

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 1078/б.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0533-06 Математика

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования по специальности 6-05-0533-06 «Математика» ОСВО 6-05-0533-06-2023, примерного учебного плана, регистрационный № 6-05-05-027/пр. от 30.01.2023 г, учебных планов БГУ № 6-5.4-54/01 от 15.05 2023 г., №6-5.4-54/11 ин. от 31.05.2023 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Л.Л. Голубева, заведующая кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

О.А. Лаврова, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук;

А.Э. Малевич, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.Л. Щеглова, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

С.И. Василец, доцент кафедры математики и методики преподавания математики УО «Белорусский государственный педагогический университет им. Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа БГУ
(протокол № 13 от 14.06.2023)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Зав. кафедрой дифференциальных уравнений
и системного анализа, доцент



Л. Л. Голубева

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время бурное развитие получило новое, актуальное научное направление – компьютерная математика. Дисциплина «Компьютерная математика» может быть определена как обучающий курс, представляющий совокупность фундаментальных знаний, методов, практик, алгоритмических и компьютерных средств, предназначенных для эффективного решения всех видов задач математического содержания, с высокой степенью визуализации результатов на всех этапах исследований.

Подход к решению задач компьютерными методами заключается в использовании готовых математических сред для исследований – систем компьютерной математики, таких как: MathCAD, MATLAB, *Mathematica*, Maple, Python и других, с использованием возможности их интеграции.

Системы компьютерной математики позволяют исследовать проблему, провести анализ и визуализацию данных, построить модели, их тестировать, проверить существование решения, документировать и оформить результаты. При их использовании основное внимание сосредотачивается на существе проблемы и компьютерных моделях для ее разрешения, оставляя в стороне технические вопросы классической математики, детали вычислительных методов и алгоритмических процедур, нюансы языков программирования и команд операционной системы.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – повышение уровня профессиональной компетентности студентов путем обучения навыкам и умениям компьютерного моделирования и проведения исследований для решения проблем классического и современного естествознания.

Образовательная цель: обучение студентов методам и приемам компьютерного моделирования в современных компьютерных математических средах, эффективному исследованию посредством компьютера широкого круга проблем математического содержания.

Развивающая цель: формирование у студентов умений использования существующих и самостоятельной разработки новых технологий компьютерного моделирования.

Задачи учебной дисциплины:

- исследование и разработка моделей, алгоритмов, методов, программных решений, инструментальных средств по тематике выполняемых научно-исследовательских проектов;
- разработка и исследование математических, информационных и компьютерных моделей в определенной предметной области;
- составление и подготовка к публикации научных обзоров, рефератов, библиографий, научно-технических отчетов по тематике проводимых исследований.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста общего высшего образования по специальности 6-05-0533-06 «Математика».

Учебная дисциплина относится к модулю «Программирование» 2 компонента учреждения образования.

При изучении дисциплины «Компьютерная математика» используются знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплин модулей «Математический анализ» 1, «Алгебра и геометрия» 1, «Программирование» 1 государственного компонента.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Компьютерная математика» должно обеспечить формирование у студентов следующих базовых профессиональных и специализированных компетенций:

базовые профессиональные компетенции:

БПК-3. Применять современные компьютерные математические системы для проведения компьютерного (вычислительного) эксперимента;

БПК-6. Применять основные понятия информатики, базовые конструкции языков программирования, технологии объектно-ориентированного проектирования для реализации алгоритмических прикладных задач и разработки веб-проектов;

БПК-9. Применять инновационные информационные технологии и современные языки программирования;

специализированные компетенции:

СК-1. Осуществлять анализ контекста и поставленной проблемы, аргументированно выбирать оптимальный способ ее решения, согласовывать частичные проекты решения в общую согласованную архитектуру, выполнять реализацию проекта с учетом оценки накопленных и поступающих данных.

В результате изучения дисциплины «Компьютерная математика» студент должен для каждой из современных компьютерных математических систем *Mathematica*, MATLAB

знать:

– идеологию системы и принципы работы в ней; инструментальные средства, элементы управления, интерфейс; структуры данных; особенности построения функций пользователя; возможности визуализации исследований и оформления результатов исследований в виде публикаций;

– особенности языков программирования в среде каждого пакета;

уметь:

– применять современный математический аппарат в эффективной интеграции с инструментальными компьютерными математическими средствами;

– создавать и исследовать математические, компьютерные модели различных уровней абстракции;

- разрабатывать и анализировать алгоритмы, методы и программные решения по тематике выполняемых исследований;
- квалифицированно применять языки программирования современных систем компьютерной математики;
- проводить анализ результатов исследований, строить информационные модели в средах современных математических пакетов;
- готовить материалы к публикации, в том числе в электронных изданиях, по тематике и результатам проводимых исследований;
- самостоятельно расширять компьютерные математические знания с дальнейшим их использованием при построении и анализе математических и компьютерных моделей широкого круга теоретических и прикладных задач.

владеть:

- методами и приемами построения моделей объектов, данных, процессов, систем;
- методами исследований и решения проблем математического содержания с использованием математических компьютерных приложений.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина «Компьютерная математика» изучается во 2-м и 3-м семестрах. Форма получения высшего образования очная (дневная).

Всего на изучение учебной дисциплины «Компьютерная математика» отводится 192 часа, в том числе 102 аудиторных часа, из них: лекции – 52 часа, лабораторные занятия – 40 часов, управляемая самостоятельная работа – 10 часов. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Во 2-м семестре – 102 часа, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины во 2-м семестре составляет 3 зачетные единицы. Форма промежуточной аттестации – зачет.

В 3-м семестре – 90 часов, в том числе 34 аудиторных часа, из них: лекции – 18 часов (в том числе – 4 ч/ДОТ), лабораторные занятия – 12 часов (в том числе – 4 ч/ДОТ), управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины в 3-м семестре составляет 3 зачетные единицы. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

Занятия (лекции, лабораторные занятия), текущий контроль и промежуточная аттестация по дисциплине «Компьютерная математика» могут проводиться с применением дистанционных образовательных технологий (далее: ДОТ) в онлайн и офлайн режимах. В этом случае занятия проходят согласно утвержденной учебной программе и расписанию на централизованной площадке Образовательного портала БГУ, который обеспечивает интерактивное взаимодействие студента и преподавателя.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Символьный пакет *Mathematica*

Тема 1.1. Структура символьных пакетов и сценарий работы с ними

Назначение и структура символьных математических пакетов. Интерфейс. Сценарий работы. Сессия (Session) как объект работы Ядра (Kernel). Накопление знаний во время Сессии и хранение знаний между сессиями. Документ (Notebook) – метафора записной книжки. Ячейки как основные обобщенные объекты документа. Основной цикл ($In[xx] \rightarrow Out[xx]$).

Система справки. Использование встроенных функций системы.

Оформление электронного документа.

Тема 1.2. Выражение как основная структура данных

Рекурсивное определение выражения. Атомарные объекты. Функции-конверторы типов атомарных объектов. Функции для анализа структуры выражения. Доступ к множеству подвыражений по спецификатору уровня. Глубина выражения. Позиция подвыражения. Извлечение частей выражения. Оператор Apply для замены головы выражения. Список как наиболее используемое выражение. Встроенные функции для работы со списками.

Исследование структуры выражения.

Тема 1.3. Функциональный стиль программирования

Функции без имени. Семейство операторов Map. Итерационные процессы, возможности последовательного применения функций. Операторы повторного действия (Nest, Fold, FixedPoint). Построение выражений, содержащих суперпозицию чистых функций.

Функциональный подход на этапе построения компьютерной модели решения задачи. Нотация модели и описание спецификации функций. Метод неопределенных коэффициентов в задаче нахождения частного и остатка от деления многочленов одной переменной.

Тема 1.4. Основы графики

Структура выражений, предназначенных для создания и отображения графических объектов. Графические примитивы. Директивы. Режимы выполнения графических функций. Базовые функции двумерной и трехмерной графики. Специализированные графические пакеты.

Координатные сетки на плоскости: прямоугольная декартова, полярная. Роль и задание цвета при построении сетки. Отображение графического объекта на плоскости, состоящего из точек и линий, при действии на него заданной функцией.

Тема 1.5. Визуализация исследований. Динамическая интерактивность

Визуализация динамических процессов. Элементы управления. Вычисление выражений внутри функций Dynamic и Manipulate. Интерактивная графика. Построение демонстрационных моделей.

Тема 1.6. Образцы

Образец (Patterns) как мета выражение. Основные правила записи. Описание различных множеств выражений посредством использования

образцов. Функция проверки соответствия выражения образцу. Типы образцов: соответствующие условию, содержащие альтернативу, допускающие повторение выражений, с указанием встроенного по умолчанию значения части выражения. Образцы в функциях пользователя: описание ОДЗ функции, установка значений аргументов по умолчанию.

Тема 1.7. Правила преобразований. Глобальные определения

Понятие правила преобразования. Сфера видимости и момент вычисления правил. Глобальные определения. Функции семейства Set. Списки значений символа. Программирование, основанное на глобальных правилах преобразований.

Тема 1.8. Правила преобразований: подстановки

Локальные правила преобразований, подстановки. Использование образцов в локальных правилах преобразований. Функции семейства Replace. Подстановки в тождественных преобразованиях алгебраических выражений. Программирование, основанное на локальных правилах преобразований.

Тема 1.9. Символ – основной объект вычислений

Роль символа в процессе вычислений. Предопределенные константы. Атрибуты, или свойства символа. Опции, или режимы выполнения функций. Глобальные определения правил преобразований.

Тема 1.10. Математический анализ в среде *Mathematica*

Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций над ними.

Проектирование функций для визуализации конформных отображений на примере задачи преобразования множества точек комплексной плоскости.

Встроенные функции для работы с многочленами и рациональными функциями.

Динамическая визуализация предела числовой последовательности.

Встроенные функции дифференцирования, их особенности. Проектирование операторов дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной. Построение глобальных определений для дифференцирования функции: правила дифференцирования, производные элементарных функций, производная сложной функции.

Построение глобальных определений для выполнения операций интегрирования функции одной переменной: правила интегрирования, первообразные элементарных функций и их суперпозиций. Правило интегрирования по частям. Подстановки при интегрировании функций.

Построение многочленов Тейлора функции одной переменной, при различных способах задания функции: явное задание функции, функция задана посредством задачи Коши, функция задана неявно.

Проектирование функций для построения аппроксимации Паде и ее визуализации. Использование метода неопределенных коэффициентов. Особенности реализации аппроксимации Паде при различных способах задания функции.

Тема 1.11. База знаний «Аналитическая геометрия на плоскости». Объектно-ориентированный подход

Моделирование базовой системы аналитической геометрии: принципы работы и общие соглашения. Представление объектов «точка на плоскости», «вектор на плоскости», «прямая на плоскости» в компьютерной среде *Mathematica*. Проектирование и реализация способов задания геометрических объектов. Построение операторов, извлекающих свойства геометрических объектов. Создание функций, строящих образы геометрических объектов.

Решение задач с использованием созданной базы знаний.

Тема 1.12. Модели и алгоритмы компьютерной геометрии на плоскости

Компьютерные модели, описывающие свойства и взаимное расположение геометрических объектов плоскости. Векторы: взаимное направление, проекция вектора на вектор. Тесты взаимного расположения двух геометрических объектов плоскости, различных сочетаний: точки, прямой, отрезка, луча. Полигоны: представление в компьютерной среде, их свойства. Положение точки, прямой, отрезка, луча относительно полигона. Алгоритмы отсечения объектов.

Реализация моделей и алгоритмов компьютерной геометрии на плоскости.

Тема 1.13. Управление вычислительным процессом

Конструкции, управляющие ходом вычисления: операторы выбора и операторы повторения (If, Which, Switch, Cases, While, For, Break, Continue, Return, Do, Table, Sum). Управляемый выход (Catch-Throw). Функции Block, Module, With.

Реализация моделей и алгоритмов компьютерной геометрии на плоскости.

Тема 1.14. Порядок вычисления выражений

Стандартный процесс вычисления выражения. Выражения, вычисляемые нестандартно. Вычисление правил преобразований, глобальных определений. Изменение стандартного порядка вычисления выражения в структурах выбора и повторения.

Тема 1.15. Электронный документ *Mathematica*

Документ как рукопись математического содержания. Настройка своего стиля документа. Структурирование документа, форматирование текста, создание оглавления и других ссылок. Создание файла формата CDF (Computable Document Format). Форматирование статей, электронных книг, создание презентаций.

Раздел 2. Числовой пакет MATLAB

Тема 2.1. Назначение, характеристика и структура пакета MATLAB. Интерфейс пользователя

Назначение и области применения системы MATLAB. Операционная среда и язык программирования системы MATLAB. Концепция Пакетов Прикладных Программ. Сравнительная характеристика пакета MATLAB и других числовых и символьных математических пакетов. Структура пакета MATLAB. Начало работы с MATLAB. Сессия работы с MATLAB. Интерфейс пользователя. Работа в режиме командной строки. Сообщения об ошибках. Интерактивная справка из командной строки. Справочная система и демонстрационные примеры.

Тема 2.2. Встроенные типы данных. Векторы, матрицы, многомерные массивы

Основные объекты в MATLAB. Математические выражения, константы, действительные и комплексные числа, системные переменные. Форматы чисел. Переменные. Иерархия типов данных в MATLAB. Вектор, матрица, тензор. Операции с векторами и матрицами. Операции конкатенации, индексации и формирования диапазона значений. Работа со строками и столбцами. Многомерные массивы. Доступ к элементам и группе элементов массивов. Операторы и встроенные функции. Операции отношения и логические операции. Символьные массивы. Структуры и массивы структур. Массивы ячеек. Таблицы.

Тема 2.3. Элементы программирования

Управляющие структуры. Операторы управления. Операторы ветвления. Операторы цикла. Обработка исключительных ситуаций.

Тема 2.4. Сценарии, функции, переменные

Функции пользователя: inline-функции, анонимные функции. Понятие М-сценария и М-функции. Структура, свойства и выполнение М-сценария. Разбиение М-сценария на секции. Выполнение отдельной команды, группы команд, секции М-сценария. Структура М-функции. Справка `help` по объекту. Справка `lookfor` по ключевому слову. Синтаксис определения и вызова М-функций. Проверка входных параметров и выходных значений М-функций. Видимость имен переменных и имен функций. Подфункции. Каталоги `private`. Функции с переменным числом аргументов. Локальные и глобальные переменные. Разработка и отладка М-функций. Комментарии. Работа с программными файлами в режиме LIVE EDITOR.

Тема 2.5. Основы объектно-ориентированного программирования, классы и объекты

Принципы объектно-ориентированного программирования (ООП), реализуемые в системе MATLAB: инкапсуляция, одиночное и множественное наследование, агрегирование. Понятие класса и объекта. Основные правила определения класса и создания объекта. Определение класса пользователя в одном файле и использование папки `PathFolder`. Определение класса пользователя в нескольких файлах и использование папки `@ClassFolder`. Функция-конструктор для создания объекта класса. Проверка принадлежности объекта заданному классу. Свойства и методы класса. Переопределение встроенных функций и операторов для классов пользователя.

Тема 2.6. Высокоуровневая и дескрипторная графика

Графическое окно `Figure` и координатные оси `Axes`. Интерфейс графических окон. *Двумерная графика*. Изменение свойств линий. Управление свойствами осей графиков. Графики в декартовой и полярной системах координат. *Анимационная графика*. Движение точки на плоскости и в пространстве.

Трехмерная графика. Линии и поверхности. Положение камеры и графического объекта. Цветовая палитра. Прозрачность графических объектов. Контурные графики.

Текстовое оформление графиков. Титульная и осевые надписи, легенда. Вывод текста в заданное место графика. Форматирование графиков со встроенным графическим редактором MATLAB. Сохранение графических изображений.

Дескрипторная графика Handle Graphics. Иерархия графических объектов. 2D- и 3D-графические объекты. Дескрипторы графических объектов. Функции создания и управления свойствами графических объектов. Управление свойствами по умолчанию графических объектов.

Тема 2.7. Средства создания приложений с графическим интерфейсом пользователя

Понятие графического интерфейса пользователя GUI. Графические элементы управления системы MATLAB. Специальные функции MATLAB для работы с графическими объектами. Callback-функции для обработки событий.

Визуальное проектирование графического интерфейса пользователя с приложением GUIDE. Браузер объектов управления Object Browser. Инспектор свойств объекта Property Inspector.

Интерактивная среда разработки App Designer для проектирования макета приложения и программирования его поведения.

Тема 2.8. Импорт и экспорт данных

Данные mat-формата. Сохранение и восстановление данных рабочего пространства. Поддерживаемые в MATLAB форматы файлов. Предварительный просмотр и импорт данных из файлов электронных таблиц, файлов разделенного текста и текстовых файлов с помощью инструмента Import Tool. Файловый ввод-вывод. Файловые операции с бинарными данными. Файловые операции с форматированными данными. Позиционирование файла. Работа с текстовыми файлами. Работа с графическими файлами. Работа с электронными таблицами.

Тема 2.9. Вычисления в MATLAB. Обработка данных

Исследование функций. Нахождение нулей функции $y=f(x)$. Нахождение нулей функции, заданной полиномом. Поиск локальных минимумов функций одной и двух переменных.

Задачи линейной алгебры. Представление систем линейных уравнений в векторно-матричном виде. Решение СЛАУ. Метод Крамера решения СЛАУ.

Интерполяция и аппроксимация данных. Интерполяция одномерных данных полиномиальной функцией по методу наименьших квадратов. Сплайновая интерполяция функциями одной и двух переменных.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очной формы получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Символьный пакет Mathematica	34			28		6	
1.1	Структура символьных пакетов и сценарии работы с ними	2			1			Контрольный опрос
1.2	Выражение как основная структура данных	2			1			Отчет по лабораторной работе с устной защитой, устный опрос
1.3	Функциональный стиль программирования	4			4		2	Отчет по лабораторной работе с устной защитой.
1.4	Основы графики	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой

1.5	Визуализация исследований. Динамическая интерактивность	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа
1.6	Образцы	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.7	Правила преобразований. Глобальные определения	1			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой, устный опрос
1.8	Правила преобразований: подстановки	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой Контрольная работа
1.9	Символ – основной объект вычислений	2						Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.10	Математический анализ в среде <i>Mathematica</i>	4			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой Письменный отчет с устной защитой.
1.11	База знаний «Аналитическая геометрия на плоскости». Объектно-ориентированный подход	5			4		2	Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа

1.12	Модели и алгоритмы компьютерной геометрии на плоскости	3			4		2	Защита лабораторных работ. Письменный отчет с устной защитой. Контрольная работа
1.13	Управление вычислительным процессом	1						Отчет по лабораторной работе с устной защитой
1.14	Порядок вычисления выражения	1						Контрольный опрос
1.15	Электронный документ <i>Mathematica</i>	1						Контрольный опрос
2.	Числовой пакет MATLAB	18			12		4	
2.1	Назначение, характеристика и структура пакета MATLAB. Интерфейс пользователя	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой, устный опрос.
2.2	Встроенные типы данных. Векторы, матрицы, многомерные массивы	3			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа
2.3	Элементы программирования	1						Контрольный опрос
2.4	Сценарии, функции, переменные	2 (ДОТ)			2 (ДОТ)			Отчет по лабораторной работе с устной защитой, устный опрос
2.5	Основы объектно-ориентированного программирования, классы и объекты	2					2	Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа

2.6	Высокоуровневая и дескрипторная графика	2 (ДОТ)			2 (ДОТ)			Отчет по лабораторной работе с устной защитой, устный опрос
2.7	Средства создания приложений с графическим интерфейсом пользователя	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа
2.8	Импорт и экспорт данных	2			2			Отчет по лабораторной работе с устной защитой, устный опрос.
2.9	Вычисления в MATLAB. Обработка данных	2					2	Отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Иванов, О. А.* Дискретная математика и программирование в Wolfram Mathematica: для бакалавров: учебное пособие для студентов направлений подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика", 01.03.04 "Прикладная математика", а также для студентов других направлений, изучающих дисциплину "Дискретная математика" / О. А. Иванов, Г. М. Фридман. - Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2020. - 349 с.
2. *Голубева, Л. Л.* Компьютерная математика. Символьный пакет Mathematica [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)», направление специальности: 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)» / Л. Л. Голубева [и др.] ; БГУ, Механико-математический фак., Каф. дифференциальных уравнений и системного анализа. – Минск: БГУ, 2021. Ссылка на ресурс: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/276777>.
3. *Голубева, Л. Л.* Компьютерная математика. Символьный пакет МАТНЕМАТИСА : лабораторный практикум для студ. мех.-мат. фак. : в 2 ч. Ч. 1 / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. - Минск : БГУ, 2012. - 235 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/95686>.
4. *Чичурин, А. В.* Применение системы МАТНЕМАТИСА при решении дифференциальных уравнений и в задачах математического моделирования : курс лекций для студ. спец. 1-31 03 01 "Математика (по направлениям)" : в 3 ч. / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина ; БГУ, Механико-математ. факультет. – Минск : БГУ, 2016 – 2017.
5. *Голубева, Л. Л.* Компьютерная математика. Числовой пакет MATLAB [Электронный ресурс] : электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)», направление специальности: 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)» / Л. Л. Голубева [и др.] ; БГУ, Механико-математический фак., Каф. дифференциальных уравнений и системного анализа. – Минск: БГУ, 2021. Ссылка на ресурс: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/276778>.

Перечень дополнительной литературы

к разделу 1

1. *Голубева, Л. Л.* Компьютерная математика. Символьный пакет *Mathematica*: курс лекций / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. Минск: БГУ, 2005. 103 с.

2. *Вавилов Н.А.* Mathematica для нематематика: Учеб. пособие для ВУЗов. / Н.А. Вавилов, В.Г. Халин, А.В. Юрков. М: Московский центр непрерывного математического образования, 2021. 483 с.
3. Седов, Е. С. Основы работы в системе компьютерной алгебры Mathematica : учебное пособие / Е. С. Седов. — 2-е изд. — Москва : ИНТУИТ, 2016. — 401 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/100339>
4. *Воробьев, Е. М.* Введение в систему символьных, графических и численных вычислений "Математика - 5": учеб. пособие для студ. вузов / Е.М. Воробьев. – Москва : Диалог-Мифи, 2005 – 365с. : ил. ; 20x14 см. – ISBN 5-86404-199-8.
5. *Никулин Е.А.* Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. СПб, БХВ – Петербург, 2015.
6. *Gräbe, H.-G.* Mathematica 6, Bafög-Ausgabe. Einführung, Grundlagen, Beispiele / H.-G. Gräbe, M. Kofler. München, Pearson Studium, 2007. 496 p.
7. *Shifrin, L.* Mathematica Programming: An Advanced Introduction. / L. Shifrin. Meduim: e-book, 2008, 408 p.
8. *Maeder, R.* Computer Science with Mathematica: Theory and Practice for Science, Mathematics, and Engineering / R. Maeder. Cambridge Univ Pr, 2006. 389 p.
9. *Lynch, S.* Dynamical Systems with Application using Mathematica / S. Lynch. Birkhäuser Boston, 2007. 499 p.
10. *Wickham-Jones, T.* Mathematica Graphics. Techniques & Applications / T. Wickham-Jones. Springer Verlag New York Berlin Heidelberg, 1994, XIV, 721 p.
11. *Sal Mangano.* Mathematica Cookbook / Sal Mangano. O'Reilly Media, 2010. 832 p.
12. *Wolfram, S.* Mathematica book: 5 ed. / S. Wolfram. Wolfram, 2003. 1301 p.

к разделу 2

13. *Голубева, Л. Л.* Компьютерная математика. Числовой пакет МАТЛАБ: курс лекций / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. Минск: БГУ, 2007. 164 с.
14. *Голубева, Л. Л.* Компьютерная математика. Числовой пакет МАТЛАБ: лабораторный практикум / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. Минск: БГУ, 2008. 171 с.
15. MATLAB Documentation [Electronic resource]. – The MathWorks, Inc, 2023. – Mode of access: <https://www.mathworks.com/help/matlab/>. – Date of access: 01.06.2023.
16. PDF Documentation for MATLAB [Electronic resource]. – The MathWorks, Inc, 2023. – Mode of access: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/ – Date of access: 01.06.2023.

17. *Петряева, М. В.* Применение MATLAB для решения аналитических задач моделирования: учебное пособие / М. В. Петряева, А. Н. Целых. Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2022. 131 с.
18. *Huei-Huang Lee.* Programming and Engineering Computing with MATLAB 2023 / Huei-Huang Lee. – SDC Publications, 2023. 530 p.
19. *Oberbroeckling, L. A.* Programming Mathematics using MATLAB / L. A. Oberbroeckling. — 1st Edition. — Elsevier Academic Press, 2021. — 296 p.
20. *Rosenbaum, D. A.* MATLAB Blues: How Behavioral Scientists and Others Can Learn From Mistakes for Better, Happier Programming / D.A. Rosenbaum. — 1st Edition. — Routledge, 2020. — 272 p.
21. *Attaway, S.* MATLAB: a practical introduction to programming and problem solving / S. Attaway. — 5th Edition. — Elsevier Butterworth Heinemann, 2019. — 626 p.
22. *Eshkabilov, S.* Beginning MATLAB and Simulink: From Novice to Professional / S. Eshkabilov. — Apress, 2019. — 544 p.
23. *Gilat, A.* MATLAB: An Introduction with Applications / A. Gilat. — 6-th Edition. — Wiley, 2017. — 404 p.
24. *Гилат, А.* MATLAB. Теория и практика / А. Гилат. — 5-е изд. — М.: ДМК Пресс, 2016. — 416 с.
25. *Angermann, A.* MATLAB – Simulink – Stateflow. Grundlagen, Toolboxen, Beispiele / A. Angermann, M. Beuschel, M. Rau, U. Wohlfarth. Oldenburg Verlag München Wien, 2007. 495 p.
26. *Adam, S.* MATLAB und Mathematik kompetent einsetzen / S. Adam. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2006. 462 p.
27. *Hanselman, D.* Mastering MATLAB / D. Hanselman, B. Littlefield. Pearson Educational, Inc, 2005. 852 p.

Рекомендуемое учебно-лабораторное оборудование

Для проведения занятий требуется следующее программное обеспечение: операционная система MS Windows, MS Office, системы *Mathematica*, MATLAB.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Отметка текущего контроля по дисциплине «Компьютерная математика» формируется в результате регулярной и систематической проверки знаний студентов во время занятий и по итогам самостоятельной работы. Текущий

контроль знаний проходит в форме опроса на лекциях и лабораторных занятиях, во время устной защиты отчета по лабораторным работам, выполняемым в учебной лаборатории и самостоятельно вне аудитории, контрольных опросов и контрольных работ, отчетов по заданиям УСР. Задания к лабораторным, контрольным работам и УСР составляются согласно содержанию учебного материала. Во время самостоятельной работы студент выполняет задания, полученные на лабораторных занятиях, а также изучает рекомендуемую литературу. При защите лабораторных работ оценивается полнота ответа, аргументация выбранных решений, последовательность и оригинальность изложения материала, оригинальность кода, корректность оформления, самостоятельность выполнения заданий. Для совершенствования способностей учиться самостоятельно студентам могут выдаваться темы докладов, с которыми они выступают на занятиях.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Компьютерная математика» учебным планом предусмотрен **зачет** во 2-м семестре и **экзамен** в 3-м семестре.

Зачет по дисциплине «Компьютерная математика» во 2-м семестре проходит в форме контрольного опроса в устной или письменной форме, выполнения заданий на компьютере. Если студент успешно защитил все лабораторные работы и получил положительную (4 и выше) отметку по контрольным работам, то допускается определение результатов промежуточной аттестации по дисциплине на основании результатов текущего контроля знаний без проведения дополнительного опроса на зачете. При этом явка обучающегося является обязательной.

Экзамен по дисциплине «Компьютерная математика» в 3-м семестре проходит в форме письменного контрольного опроса и далее в устной форме.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- отчеты по лабораторным работам, отчеты по заданиям с их устной защитой, устные опросы – 60%;
- опросы на лекциях и лабораторных занятиях, контрольные опросы, контрольные работы – 40%.

Итоговая отметка рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов, установленных кафедрой ДУиСА. Вес отметки по текущей аттестации составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.3 Функциональный стиль программирования. (2 часа)

Построить функцию пользователя `DependOn[expr1,..., exprN]`, которая возвращает список всех символов, от которых зависит каждое из заданных выражений `expr1,..., exprN`.

Построить булеву функцию `InDependQ[expr1,..., exprN]`, которая возвращает `False`, если существует хотя бы одна переменная, от которой зависит каждое из заданных выражений `expr1,..., exprN` или `True` в противном случае.

Целью данного задания является выработка у студента навыков функционального стиля программирования на языке Wolfram Language. Форма контроля – отчет по лабораторной работе с устной защитой.

Тема 1.11. База знаний «Аналитическая геометрия на плоскости». Объектно-ориентированный подход. (2 часа)

Задание. Построение системы «Аналитическая геометрия на плоскости».

Дополнить функционал системы «Аналитическая геометрия на плоскости» для решения задач компьютерной геометрии на плоскости.

Выполнить следующие задачи:

1. Спроектировать
 - объект «вектор на плоскости», его конструкторы;
 - функции, вычисляющие свойства объекта;
 - дополнительные конструкторы, запросы свойств для существующих объектов «точка на плоскости» и «прямая на плоскости»;
2. Написать спецификации созданных функций: имя, входные аргументы, что вычисляет, в каком виде возвращает результат вычислений. Алгоритмы описывать не нужно.
3. Разработать тестовые задачи для проверки работы созданных функций и тестировать их.

Целью данного задания является выработка у студента навыков объектно-ориентированного проектирования, функционального стиля программирования на языке Wolfram Language.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа.

Тема 1.12 Модели и алгоритмы компьютерной геометрии на плоскости. (2 часа) Геометрический объект типа Отрезок.

Задания: Параметрическое описание отрезка. Взаимное расположение прямой и отрезка. Взаимное расположение двух отрезков. Логические операции над двумя отрезками одной прямой.

Выполнение заданий на основе методических указаний к лабораторным занятиям.

Форма контроля – письменный отчет с устной защитой. Контрольная работа.

Тема 2.5. Основы объектно-ориентированного программирования, классы и объекты. (2 часа)

Задание 1. Переопределение встроенных функций и операторов для классов пользователя.

Задание 2. Реализация уникальных методов класса пользователя.

Задания выполняются на основе методических указаний к лабораторной работе.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа.

Тема 2.9. Вычисления в MATLAB. Обработка данных. (2 часа)

Задание 1. *Исследование функций.* Нахождение нулей функции $y=f(x)$. Нахождение нулей функции, заданной полиномом. Поиск локальных минимумов функций одной и двух переменных.

Задание 2. *Задачи линейной алгебры.* Представление систем линейных уравнений в векторно-матричном виде. Решение СЛУ различными методами. Метод Крамера решения СЛУ.

Задание 3. *Интерполяция и аппроксимация данных.* Интерполяция одномерных данных полиномиальной функцией по методу наименьших квадратов. Сплайновая интерполяция функциями одной и двух переменных.

Задания выполняются на основе материалов лекции по теме и методических указаний к лабораторной работе.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе с устной защитой. Контрольная работа.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *эвристический подход*, который предполагает демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем.

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает освоение содержания через решения практических задач.

При организации образовательного процесса *используются методы и приемы развития критического мышления*, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

На лекциях и лабораторных занятиях используются следующие методы обучения: проблемного изложения, поисковый, репродуктивный, исследовательский. При проведении занятий также планируется использовать наглядные методы, такие как иллюстрация, демонстрация, визуализация.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендовано разместить на образовательном портале или сайте кафедры учебно-методические материалы: курсы лекций и лабораторные практикумы, методические указания к лабораторным занятиям, вопросы для подготовки к зачету и экзамену, перечень рекомендуемой литературы, информационные ресурсы.

Самостоятельная работа студента включает в себя работу с учебной литературой по заданным разделам дисциплины, поиск в Интернете новейшей учебной и научной информации в указанных областях знаний и знакомство с ней, а также выполнение задач, поставленных на занятиях.

Примерный перечень вопросов к зачету

К разделу 1

Часть 1

1. Составные части *Mathematica*, назначение каждой. Структура системы справки. Интерфейс пользователя *Mathematica*.
2. Приобретение знаний *Mathematica* во время сеанса *Session*. Сообщения и предупреждения *Mathematica*.
3. Рабочий документ *Mathematica*: структура, форматирование, редактирование. Служебные и горячие клавиши. Особенности ввода: типы ячеек, математические выражения, специальные символы.
4. Определите понятие выражения. Перечислите типы атомарных объектов. Примеры.
5. Полная, или каноническая форма записи выражения. Функции, отображающие каноническую форму выражения.
6. Структура выражения. Понятия уровня, глубины, позиции выражения. Дайте определения.
7. Функции *Level*, *Depth*, *Position*. Что такое спецификатор уровней выражения *levelspec*, в аргументах каких встроенных функций и как его используют. Примеры использования *levelspec* в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.

8. Функции для извлечения частей выражения, не являющегося атомарным: `Extract`, `Take`, `Part`, `Select`, `Cases`, `DeleteCases`.
9. Атомарные выражения: определение, типы, полная форма. Извлечение части атомарного выражения.
10. Списки как наиболее часто используемое выражение. Создание списка, изменение его структуры, порядка следования элементов, добавление и удаление элементов списка.
11. Чистая функция: определение, построение, использование. Формы записи анонимной функции. Понятие выражения-однотрочника, правила его написания. Примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
12. Назначение и использование функции `Apply`. Примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
13. Образец `Pattern`: определение, назначение, способы именования. Функция для сравнения выражения с образцом.
14. Виды образцов (`Pattern`): с условием, содержащие альтернативу, повторяющиеся, со встроенными по умолчанию значениями. Примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
15. Использование образцов (`Pattern`) в аргументах встроенных функций *Mathematica* и в функциях пользователя.
16. Базовые функции двумерной графики. Примеры.
17. Базовые функции трехмерной графики. Примеры.
18. Двумерные графические примитивы. Директивы. Опции. Примеры.
19. Основные трехмерные графические примитивы. Директивы. Опции.
20. Правила преобразований: определение, сфера видимости и момент времени вычисления. Примеры.
21. Глобальные правила преобразований: определение, использование. Сохранение глобальных правил во время сессии. Примеры.
22. Списки значений символа: собственного, нижних, верхних, дальних. Принципы занесения глобального правила в список. Примеры.
23. Локальные правила преобразований, или подстановки. Примеры.
24. Функции для выполнения локальных правил преобразований. Программирование в стиле локальных правил. Примеры.
25. Функции семейства `Map`: назначение, аргументы, общие принципы работы. Особенности использования каждой функции. Примеры.

26. Функции Map, MapAt, MapAll: назначение, входы и выходы, примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
27. Функции MapThread, MapIndexed: назначение, входы и выходы, примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
28. Итерационные процессы: определение, примеры (не менее трех). Обзор операторов группы Nest и группы Fold. Их назначение, общее и различие между этими группами.
29. Функции Fold, FoldList: назначение, входы и выходы, примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
30. Функции Nest, NestList: назначение, входы и выходы, примеры использования в задачах лабораторных работ, с комментариями: что и как вычисляется.
31. Шесть функций (Solve, Reduce, Eliminate, Exists, ForAll, Resolve) решения уравнений, особенности каждой. Примеры.
32. Алгебраические преобразования: функции Factor, Expand, Cancel, Apart, Together. Примеры.
33. Динамические графические объекты. Элементы управления, синтаксис функции Manipulate при использовании каждого. Примеры.

Часть 2

Контекст представленных ниже вопросов с 1) по 18): система знаний «Аналитическая геометрия на плоскости», компьютерная среда Mathematica

- 1) Дайте определения следующих понятий: внутреннее представление объекта; конструктор объекта; оператор для запроса свойства объекта. Объясните назначение каждого, укажите связь между ними. Приведите примеры.
- 2) Укажите основные соглашения, которые мы используем при проектировании внутреннего представления объекта, конструкторов объекта, операторов для запросов свойств объектов. Растолкуйте, почему установлены именно такие соглашения и что они обеспечивают.
- 3) Определите понятие «глобальное правило (Definition)». Объясните, что значит «создать конструктор геометрического объекта». Приведите примеры.
- 4) Определите понятие «глобальное правило (Definition)». Объясните, что значит «обеспечить вычисление свойства объекта». Приведите примеры.

- 5) Объясните разницу в терминологии: «Задать объект» и «Представить объект». Приведите примеры.
- 6) Укажите способы, которыми можно запросить свойство экземпляра объекта. Приведите примеры.
- 7) Объясните принципы построения графического препроцессора, готовящего объекты системы «Аналитическая геометрия на плоскости» к отображению. Приведите примеры.
- 8) Укажите основные способы задания объекта «точка на плоскости», 4 способа. Для каждого способа задания точки постройте левые части глобальных правил (содержащие Pattern), соответствующих этому способу задания.
- 9) Укажите основные способы задания объекта «вектор на плоскости», 6 способов. Для каждого способа задания вектора постройте левые части глобальных правил (содержащие Pattern), соответствующих этому способу задания.
- 10) Укажите основные способы задания объекта «прямая на плоскости», 8 способов. Для каждого способа задания вектора постройте левые части глобальных правил (содержащие Pattern), соответствующих этому способу задания.
- 11) Спроектируйте конструкторы объекта «вектор на плоскости», не менее 6. При этом выделите один базовый способ задания вектора и покажите, как к нему сводятся остальные способы задания.
- 12) Спроектируйте конструкторы объекта «прямая на плоскости», не менее 8. При этом выделите два базовых способа задания прямой и покажите, как к нему сводятся остальные способы задания.
- 13) Укажите главный принцип реализации запроса свойства объекта. Перечислите запрашиваемые свойства объекта «точка на плоскости». Напишите глобальные правила, реализующие запросы свойств объекта «точка на плоскости».
- 14) Укажите главный принцип реализации запроса свойства объекта. Перечислите запрашиваемые свойства объекта «вектор на плоскости». Напишите глобальные правила, реализующие запросы свойств объекта «вектор на плоскости».
- 15) Укажите главный принцип реализации запроса свойства объекта. Перечислите запрашиваемые свойства объекта «прямая на плоскости». Напишите глобальные правила, реализующие запросы свойств объекта «прямая на плоскости».
- 16) Назовите списки значений символа `kmPoint`, которые были сформированы при построении подсистемы «точка на плоскости».

Напишите правила, которые содержатся в этих списках, с указанием списка.

- 17) Растолкуйте пошагово, как выполняется функция, которая создает графические образы заданных экземпляров объекта «точка на плоскости».
- 18) Растолкуйте пошагово, как выполняется функция, которая создает графический образ заданного экземпляра объекта «прямая на плоскости».
- 19) Метод неопределенных коэффициентов и его реализация на примере задачи разложения рациональной дроби на сумму дробей. Функциональный стиль: спроектированные функции и описание связей между ними.
- 20) Растолкуйте пошагово, как выполняется функция, которая строит и отображает декартову координатную сетку, узлы которой – равномерно распределенные точки прямоугольной области комплексной плоскости.
- 21) Растолкуйте пошагово, как выполняется функция, которая строит и отображает полярную координатную сетку.
- 22) Изложите пошагово процесс построения образа w графического объекта z при действии на объект z указанной функцией комплексной переменной f . Напишите спецификации спроектированных функций и связи между ними.
- 23) Для функции одной переменной, заданной явно уравнением $y = f(x)$, опишите пошаговое построение и реализуйте функцию вычисления ее аппроксимации Паде в окрестности заданной точки.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Назначение, структура пакета MATLAB, сравнение с другими математическими пакетами.
2. Интерфейс системы. Назначение рабочих окон GUI MATLAB. Работа в интерактивном режиме.
3. Встроенные типы данных. Иерархия данных. Представление данных. Векторы, матрицы, тензоры. Операции с данными. Символьные и текстовые массивы.
4. Структуры. Массивы ячеек. Таблицы. Категориальные данные. Операторы управления.
5. Программирование М-сценариев и М-функций. Функции, определяемые пользователем. Структура типичной функции в MATLAB.
6. Типы функций. Первичные функции, подфункции, частные функции.
7. Входные и выходные аргументы функции. Анонимные функции. Локальные и глобальные переменные. Перегрузка функций.
8. Основные принципы ООП, поддерживаемые в MATLAB Классы и объекты. Классы, определяемые пользователем. Типы конструкторов. Свойства и методы.

9. Основные методы канонических классов MATLAB. Способы создания классов пользователей в MATLAB.
10. Ввод-вывод данных. Типы форматов файлов данных, поддерживаемые MATLAB.
11. Экспорт данных в MAT-файлы. Импорт данных из MAT-файлов.
12. Бинарные данные. ASCII (текстовые) данные. Чтение форматированных данных из файлов. Запись форматированных данных в файл.
13. Основы высокоуровневой и дескрипторной графики. Построение двумерных и трехмерных графических объектов. Построение графиков функций в одной системе координат, в разных с/к, в разных графических окнах.
14. Иерархия классов графических объектов. Доступ к свойствам графических объектов.
15. Управление камерой. Точка обзора. Азимут и возвышение. Позиционирование камеры для просмотра графического объекта или группы объектов.
16. Элементы дескрипторной графики для создания графического интерфейса пользователя GUI. Создание GUI в среде разработки приложений GUIDE.
17. Программирование событий callbacks GUI-компонентов. Установка свойств компонентов в Инспекторе свойств объекта.
18. Инструмент App Designer для создания графического интерфейса пользователя.
19. Вычисления в MATLAB. Передача указателя на функцию в качестве аргумента другой функции.
20. Исследование функций: нахождение нулей функции, поиск локальных экстремумов функций одной и двух переменных.
21. Решение систем линейных уравнений в MATLAB. Задачи интерполяции.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Алгебра и теория чисел	Кафедра высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 14.06.2023)
Математический анализ	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 14.06.2023)
Аналитическая геометрия	Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 14.06.2023)
Методы программирования	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 14.06.2023)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ
ДИСЦИПЛИНЕ НА _____ / _____ УЧЕБНЫЙ ГОД**

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № _____ от _____ 200__ г.)
(название кафедры)

Заведующая кафедрой
кандидат физ.-мат. наук, доцент _____
(ученая степень, ученое звание) (подпись)

Л.Л. Голубева
(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
доктор физ.-мат. наук, профессор _____
(ученая степень, ученое звание) (подпись)

С.М. Босяков
(И.О.Фамилия)