ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОСНОВНОГО ГАУССОВА ПУЧКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Т.М. Корнейчик, А.П. Хапалюк

Научно-исследовательское учреждение “Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко” Белгосуниверситета, Минск

Получено точное решение волнового уравнения в цилиндрических координатах для краевого условия в виде гауссова распределения (основной гауссов пучок)

$$U(r,\varphi,z=0)=e^{-r^2/w_0^2}.$$

Решение записано в виде ряда по точным решениям параболического уравнения (по так называемым модам Лагерра-Гаусса [1]) $\widetilde{U}_p(r,\varphi,z)$ с коэффициентами, зависящими от продольной координаты z

$$U(r,\varphi,z)=e^{-ikz}\sum_{p=0}^{\infty}A_p(z)\widetilde{U}_p(r,\varphi,z),$$

где

$$\widetilde{U}_p(r,\varphi,z)=\frac{w_0}{w}L_p\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\exp\left[-\frac{r^2}{w^2}-i\phi_p(z)\right],$$

$$\phi_p(z)=\frac{kr^2}{2R}-(2p+1)arctg\left(\frac{2z}{kw_0^2}\right),\quad w=w_0\sqrt{1+\frac{4z^2}{k^2w_0^4}},\quad R=\frac{k^2w_0^2w^2}{4z}.$$

О точности приближения, с которым решение параболического уравнения в виде основного гауссова пучка описывает точное решение волнового уравнения с граничным условием (1), можно судить по коэффициенту $A_0(z)$

$$A_0(z)=\frac{1}{1+\frac{iz}{kw_0^2}}\left\{1-\frac{z}{2w_0}\exp\left[-\frac{k^2w_0^2}{2\left(1+\frac{iz}{kw_0^2}\right)}\right]\sqrt{\frac{2\pi}{1+\frac{iz}{kw_0^2}}}\left[1-\Phi\left(\frac{ikw_0}{\sqrt{2}\sqrt{1+\frac{iz}{kw_0^2}}}\right)\right]\right\}.$$

Показано, что по мере распространения пучка доля основной моды постоянно плавно уменьшается, а присутствие мод более высокого порядка увеличивается, что не совпадает с выводами других авторов [2].

1. *Когельник, Ли* // ТИИЭР. 1966. Т. 54, №10. С. 95 – 112.
2. *Van Nie A.G.* // Res. Repts. 1964. Vol. 19. P. 378 – 394.