

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.А. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД- 12867/уч.

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности

1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)

А.Л. Глязов

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, учебного плана БГУ № G 31-1-018/уч. от 25.05.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

О.А. Ковнацкая, доцент кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И.С. Козловская, доцент кафедры компьютерных технологий и систем Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Г.Ч. Шушкевич, профессор кафедры современных технологий программирования Гродненского государственного университета имени Янки Купалы, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики (протокол № 11 от 28.06.2023);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой



А.Л. Гладков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Построение и анализ алгоритмов» знакомит студентов с основами разработки и анализа эффективных алгоритмов решения экстремальных комбинаторных задач. Наиболее интенсивно прикладные аспекты теории алгоритмов стали развиваться в середине XX века в связи с необходимостью исследования больших кибернетических систем с помощью ЭВМ. Поскольку эти системы отличаются огромным числом составляющих их элементов и связей между ними, то становится актуальным вопрос о построении эффективных алгоритмов их изучения. Главная задача учебной дисциплины – подготовка студентов к решению реальных производственных задач.

Учебная дисциплина начинается с декларации и объяснения необходимости оценок комбинаторных алгоритмов, принципов оценок алгоритмов.

В дальнейшем учебную дисциплину можно разделить на две части: приемы сведения сложных задач к последовательности более простых и эффективные приемы решения простых задач.

В учебной дисциплине рассматриваются различные структуры данных, необходимых для построения эффективных алгоритмов. Метод исчерпывающего поиска позволяет экономно анализировать информацию, содержащуюся в условиях задач.

В конце учебной дисциплины студенты знакомятся с введением в теорию NP-полноты.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – ознакомление студентов с наиболее часто используемыми комбинаторными алгоритмами, с основными идеями, методами и алгоритмическими стратегиями, что позволит подготовить их к решению реальных задач, возникающих на практике.

Задачи учебной дисциплины:

1. Изучение терминологии, основных утверждений и методов их доказательства.
2. Освоение приемов решения типовых задач.
3. Ознакомление со способами моделирования практических задач в терминах задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Дискретная математика и математическая кибернетика» компонента учреждения образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Для понимания дисциплины студенту требуются начальные сведения из следующих дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Дискретная математика и теория графов», а также «Теория булевых функций».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Построение и анализ алгоритмов» должно обеспечить формирование следующих универсальных, базовых профессиональных и специализированных компетенций:

***универсальные* компетенции:**

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации;

УК-2. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий;

УК-5. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности;

***базовые профессиональные* компетенции:**

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира;

БПК-3. Применять современные компьютерные математические системы для проведения вычислительного (компьютерного) эксперимента;

БПК-6. Применять основные понятия информатики, базовые конструкции языков программирования, технологии объектно-ориентированного программирования для реализации алгоритмических прикладных задач и разработки веб-проектов;

***специализированные* компетенции:**

СК-5. Применять основные понятия, утверждения и методы решения базовых задач дискретной математики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

принципы оценки комбинаторных алгоритмов;

наиболее распространенные оценки алгоритмов;

структуры данных, используемые при оценке алгоритмов;

приемы исчерпывающего поиска;

приемы декомпозиции;

понятия полиномиальной разрешимой и NP-полной задач;

списки наиболее распространенных NP-полных задач;

уметь:

определять трудоемкость алгоритмов;

применять структуры данных для построения алгоритмов;

использовать поиск с возвратом для построения алгоритмов;

использовать принцип «разделяй и властвуй» для декомпозиции задач;

владеть:

методами для создания и реализации структур данных; методами оценки трудоемкости алгоритмов; подходами к решению алгоритмических задач на основе известных алгоритмических стратегий.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Построение и анализ алгоритмов» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 54 аудиторных часа, из них: лекции – 30 часов, практические занятия – 20 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение. Принципы оценки комбинаторных алгоритмов

Предмет теории алгоритмов, его связь с дискретной математикой, математической кибернетикой и программированием. Необходимость оценки алгоритмов. Принципы оценки комбинаторных алгоритмов с помощью времени работы универсальной вычислительной машины. Трудоемкость «в худшем», трудоемкость «в среднем», трудоемкость «почти всегда».

Тема 2. Простейшие структуры данных

Структуры данных; массив, список, очередь, стек. Последовательное и связное хранение списков. Операции над элементами структур. Хранение графов в памяти ЭВМ.

Тема 3. Алгоритмы сортировки

Сортировка с помощью сравнений. Теоремы о невозможности существования алгоритма сортировки с помощью сравнений в «худшем» и «в среднем» трудоемкостью лучше, чем $O(n \log_2 n)$. Сортировка вычерпыванием. Сортировка последовательностей. Определение изоморфизма корневых деревьев.

Сортирующее дерево. Построение дерева с помощью операций пересыпки. Использование дерева для сортировки. 2-3-дерево. Структуры, реализуемые с помощью 2-3-деревьев: словарь, очередь с приоритетом. Операции, выполнимые с помощью деревьев. Построение деревьев. Реализация алгоритма Краскала построения минимального остовного дерева с помощью деревьев. Реализация алгоритма Прима построения минимального остовного дерева.

Тема 4. Исчерпывающий поиск с возвращением

Схема исчерпывающего поиска с возвращением. Алгоритм поиска в глубину. Определение с помощью поиска двусвязных компонент и точек сочленения. Использование поиска для построения фундаментального множества циклов и множества всех циклов. Построение клик. Определение изоморфизма графов. Поиск в глубину в ориентированных графах.

Тема 5. Методы декомпозиции

Метод «разделяй и властвуй» и теоремы о его трудоемкости. Алгоритм Штрассена эффективного умножения матриц. Понятие о параллельных алгоритмах. Алгоритм Соллинга построения минимального остовного дерева.

Тема 6. Алгоритмы построения комбинаторных объектов

Построение комбинаторных объектов: перестановок, сочетаний, разбиений.

Тема 7. Понятие о классах P и NP

Список наиболее известных NP-полных задач.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела,	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение. Принципы оценки комбинаторных алгоритмов	2	2				2	опрос, индивидуальное задание, контрольная работа, письменный отчет
2	Простейшие структуры данных	2	4				2	опрос, индивидуальное задание, реализация алгоритма на некотором языке программирования на компьютере с обязательной устной защитой и оценкой трудоемкости
3	Алгоритмы сортировки	8	4					опрос, индивидуальное задание, коллоквиум
4	Исчерпывающий поиск с возвратом	10	4					опрос, индивидуальное задание
5	Методы декомпозиции	4	4					опрос, индивидуальное задание
6	Алгоритмы построения комбинаторных объектов	2	2					опрос, контрольная работа
7	Понятия о классах P и NP	2						опрос, коллоквиум
	ИТОГО	30	20				4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Алгоритмы: построение и анализ : [пер. с англ.] / Томас Кормен [и др.]. - 3-е изд. - Москва ; Санкт-Петербург : Вильямс, 2018. - 1323 с.
2. Котов, В. М. Теория алгоритмов. Организация перебора и приближенные алгоритмы : учебно-методическое пособие для студ. учреждений высшего образования, обуч. по спец. "Информатика" / В. М. Котов, Е. П. Соболевская, Г. П. Волчкова ; БГУ. - Минск : БГУ, 2022. - 151 с.
3. Павлов, Л. А. Структуры и алгоритмы обработки данных : учебник / Л. А. Павлов, Н. В. Первова. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2020. - 254 с. - По ссылке доступна электронная версия издания 2021 г. - URL: <https://reader.lanbook.com/book/156929>.
4. Сборник задач по теории алгоритмов. Структуры данных : учебно-методическое пособие для студ. учреждений высшего образования / [С. А. Соболев и др.] ; БГУ. - Минск : БГУ, 2020. - 159 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/255033>.

Перечень дополнительной литературы

1. Котов, В.М. Алгоритмы и структуры данных: учеб. пособие / В.М. Котов, Е.П. Соболевская, А.А. Толстикова. – Минск : БГУ, 2011. – 267 с. – (Классическое университетское издание).
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979.
3. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. М.: Мир, 1980.
4. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Структуры данных и алгоритмы. М.: Вильямс, 2000.
5. Гудман С., Хидетниemi С. Введение в разработку и анализ алгоритмов. М.: Мир, 1981.
6. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т.1-3. М.: Мир, 1976-1977.
7. Котов В. М., Соболевская У. П. Разработка и анализ алгоритмов. Теория и практика. Минск: БГУ, 2009.
8. Мельников О. И. Обучение дискретной математике. М.: Либрокон, 2008.
9. Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990; М.: Либроком, 2009.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать индивидуальные задания по темам дисциплины, устные опросы, контрольную работу, коллоквиум, письменный отчет, реализацию алгоритма на некотором языке программирования на компьютере с обязательной устной защитой и оценкой трудоемкости. Индивидуальные задания выполняются студентами на практических занятиях в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. При приеме задания преподаватель проверяет правильность его выполнения, а также знание теоретического материала по теме задания. В случае неявки на занятие студент по согласованию с преподавателем должен выполнить задание в дополнительное время. Студент, не выполнивший индивидуальные задания, не допускается к экзамену.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов» учебным планом предусмотрен **экзамен**

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Отметка текущей аттестации рассчитывается как среднеарифметическая величина отметок за каждое из индивидуальных заданий.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей аттестации составляет 30 %, экзаменационной отметки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение. Принципы оценки комбинаторных алгоритмов. (2ч.)

Решить следующее рекуррентное уравнение.

$$1. \begin{cases} T(n) = 3T(n-1) - 15, & n \geq 2, \\ T(1) = 8. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} T(n) = T(n-1) + n - 1, & n \geq 2, \\ T(1) = 3. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} T(n) = 2T(n-2) - 15, & n > 2, \\ T(2) = 40, \\ T(1) = 40. \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} T(n) = T(n-2) + a, & a > 0, n > 2, \\ T(1) = C_1, \\ T(2) = C_2. \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} T(n) = 4 \cdot T(n/2) - 1, & n = 2^k, k \geq 1, \\ T(4) = 5. \end{cases}$$
6.
$$\begin{cases} T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log_2 n, & n = x^{2^k}, k \geq 1, \\ T(x) = 0. \end{cases}$$

Форма контроля – письменный отчет.

Тема 2. Простейшие структуры данных. (2ч.)

Примерный перечень вопросов:

1. Простейшие структуры данных.
2. Абстрактные типы данных.
3. Хеширование.
4. Структуры данных для решения задач на интервалах.
5. Специальные структуры данных.
6. Бинарный поиск.

Форма контроля – реализация алгоритма на некотором языке программирования на компьютере с обязательной устной защитой и оценкой трудоемкости.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы предусмотрено наличие методических указаний, электронных учебно-методических комплексов (учебная программа, конспект лекций, методические указания и задания для самостоятельных и практических работ), в том числе представленных на

образовательном портале, конкретных электронных информационных ресурсов, исходя из специфики организации самостоятельной работы по учебной дисциплине.

Управляемая самостоятельная работа (консультационно-методическая поддержка и контроль) может проводиться в форме аудиторных занятий или осуществляться в дистанционной форме и обеспечиваться средствами образовательного портала БГУ (LMS Moodle).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные понятия и определения. Трудоемкость алгоритма.
2. Рекуррентные уравнения и основные методы их решения.
3. Алгоритмы сортировки. Быстрая сортировка. Сортировка слиянием. Сложность задачи сортировки.
4. Элементарные структуры данных: массивы, списки, стеки, очереди.
5. Алгоритм сжатия информации Хаффмена.
6. Бинарные кучи.
7. Биномиальные кучи.
8. Кучи Фибоначчи.
9. Графы. Основные определения и структуры данных для представления графов.
10. Поиск в глубину и его применения.
11. Поиск в ширину и его применения.
12. Алгоритмы построения кратчайших маршрутов в графе: алгоритм Форда-Беллмана, алгоритм Дейкстры, алгоритм Флойда-Варшалла.
13. Различные подходы к программной реализации алгоритма Дейкстры и их трудоемкость.
14. Эйлеров цикл.
15. Максимальный поток в сети и его приложения.
16. Паросочетания в двудольных графах.
17. Алгоритмы построения минимального остовного дерева графа.
18. Бинарные поисковые деревья.
19. Хеширование.
20. Алгоритмические стратегии: метод «разделяй и властвуй», динамическое программирование.
21. Организация перебора.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
отсутствует			

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
