

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ К АНАЛИЗУ СИГНАЛОВ

В. В. Рудкевич

mmf.rudkevicVV@bsu.by;

*Научный руководитель — В. И. Чесалин, кандидат физико-математических наук,
доцент*

Рассмотрено преобразование Фурье, которое является одним из наиболее важных методов анализа сигналов в различных областях науки и техники. Оно позволяет разложить сигнал на его частотные составляющие и получить информацию о спектральных характеристиках сигнала. В работе представлены свойства преобразования Фурье, а также переход к дискретному преобразованию Фурье и быстрому преобразованию Фурье, которые обеспечивают быструю и эффективную обработку сигналов. Более того, будет представлен пример практического применения преобразования Фурье для получения частотных характеристик сигналов при обработке звука.

Ключевые слова: преобразование Фурье; дискретное преобразование Фурье; анализ сигналов.

ВВЕДЕНИЕ

Преобразование Фурье – это интегральное преобразование, которое является полезным инструментом для решения задач не только математических задач, связанных с определенными типами дифференциальных уравнений, особенно, когда их решения в некоторой области затруднены, но и различных вычислительных задач, таких как обработка сигналов и изображений.

История применения преобразования Фурье к анализу сигналов начинается с работы французского математика Жан-Батиста Д جوزефа Фурье, который в начале XIX века разработал теорию разложения функций на тригонометрические ряды. Однако, наиболее важный этап в истории применения преобразования Фурье к анализу сигналов произошел в XX веке с развитием электроники и технического прогресса. В 1948 году американский инженер Клауд Шеннон в своей работе «Математическая теория связи» показал, что преобразование Фурье также может быть использовано для передачи и обработки сигналов, открыв новые горизонты для анализа и обработки сигналов.

С тех пор применение преобразования Фурье к анализу сигналов стало широко распространено в различных областях науки и техники. В обработке сигналов и изображений, преобразование Фурье используется для анализа спектральных характеристик сигналов, таких как амплитуда,

фаза и частота, что позволяет исследователям выявлять важные особенности сигналов и принимать решения на основе их спектрального анализа.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Традиционно, сигнал – это физический процесс, отображающий некоторую информацию, и математически описывается некоторой функцией $f(t)$ на интервале $t \in [a, b]$. Чтобы обработать такой сигнал цифровыми методами, его необходимо дискретизировать. Для этого используется дискретизация с постоянным шагом $T = \Delta t$, получая отсчеты $f_n = f(n\Delta t)$, где $n = 0, \dots, N$. Таким образом, если преобразовать дискретный сигнал $\{f_k = f(k\Delta t)\}$ в решетчатую функцию $f(t) = \Delta t \sum f(k\Delta t)\delta(t - k\Delta t)$, аналоговый сигнал можно будет рассматривать в дискретные моменты времени. Для перехода к дискретизированному сигналу достаточно разделить шаг дискретизации на N частей. В результате получаем дискретное преобразование Фурье, которое может быть использовано в основе различных алгоритмов, однако для преобразования сигналов из временной в частотную используют быстрое преобразование Фурье, действующее по принципу “властуй и разделяй”.

Практическое применение быстрого преобразования Фурье достаточно разнообразно. При анализе сигналов быстрое преобразование Фурье является ключевым, так как именно он помогает получить частотную характеристику сигнала и дает возможность использовать их в различного рода предсказаниях. Например, можно построить классификатор жанров, который будет использовать метрики, вычисленные в частотной области.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, математические основы преобразования Фурье позволяют представить сигнал в виде суммы гармонических колебаний, что позволяет более эффективно анализировать его спектральный состав и свойства. Быстрое преобразование Фурье, в свою очередь, является алгоритмом, позволяющим вычислять преобразование Фурье сигнала за значительно меньшее время, чем классические методы. Это достигается благодаря применению алгоритма “властуй и разделяй”, который позволяет разбить исходный сигнал на более мелкие части и проводить вычисления над ними параллельно. Таким образом, преобразование Фурье и БПФ находят широкое применение в обработке сигналов, как в

научных и исследовательских целях, так и в прикладных задачах, включая обработку звука и изображений, компрессию данных и многие другие.

Библиографические ссылки

1. *Антоневич А.Б., Радыно Я.В.* Функциональный анализ и интегральные уравнения. Минск: БГУ, 2006. С. 257–268.
2. Техническая документация [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/> – Дата доступа: 21.04.2023.
3. *Умняшкин С.В.* Основы теории цифровой обработки сигналов. Москва: Техносфера, 2021. 551 с.