

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра функционального анализа и аналитической экономики

ЁЖИКОВА

Майя Денисовна

Аннотация к магистерской диссертации

ТОПОЛОГИИ НА ГРАДУИРОВАННЫХ МНОЖЕСТВАХ

Научный руководитель

Доктор физико-
математических наук,

профессор, А.Б. Антонец

Минск, 2024

Аннотация

Дипломная работа содержит: 37 страниц, 18 литературных источников.

Ключевые слова: ГРАДУИРОВАННОЕ МНОЖЕСТВО, НЕАРХИМЕДОВА МЕТРИКА, SHARP-ТОПОЛОГИЯ, ГРАДУИРОВАННАЯ ГРУППА, ГРАДУИРОВАННОЕ ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО, ПРОСТРАНСТВО ФОРМАЛЬНЫХ РЯДОВ, Р-АДИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ, СЛОЖЕНИЕ Р-АДИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ, ПОЛИНОМ ТЕЙЛОРА, АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СХОДИМОСТЬ, ПРОСТРАНСТВО БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ, ПРОСТРАНСТВО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, НЕСТАНДАРТНЫЙ АНАЛИЗ.

Объект исследования: градуированные пространства с различными типами алгебраических структур.

Предмет исследования: sharp-топология на рассматриваемых пространствах и её свойства.

Цель работы: изучить свойства пространств с градуировкой и топологических структур на этих пространствах, показать, что пространства и структуры такого типа встречаются в классических конструкциях из математического анализа, хотя часто это не указывается в явном виде.

Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

- 1) Изучить понятия и свойства градуированного множества, sharp-метрики на нём и порождённой ей топологии;
- 2) Рассмотреть, какими дополнительными свойствами обладает это топологическое пространство в случае, когда оно является группой или векторным пространством;
- 3) Рассмотреть пространство r -адических чисел в качестве примера градуированной группы;
- 4) Изучить отличия операции сложения в пространстве разложений действительных чисел от r -адического случая;
- 5) Рассмотреть пространство бесконечно-дифференцируемых на отрезке функций в качестве примера градуированного векторного пространства;
- 6) Изучить способы построения моделей пространств последовательностей, отражающие одновременно несколько их свойств, полезных для решения практических задач, построить наиболее оптимальную модель градуированного пространства на примере двоичных разложений действительных чисел, используя понятия нестандартного анализа.

Анатацыя

Дыпломная работа змяшчае: 37 старонак, 18 літаратурных крыніц.

Ключавыя словы: ГРАДУІРАВАННЕ МНОСТВА, НЕАРХІМЕДАВА МЕТРЫКА, SHARP-ТАПАЛОГІЯ, ГРАДУІРАВАННАЯ ГРУПА, ГРАДУІРАВАННАЯ ВЕКТАРНАЯ ПРАСТОРА, ПРАСТОРА ФАРМАЛЬНЫХ ШЭРАГАЎ, Р-АДЫЧНЫ АНАЛІЗ, СКЛАДАННЕ Р-АДЫЧНЫХ ЛІКАЎ, ПАЛНОМ ТЕЙЛАРА, АСІМПТАТЫЧНАЯ СЫХОДНАСЦЬ, ПРАСТОРА БЕСКАНЕЧНА МАЛЫХ, ПРАСТОРА ПАСЛЯДОЎНАСЦЯЎ, НЕСТАНДАРТНЫ АНАЛІЗ.

Аб'ект даследавання: градуіраваныя прасторы з рознымі тыпамі алгебраічных структур.

Прадмет даследавання: sharp-тапалогія на разглядаемых прасторах і яе ўласцівасці.

Мэта работы: вывучыць уласцівасці прастор з градуіроўкай і тапалагічных структур на гэтых прасторах, паказаць, што прасторы і структуры такога тыпу сустракаюцца ў класічных канструкцыях з матэматычнага аналізу, хаця часта гэта не паказваецца ў відавочным выглядзе.

Для дасягнення дадзенай мэты былі пастаўлены наступныя задачы:

- 1) Вывучыць паняцці і ўласцівасці градуяванага мноства, sharp-метрыкі на ім і адпаведнай ёй тапалогіі;
- 2) Разгледзець, якія дадатковыя ўласцівасці мае гэтая тапалагічная прастора ў выпадку, калі яна з'яўляецца групай або вектарнай прасторай;
- 3) Разгледзець прастору р-адычных лікаў у якасці прыкладу градуяванай групы;
- 4) Вывучыць адрозненні аперацыі складання ў прасторы раскладанняў сапраўдных лікаў ад р-адычнага выпадку;
- 5) Разгледзець прастору бясконца-дыферэнцыруемых на адрэзку функцый у якасці прыкладу градуяванай вектарнай прасторы;
- 6) Вывучыць спосабы пабудовы мадэляў прастор паслядоўнасцяў, якія адлюстроўваюць адначасова некалькі іх уласцівасцяў, карысных для вырашэння практычных задач, пабудаваць найбольш аптымальную мадэль градуяванай прасторы на прыкладзе двайковых раскладанняў сапраўдных лікаў, з выкарыстаннем паняццяў нестандартнага аналізу.

Annotation

Diploma work contains: 37 pages, 18 references.

Key words: GRADED SET, NON-ARCHIMEDEAN METRIC, SHARP TOPOLOGY, GRADED GROUP, GRADED VECTOR SPACE, SPACE OF FORMAL SERIES, P-ADIC ANALYSIS, ADDITION OF P-ADIC NUMBERS, TAYLOR POLYNOMIAL, ASYMPTOTIC CONVERGENCE, THE SPACE OF INFINITELY SMALL, THE SPACE OF SEQUENCES, NON-STANDARD CALCULUS.

The object of research: graded sets with different types of algebraic structure.

The subject of research: sharp-topology on considered sets and its properties.

The purpose of work is to study the properties of graded spaces, to show that structures are used in classical calculus problems, although it is often not stated explicitly.

To achieve this goal, the following tasks were set:

- 1) Study the properties of graded spaces and topological structures on these spaces, to show that spaces and structures of this type are found in classical constructions from mathematical analysis, although this is often not explicitly stated;
- 2) Consider which additional properties this topological space has in case it is a group or a vector space;
- 3) Consider the space of p-adic numbers as an example of graded group and show that the operation of addition of p-adic numbers is a special case of the general construction of addition of elements of a graded group;
- 4) To study the differences between the addition operation in the space of expansions of real numbers expansions and the p-adic ones;
- 5) Consider the space of infinitely differentiable functions on a segment as an example of graded vector space and show that the asymptotic convergence of Taylor series of a function is a special case of convergence of formal series from elements of graded group in the sharp-metric;
- 6) To study ways of constructing models of sequence spaces that simultaneously reflect several of their properties useful for solving practical problems, to build the optimal model of a graded space using the example of binary expansions of real numbers, using the non-standard calculus concepts.