

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА СВЯЗАННЫХ ВОЛН ДЛЯ РАСЧЕТА ДИФРАКЦИОННЫХ СПЕКТРОВ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТОК СО СЛОЖНЫМ ПРОФИЛЕМ

А.С. Мигель, С.В. Малый

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
E-mail: anton.migel.99@mail.ru

В работе рассматривается возможность применения метода связанных волн для расчета дифракционного спектра периодической решетки, в виде границы раздела между двумя средами с различными электромагнитными параметрами, профиль которой описывается сложной одномерной функцией. Исследована зависимость точности моделирования от параметров алгоритма, реализующего метод связанных волн.

Ключевые слова: периодическая решетка; дифракционный спектр; метод связанных волн.

Введение. Периодические решетки широко применяются в метрологических системах оптического, инфракрасного и микроволнового диапазонов [1]. Это обусловлено возможностью использования спектра рассеянных на решетке электромагнитных волн в качестве дескриптора ее структуры и материального состава.

Для решения задач дифракции плоских электромагнитных волн на периодических решетках разработаны различные методы, алгоритмы и программы. Среди них можно выделить:

– *универсальные*, основанные на прямом трехмерном или двухмерном моделировании рассеянии электромагнитных волн на периодических решетках (методы конечных разностей во временной области, конечных элементов (МКЭ), конечных интегралов, минимальных автономных блоков [2]);

– *специализированные*, предназначенные для расчета рассеяния электромагнитных волн на решетках (методы связанных волн (МСВ) [3] и Шандезона [4]).

Достоинством первой группы методов является их универсальность. К недостаткам можно отнести высокие требования к вычислительным ресурсам при моделировании большого количества распространяющихся пространственных гармоник. Специализированные методы потенциально обладают большей вычислительной эффективностью, которая зависит от сложности внутренней структуры решеток.

Целью настоящей работы являлось исследование возможности применения метода связанных волн для расчета дифракционного спектра пе-

риодической решетки, в виде границы раздела между двумя средами с различными электромагнитными параметрами, профиль которой описывается сложной одномерной функцией.

Физическая постановка задачи. Рассмотрим взаимодействие плоской линейно поляризованной электромагнитной волны с линейной периодической решеткой в виде границы раздела двух сред, профиль которой описывается сложной функцией одной переменной, как показано на рис. 1. Решетка является бесконечной и периодической вдоль оси x с периодом d . Ось z перпендикулярна плоскости решетки. Для существования распространяющихся гармоник отраженного и прошедшего полей, материалы в соответствующих областях не должны иметь потерь.

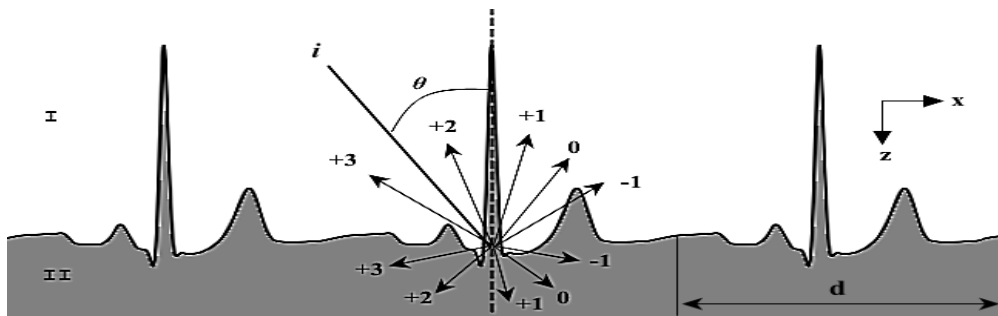


Рис. 1. Геометрия периодической решетки в виде границы раздела двух сред, профиль которой описывается сложной функцией одной переменной

Пусть на решетку из внешней среды под заданным углом θ к оси z падает плоская волна единичной амплитуды ТМ-поляризации (вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости падения) с длиной волны λ (направление $\langle i \rangle$ на рис.1). При взаимодействии падающей волны с решеткой происходит дифракция волны на границе раздела сред и формирование конечного числа пространственных гармоник (дифракционных порядков). Для решения задачи используется метод связанных волн.

Результаты моделирования. При использовании метода связанных волн для расчета электромагнитных свойств периодических решеток на точность моделирования оказывают наибольшее влияние количество учитываемых гармоник и количество слоев, описывающих структуру периода. Для оценки точности расчета дифракционного спектра в качестве тестовых значений будут использоваться результаты, полученные с использованием метода конечных элементов и определяемые из условия сходимости решения до 5-го знака.

Пусть профиль периодической решетки описывается функцией вида

$$f(x) = \varphi + \sum_{i=1}^3 A_i \cdot (20 \cdot x - m_i)^2 \cdot \exp(-(20 \cdot x - m_i - \Delta)^2/2), \quad (1)$$

где $\varphi=0,3384$, $\Delta=1$, $A_1=0,0844$, $A_2=0,2815$, $A_3=0,1407$, $m_1=5$, $m_2=11$, $m_3=14$.

На рис. 2 представлен профиль, описываемый выражением (1).

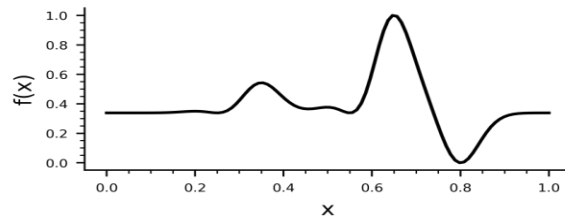


Рис. 2. Профиль периодической решетки

В таблице представлены результаты расчета спектра дифракционных гармоник для различного числа слоев и количества учитываемых гармоник. Нормально падающая на решетку волна имеет ТМ-поляризацию, а граница раздела описывается выражением (1). Длина волны $\lambda=1,0$ мкм. Отношение периода и (высоты) решетки к длине волны равнялось 2,0. Верхнее полупространство – воздух, а нижнее заполнено материалом с диэлектрической проницаемостью равной 2,25.

Спектр дифракционных гармоник, рассчитанный МСВ и МКЭ

Порядок	МСВ						МКЭ
	N=5	N=25	N=50	N=125	N=300	N=500	
Количество учтенных гармоник: 5							
R ₋₁	0,00124	0,00189	0,00201	0,00142	0,00154	0,00152	0,00154
R ₀	0,00948	0,00487	0,00551	0,00541	0,00539	0,00537	0,00533
R ₁	0,0054	0,00368	0,00218	0,00294	0,00284	0,00287	0,00273
T ₋₂	0,04167	0,00585	0,00393	0,00432	0,00429	0,0042	0,00285
T ₋₁	0,02397	0,05774	0,06071	0,05833	0,05935	0,05931	0,06265
T ₀	0,75196	0,76757	0,76253	0,76744	0,76503	0,76519	0,75311
T ₁	0,12733	0,11621	0,11602	0,11238	0,11354	0,11325	0,12283
T ₂	0,03893	0,04219	0,04711	0,04777	0,04801	0,04829	0,04897
Время, с	0,3	0,4	0,6	1,2	1,8	2	30
Количество учтенных гармоник: 25							
R ₋₁	0,00118	0,00184	0,00197	0,00139	0,00152	0,00150	0,00154
R ₀	0,00866	0,00491	0,00542	0,00532	0,00530	0,00526	0,00533
R ₁	0,00573	0,00353	0,00229	0,00296	0,00287	0,00290	0,00273
T ₋₂	0,04075	0,00470	0,00278	0,00327	0,00325	0,00318	0,00285
T ₋₁	0,02771	0,05962	0,06232	0,06014	0,06116	0,06109	0,06265
T ₀	0,73793	0,75937	0,75437	0,75891	0,75653	0,75674	0,75311
T ₁	0,13905	0,12391	0,12286	0,11954	0,12065	0,12035	0,12283
T ₂	0,03900	0,04212	0,04799	0,04846	0,04873	0,04897	0,04897
Время, с	0,5	0,75	1	2	5,5	13	30
Количество учтенных гармоник: 50							
R ₋₁	0,00118	0,00183	0,00196	0,0014	0,00152	0,00151	0,00154
R ₀	0,00866	0,00493	0,00545	0,00532	0,00531	0,00528	0,00533
R ₁	0,00573	0,00353	0,00229	0,00294	0,00285	0,00288	0,00273

Порядок	МСВ						МКЭ
	N=5	N=25	N=50	N=125	N=300	N=500	
T ₋₂	0,04074	0,00465	0,00269	0,00316	0,00315	0,00308	0,00285
T ₋₁	0,02775	0,05969	0,06242	0,06022	0,06124	0,06117	0,06265
T ₀	0,73776	0,75911	0,75381	0,75852	0,75614	0,75637	0,75311
T ₁	0,13918	0,12415	0,12346	0,12014	0,12123	0,12091	0,12283
T ₂	0,03901	0,04210	0,04793	0,04829	0,04857	0,04881	0,04897
Время, с	1	2	3	8	20	44	30
Количество учтенных гармоник: 125							
R ₋₁	0,00117	0,00183	0,00196	0,0014	0,00153	0,00151	0,00154
R ₀	0,00866	0,00493	0,00545	0,00533	0,00532	0,00529	0,00533
R ₁	0,00573	0,00353	0,00228	0,00294	0,00283	0,00286	0,00273
T ₋₂	0,04074	0,00465	0,00268	0,00311	0,00308	0,00302	0,00285
T ₋₁	0,02776	0,05970	0,06243	0,06026	0,06129	0,06122	0,06265
T ₀	0,73775	0,75908	0,75375	0,75832	0,7559	0,75612	0,75311
T ₁	0,13918	0,12420	0,12351	0,12045	0,12159	0,12126	0,12283
T ₂	0,03901	0,04209	0,04792	0,04819	0,04846	0,04872	0,04897
Время, с	3,5	10,4	19	57	160	324	30

Из анализа представленных результатов следует:

- при фиксированном количестве учитываемых гармоник увеличение числа слоев обеспечивает уменьшение погрешности расчета спектра;
- вычислительные затраты на расчет дифракционного спектра в большей степени зависят от количества гармоник, чем от количества слоев;
- количество слоев определяет точность аппроксимации границы раздела (периода решетки).

Заключение. Метод связанных волн может использоваться для расчета спектра распространяющихся пространственных гармоник при рассеянии плоской электромагнитной волны на границе раздела сред, имеющий вид сложной функции одной переменной. Исследование периодических решеток и эффективности применяемых методов, проводилось при финансовой поддержке БРФФИ (проект № Ф23М-043).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Palmer Ch.* Diffraction Grating Handbook // Richardson Grating Laboratory, New York, eighth edition, 2020.
2. *Малый С. В., Рудницкий А. С.* Методика усредненной матрицы рассеяния в задачах дифракции электромагнитных волн на периодических решетках из металлодиэлектрических лент // Вестник БГУ. 2011. № 2. С. 23-26.
3. *Moharam M. G., Gaylord T. K.* Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction // J. Opt. Soc. Am. 1981. № 71. P. 811 – 818.
4. *Chandezon J., Maystre D., Raoult G.* A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application // J. Opt. (Paris) 1980. № 11. P. 235-241.