Внимательно изучите порядок выполнения индивидуальной практической работы или алгоритм, представленный преподавателем.

4. Подготовка к зачету

Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.

Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.

Постарайтесь разобраться с непонятными, в частности новыми терминами. Часто незнание терминологии мешает студентам воспринимать материал на занятиях на должном уровне.

Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике.

Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами».

Заучите «рабочие определения» основных понятий, законов.

Освоив теоретический материал, приступайте к выполнению заданий, упражнений; решению задач, расчетов по индивидуальным заданиям и т.д.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Weighted residual methods. Numerate and give the definition.
2. Essence of Collocation method. Give the definition.
3. Essence of Least squares method. Give the definition.
4. Essence of Galerkin method. Give the definition.
5. Essence of Variational principle. Give the definition.
6. Essence of Virtual displacement principle. Give the definition.
7. Essence of Virtual stress principle. Give the definition.
8. Essence of Least potential energy. Give the definition.
9. Essence of Least complementary energy principle. Give the definition.
10. Notify the finite element analysis procedure for bar element.
11. What is Discretization?
12. Displacement formulation for bar element.
13. What is it Boundary conditions. Give the definition. Examples.
14. Strain formulation for bar element. Give the definition.
15. Stress formulation for bar element. Give the definition.
16. Potential energy formulation for bar element. Give the definition.
17. Shape function for bar element and it properties.
18. Stiffness matrix for bar element and it properties.
19. Coordinate transformation of bar element.
20. Notify the FEA procedure for beam element.
21. Elemental equivalent nodal forces for beam element. Give the definition.
22. Coordinate transformation of beam element. Give the example.
23. Treatment of boundary condition for beam element.
24. Displacement formulation for beam element.
25. Strain formulation for beam element. Give the definition.
26. Stress formulation for beam element. Give the definition.
27. Potential energy formulation for beam element. Give the definition.
28. Shape function for beam element and it properties.
29. Stiffness matrix for beam element and it properties.
30. Elemental equivalent nodal forces for beam element. Give the definition.
31. Effect of numbering on assembled (global) stiffness matrix for beam element.
32. Stiffness equation in the global system. Give the definition and example.
33. FEM procedure using triangular element.
34. Shape function of triangular element. Give the definition.
35. Global stiffness matrix of triangular element. Give the definition.
36. Equivalent nodal forces of triangular element. Give the definition.
37. Notify the FEM procedure for triangular element.
38. Displacement field formulation for triangular element.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Отсутствует			

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на _____ / _____ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № _____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

д-р физ.-мат. наук,

профессор

(степень, звание)

(подпись)

М.А. Журавков

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

д-р физ.-мат. наук,

профессор

(степень, звание)

(подпись)

С.М. Босяков

(И.О. Фамилия)