

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ С ПОМОЩЬЮ WOLFRAM MATHEMATICA

Г. Ч. Шушкевич¹⁾, С. В. Шушкевич²⁾

¹⁾ УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,
ул. Ожешко, 22, 230023, г. Гродно, Беларусь, gsys@grsu.by

²⁾ УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,
ул. Ожешко, 22, 230023, г. Гродно, Беларусь, shushkevich_sv@grsu.by

В докладе обсуждается численное решение задачи электростатики в многосвязной области с использованием системы компьютерной математики Wolfram Mathematica и визуализация потенциала электростатического поля, эквипотенциалей и векторного поля.

Ключевые слова: системы компьютерной математики; потенциал электростатического поля; online-сервисы; Wolfram Mathematica.

Системы компьютерной математики (СКМ) – это программное обеспечение, которое выполняют численные вычисления и аналитические (символьные) преобразования различных математических выражений, имеют собственный язык программирования, средства графики, пользовательский интерфейс для ввода и отображения математических формул [1]. В некоторые СКМ встроены модули решения задач прикладной математики в естествознании. В [2] приведен сравнительный анализ и возможности различных систем компьютерной математики.

СКМ являются одним из основных вычислительных инструментов компьютерного моделирования и находят применение в различных областях науки и техники. Они также открывают новые возможности для преподавания многих учебных дисциплин, таких как алгебра и геометрия, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики [3-7]. Применение СКМ существенно повышает производительность труда научного работника, преподавателей вуза, учителей школ.

В последние годы стали активно развиваться online-сервисы СКМ, поскольку наблюдается рост количества пользователей СКМ, ориентированных на «облака» и web-сервисы [8]. Среди СКМ подобный сервис предоставляют, например, СКМ Maple, Mathematica, SMathStudio, Yacas, Sage, обеспечивая доступ как к справочной информации, но и возможность проведения аналитических и численных вычислений, визуализацию и хранение данных. В этом случае пользователь бесплатно или за небольшую плату получает онлайн-сервис с полным или ограниченным доступом к функциональным возможностям требуемого программного продукта.

Проектирование различных устройств, отдельных элементов электронно-измерительной, телевизионной, электронно-оптической аппаратуры связано с определением потенциала электростатического поля и построением эквипотенциалей. Использование СКМ для численного решения прикладных задач в многосвязной области реализует современный подход в компьютерном моделировании явлений и процессов, при котором упрощается процесс создания компьютерной модели и визуализации результатов вычислительного эксперимента [9-11]. Рассмотрим применение облачного сервиса Wolfram Cloud для численного решения задачи электростатики в многосвязной области и визуализации результатов решения.

Для численного решения задачи в многосвязной области используем функцию NDSolveValue:

$$\text{NDSolveValue}[\{\text{eqns}, \text{expr}\}, \text{fun}, \{x, y\} \in R],$$

где eqns – уравнение или система уравнений в частных производных, exrg – граничные и начальные условия для рассматриваемой задачи, fun – неизвестная функция, x, y, – аргументы неизвестной функции, изменяющиеся в области R.

Задача. Найти распределение потенциала электростатического поля внутри тонкой прямоугольной пластинки, расположенной в области $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$, с ромбовидным вырезом $|x| + |y| = c$. Потенциалы на границах пластинки $|x| = a$ равны нулю, а на границах $y = -b - 2 - 0,5x^2$ В и $y = b - 0,4 - 0,1x^2$ В. На границах ромба поддерживается единичный потенциал. Получить численное решение задачи при $a = 0,02$ м, $b = 0,03$ м, $c = 0,01$ м и выполнить его визуализацию.

Mathematica – Документ.

1. Построение и визуализация многосвязной области.

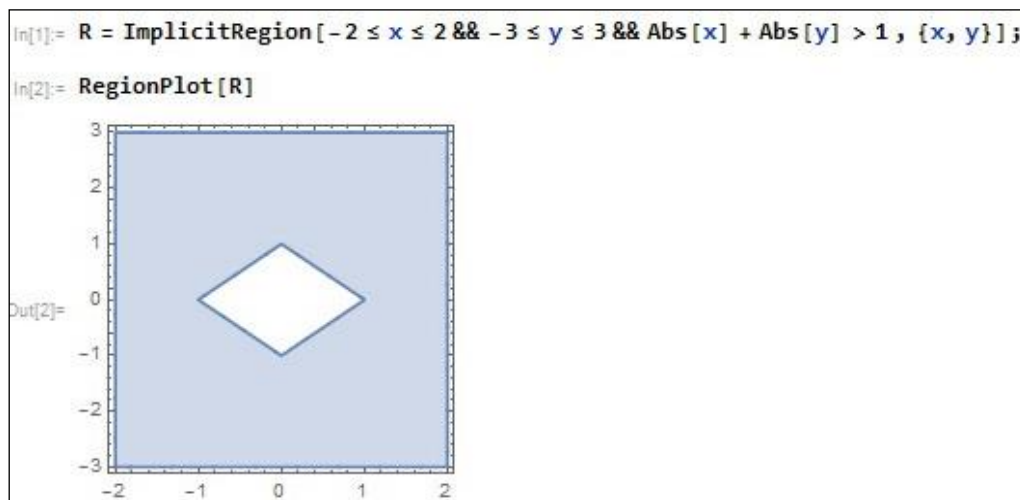


Рис. 1. Изображение прямоугольной пластинки с вырезом

2. Задание граничных условий. Численное решение задачи.

```
n[3]:= bc0 = DirichletCondition[u[x, y] == 1, Abs[x] + Abs[y] == 1];
n[4]:= bc = {DirichletCondition[u[x, y] == 0, Abs[x] == 2],
             DirichletCondition[u[x, y] == -0.1 * x^2 + 0.4, y == 3]};
             bc1 = DirichletCondition[u[x, y] == -0.5 * x^2 + 2, y == -3];
n[6]:= Eqn = Laplacian[u[x, y], {x, y}] == 0;
n[7]:= Sol = NDSolveValue[{Eqn, bc, bc0, bc1}, u, {x, y} ∈ R];
```

3. Визуализация решения задачи в 3D.

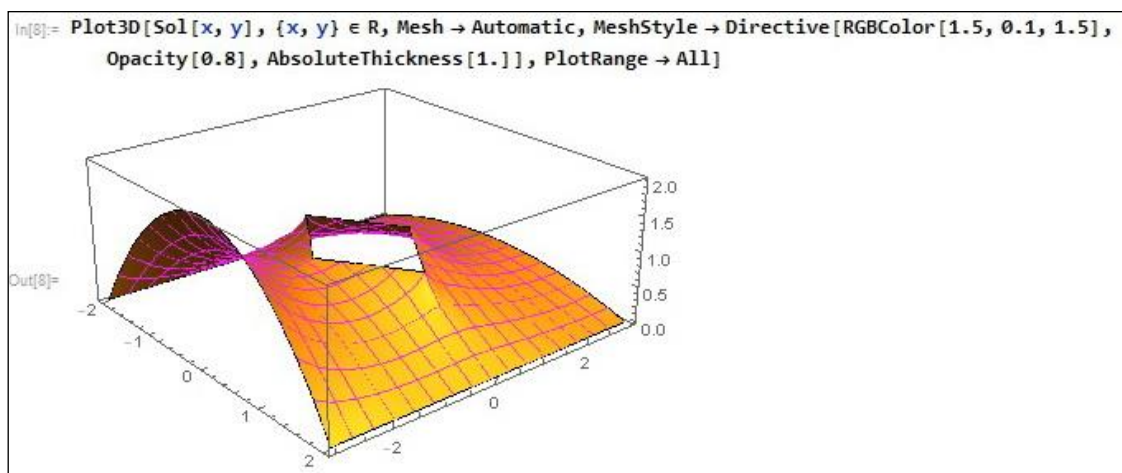


Рис. 2. График решения электростатической задачи

4. Динамическая визуализация потенциала электростатического поля для некоторых фиксированных значений y .

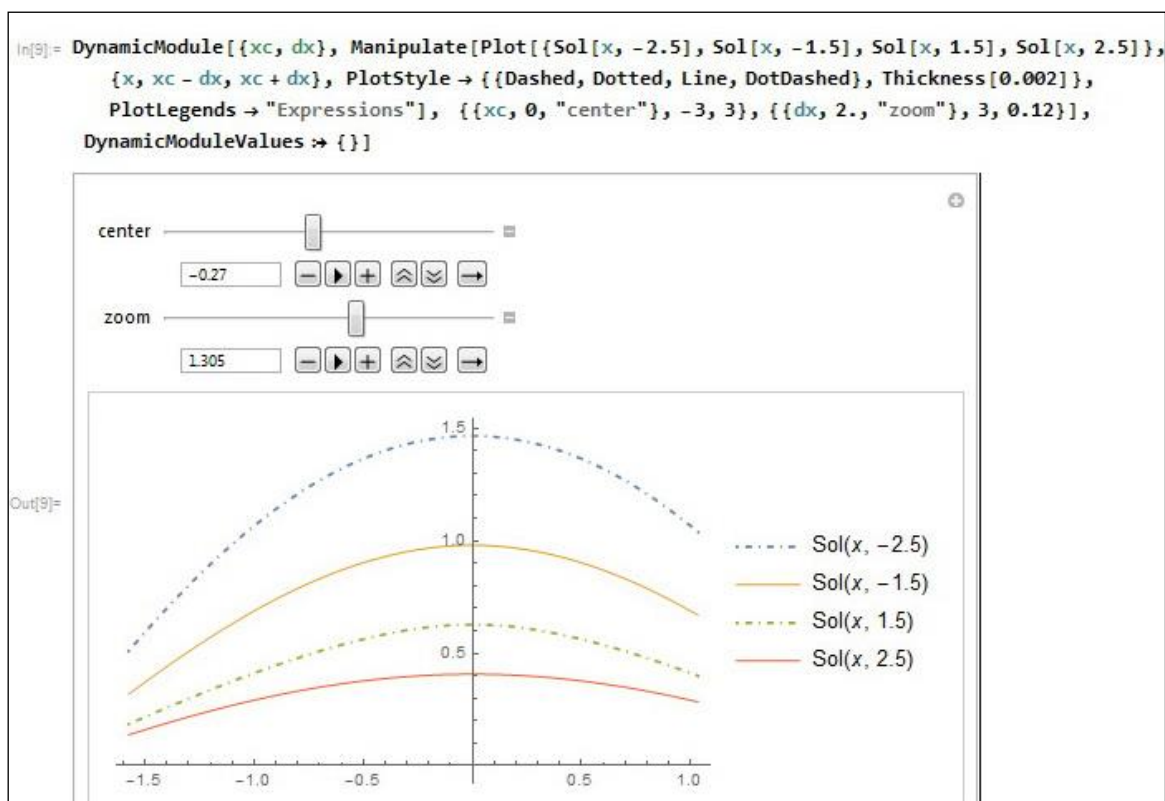


Рис. 3. Визуализация решения электростатической задачи при фиксированных значениях переменной y

5. Визуализация потенциала электростатического поля для некоторых фиксированных значений x .

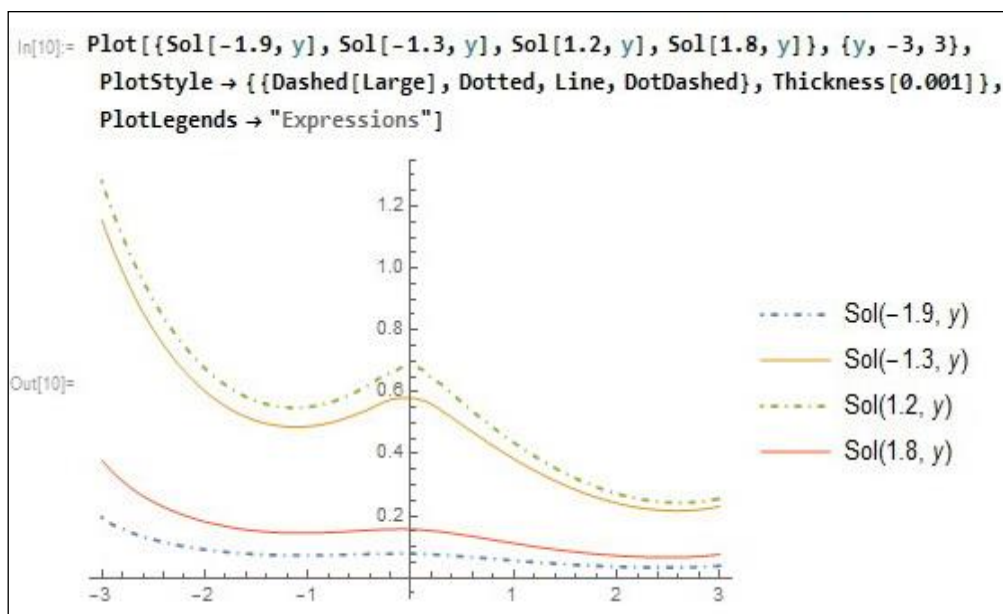


Рис. 4. Визуализация решения электростатической задачи при фиксированных значениях переменной x

6. Построение эквипотенциалей и векторного поля.

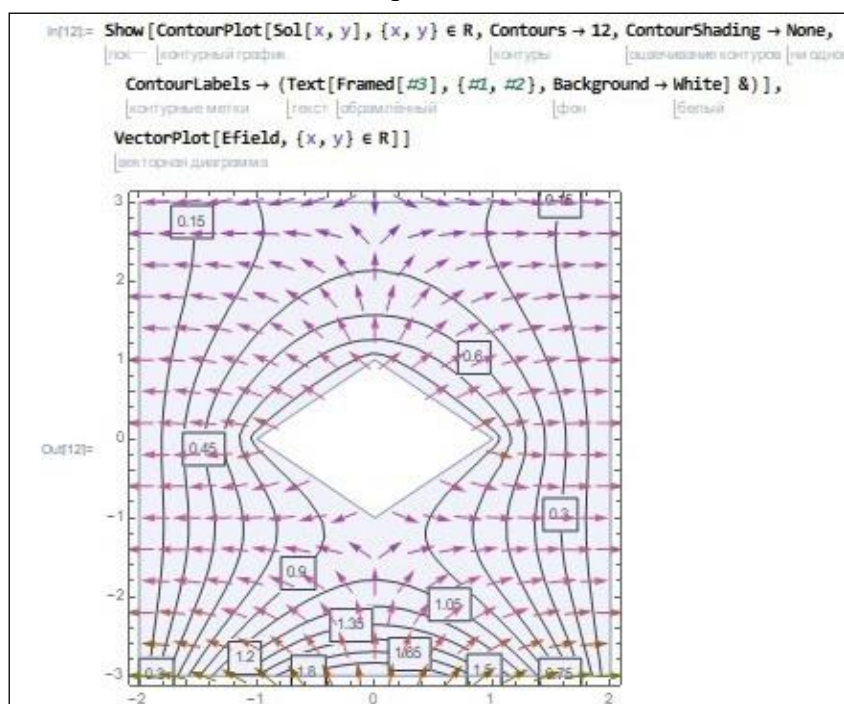


Рис. 5. Графики эквипотенциальных линий и векторного поля

Библиографические ссылки

1. Computer algebra system [Electronic resource].
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Computer_algebra_system (date of access: 25.03.2024).
2. List of computer algebra systems [Electronic resource].
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems (date of access: 25.03.2024).
3. Шушкевич Г.Ч., Шушкевич С.В. Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие в 2 ч. / Минск: Изд-во Гревцова, 2012. Ч.2. 256 с.

4. Голоскоков Д.П., Кныш Т.П. Системы компьютерной математики в образовании. Журнал университета водных коммуникаций. 2010, № 3. С.63-68.
5. Шушкевич Г.Ч., Шушкевич С.В. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием системы Mathematica / Инновационные технологии в современном образовании: сб. тр. по материалам V Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Научград Королев, 15 дек. 2017 г. М., 2018. С.525-530.
6. Горский, А.В. О возможностях использования систем компьютерной математики в учебном процессе. Вестник ЧГПУ. 2017, № 3(95), Ч.1. С.90-99.
7. Расолько Г.А., Кремень Е.В., Кремень Ю.А. Технологии программирования: математическое моделирование и система компьютерной математики MathCad [сайт]. URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/277920> (дата обращения 25.03.2024).
8. Cloud computing [Electronic resource]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Cloud_computing (date of access: 25.03.2024).
9. Тарнавский, Г.А. Технология облачных вычислений в математическом моделировании // Инф. тех. и выч. систем. 2010. № 4. С.66-76.
10. Шушкевич, Г.Ч., Шушкевич С.В. Об опыте применения системы Mathcad в компьютерном моделировании / Математическое моделирование и дифференциальные уравнения: материалы IV Междунар. науч. конф., Гродно, 17-20 дек 2019 г. Гродно, ГрГУ, 2019. С.131-132.
11. Computer simulation [Electronic resource] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Computer_simulation (date of access: 25.03.2024).