

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

 **О.Е. Прохоренко**

30 июня 2023 г.

Регистрационный № УД – 821/б.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:
6-05-0533-09 Прикладная математика.**

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 6-05-0533-09-2023 (№ 236 от 04.08.23), примерного учебного плана № 6-05-05-020/пр от 20.12.2022г. и учебных планов № 6-5.3-57/01, № 6-5.3-57/02, № 6-5.3-57/03, № 6-5.3-57/04 от 15.05.2023г.

СОСТАВИТЕЛИ:

М.М.Васьковский, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

С.А.Мазаник, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

О.А.Кастрица, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензенты:

Бровка Н.В., профессор кафедры теории функций ММФ БГУ доктор педагогических наук, профессор.

Францкевич А.А., зав. кафедрой информатики и методики преподавания информатики БГПУ им. М.Танка, канд. педагогических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29.06.2023 г.).

Заведующий кафедрой высшей математики
Белорусского государственного университета,
доктор физико-математических наук
профессор



М.М.Васьковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа учебной дисциплины «Математический анализ» разработана в соответствии с учебными планами и образовательным стандартом первой степени высшего образования по специальности **6-05-0533-09 Прикладная математика**.

Учебная дисциплина «Математический анализ» знакомит студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными величинами. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Основой для изучения математического анализа являются математические дисциплины, изучаемые в средней школе.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к государственному компоненту и входит в **модуль «Математический анализ»** учебного плана специальности **6-05-0533-09 Прикладная математика**.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основные цели изучения дисциплины «Математический анализ»:

- формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;
- формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
- овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии;
- формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Математический анализ»:

- дать студентам базу, необходимую для усвоения материала учебных дисциплин учебного плана специальности;
- сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

«Математический анализ» используется при изучении учебных дисциплин «Числовые и функциональные ряды», «Несобственные интегралы», «Теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики», «Теорети-

ческая механика», «Численные методы», «Численные методы математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ» студентами должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций**:

БПК-1. Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК-2. Применять основы дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа к решению прикладных задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия математического анализа;
- методы исследования функций одной и нескольких переменных с использованием аппарата дифференциального исчисления;
- принципы построения и использования интеграла при решении задач математики и прикладных задач;
- связи между кратными, криволинейными и поверхностными интегралами;

уметь:

- дифференцировать функции одной и нескольких переменных;
- находить первообразные, вычислять кратные, криволинейные, поверхностные интегралы;

владеть:

- основным аппаратом математического анализа;
- навыками исследования функциональных зависимостей методами математического анализа;
- навыками построения математических моделей естественных процессов;
- способами использования аппарата дифференциального и интегрального исчисления при проведении математических исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 – 2 семестрах.

Всего на изучение учебной дисциплины «Математический анализ» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 432 часа, в том числе 268 аудиторных часа, из них:

– в первом семестре для изучения дисциплины предусмотрено 216 часов, из них 132 аудиторных часа, в том числе: лекции – 66 часов, практические занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

– во втором семестре предусмотрено 216 часов, из них 136 аудиторных часов, в том числе: лекции – 68 часов, практические занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет и экзамен в каждом семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Функции одной действительной переменной

Тема 1.1. Введение

Дифференциальное и интегральное исчисление как основа математического анализа функциональных зависимостей. Историческое развитие математического анализа, его место среди других математических наук и в естествознании.

Тема 1.2. Числа, числовые множества

Натуральные, рациональные, действительные числа. Критерий различия действительных чисел. Числовые множества. Отображения. Композиция отображений. Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Сужение функции. Счетные и несчетные множества. Счетность множества всех рациональных чисел. Несчетность множества всех действительных чисел.

Перестановки и сочетания. Формула Ньютона.

Границы числовых множеств. Теорема о гранях.

Тема 1.3. Числовые последовательности

Числовая последовательность. Арифметические операции с последовательностями. Ограниченные последовательности. Бесконечно малые последовательности, их свойства. Бесконечно большие последовательности. Шкала бесконечно больших последовательностей. Сходящиеся последовательности, их свойства. Монотонные последовательности. Сходимость монотонных последовательностей. Число “ e ”. Принцип выбора Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Принцип вложенных отрезков. Верхний и нижний пределы последовательности.

Тема 1.4. Предел функции

Функция одной переменной. Предел функции в точке. Критерий Гейне существования предела функции. Единственность предела. Пределы арифметических комбинаций функций. Свойства пределов, выражаемые неравенствами. Лемма о сжатой функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. Односторонние пределы. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 1.5. Непрерывность

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность арифметической комбинации функций.

Непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции и композиции функций. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций. O -символика. Локальные свойства непрерывных функций: локальная ограниченность, локальное сохранение знака. Функции, непрерывные на множестве. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях. Теорема

Вейерштрасса о достижении непрерывной на отрезке функцией своих экстремальных значений. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора. Колебание функции на множестве.

Тема 1.6. Дифференцируемость

Дифференцируемость функции в точке. Производная. Геометрический, механический, экономический смысл производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Производная композиции функций. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Использование производной и дифференциала в приближенных вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Формула Тейлора. Различные формы представления остаточного члена. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Ряд Тейлора. Формулы Эйлера.

Тема 1.7. Исследование функций

Стационарные точки функции. Теоремы Ферма, Ролля. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа). Теорема Коши. Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.

Монотонные дифференцируемые функции. Критерий постоянства. Критерии монотонности и строгой монотонности.

Локальные экстремумы. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции. Исследование стационарных точек. Экстремумы в точках недифференцируемости. Глобальный экстремум.

Выпуклость функций. Условия выпуклости в терминах первой и второй производной. Точки перегиба.

Асимптоты. Построение эскиза графика функций.

Понятие об итерационных алгоритмах приближенного вычисления корней уравнений.

Тема 1.8. Неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные основных элементарных функций. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Неберущиеся интегралы. Существование элементарных первообразных у рациональных функций. Методы рационализации дробно-линейных, квадратичных и биномиальных иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций.

Тема 1.9. Определенный интеграл

Интегральные суммы. Интегрируемые функции. Определенный интеграл Римана. Ограниченность интегрируемой функции. Критерий Коши интегрируемости функции. Интегрируемость непрерывной функции. Интегральное колебание. Необходимые условия Дарбу, достаточные условия Дарбу интегрируемости в смысле

Римана. Классы интегрируемых функций. Аддитивность и монотонность определенного интеграла. Основные оценки для интеграла. Теоремы о среднем. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Основные приемы вычисления определенного интеграла: замена переменных, интегрирование по частям.

Понятие о других способах построения интеграла.

Тема 1.10. Приложения определенного интеграла

Длина дуги. Дифференциал дуги. Квадрируемые фигуры. Вычисление площади фигуры. Кубируемые тела. Вычисление объема тела с помощью сечений. Приложения интеграла в механике, физике, экономике и др.

Понятие о численном интегрировании.

Раздел 2. Функции нескольких действительных переменных

Тема 2.1. Функции n переменных

Пространство $\mathbf{R}^n$. Метрика, шары, открытые множества. Окрестность точки. Предельная точка множества. Замкнутые множества. Граница множества. Компактные и связные множества.

Сходящиеся последовательности в $\mathbf{R}^n$. Основной критерий сходимости. Принцип выбора. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности в $\mathbf{R}^n$.

Функции нескольких переменных. Предел. Повторные пределы. Непрерывность. Непрерывность по одной из переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность на множестве. Теорема о непрерывном образе компакта. Равномерная непрерывность.

Тема 2.2. Дифференцируемые функции нескольких переменных

Дифференцируемость функции в точке. Частные производные. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Дифференцирование композиции функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент.

Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных производных. Оператор дифференцирования. Формула Тейлора.

Тема 2.3. неявно заданные функции

Теорема о неявной функции. Векторные функции n переменных. Непрерывность. Дифференцируемость. Производное отображение. Матрица Якоби. Дифференциал. Дифференцирование композиции. Теорема о неявной векторной функции. Зависимость функций.

Тема 2.4. Экстремум функций нескольких переменных

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума дифференцируемой функции. Исследование стационарных точек. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Глобальный экстремум.

Тема 2.5. Кратные интегралы

Интеграл Римана функции двух и трех переменных. Критерии Коши и Дарбу интегрируемости. Основные свойства интеграла. Классы интегрируемых функций. Замена переменных в кратных интегралах. Использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Использование кратных интегралов при решении геометрических, физических и других прикладных задач.

Тема 2.6. Кривые и поверхности

Кривые на плоскости и в пространстве. Огибающая семейства плоских кривых. Векторное задание кривой. Треугольник Френе. Кривизна и кручение.

Поверхности. Векторное задание поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Односторонние и двухсторонние поверхности. Понятие многообразия.

Тема 2.7. Криволинейные и поверхностные интегралы

Криволинейные интегралы первого и второго рода, связь между ними. Сведение криволинейных интегралов к определенному интегралу. Формула Грина. Независимость интеграла от пути интегрирования. Условия Эйлера. Использование формулы Ньютона-Лейбница для вычисления криволинейных интегралов.

Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода, связь между ними. Сведение поверхностных интегралов к двойным. Формула Стокса. Формула Остроградского. Элементы теории поля. Дивергенция. Ротор.

Использование криволинейных и поверхностных интегралов при решении прикладных задач.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
 Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раз- дела, темы	Наименование раздела, темы	Количество ауди- торных часов		Количе- ство часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практи- ческие занятия		
I семестр					
I.	Функции одной действительной переменной				
1.1	Введение	2			
1.2	Числа, числовые множества	4	4		Отчеты по практи- ческим заданиям
1.3	Числовые последовательности	6	6		Отчеты по практи- ческим заданиям. Контрольная работа №1
1.4	Предел функции	4	6	2	Собеседование. От- четы по практиче- ским заданиям
1.5	Непрерывность	4	2		Отчеты по практи- ческим заданиям

1.6	Дифференцируемость	10	8		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №2
1.7	Исследование функций	18	14	2	Отчеты по практическим заданиям. Коллоквиум. Контрольная работа №3
1.8	Неопределенный интеграл	8	10	2	Отчеты по практическим заданиям
1.9	Определенный интеграл	6	6		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №4
1.10	Приложения определенного интеграла	4	4		Собеседование. Отчеты по практическим заданиям
II семестр					
II.	Функции нескольких действительных переменных				
2.1	Функции n переменных	16	6		Отчеты по практическим заданиям

2.2	Дифференцируемые функций нескольких переменных	12	14	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №5
2.3	Неявно заданные функции	6	6		Отчеты по практическим заданиям.
2.4	Экстремум функций нескольких переменных	6	6	2	Отчеты по практическим заданиям. Коллоквиум Контрольная работа №6
2.5	Кратные интегралы	12	14	2	Собеседование. Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №7
2.6	Кривые и поверхности.	4	2		Отчеты по практическим заданиям.
2.7	Криволинейные и поверхностные интегралы.	12	12	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №8

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Леваков, А. А. Математический анализ : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / А. А. Леваков ; БГУ. - Минск: БГУ, 2014. - 383 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113453>.

2. Кастрица, О. А. Математический анализ. Краткий курс: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по спец. "Прикладная информатика" / О. А. Кастрица, С. А. Мазаник ; БГУ. - Минск: БГУ, 2017. - 299 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/192957>.

3. Альсевич, Л. А. Математический анализ. Последовательности. Функции. Интегралы: практикум: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим, физическим и экономическим специальностям / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский. - Минск: Вышэйшая школа, 2021. - 471 с.

4. Альсевич, Л. А. Математический анализ. Последовательности и функции. Практикум: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский, А. Ф. Наумович. - Минск: Вышэйшая школа, 2019. - 327 с.

5. Бровка, Н. В. Практикум по математическому анализу: учебное пособие для студ. учреждений высшего образования по математическим специальностям: в 3 ч. / Н. В. Бровка, А. В. Ляцкая, А. П. Карпова; БГУ. - Минск: БГУ, 2023. - Ч. 1. - 2023. - 455 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/303294>.

6. Математический анализ. Ряды и несобственные интегралы : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по физ., мат. и экон. спец. / [авт.: О. А. Кастрица]. - Минск : Вышэйшая школа, 2015. - 389 с.

7. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие [для студентов физических и механико-математических специальностей вузов] / Б. П. Демидович. - Изд. 24-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. - 623 с. - URL: <https://reader.lanbook.com/book/332675>.

Дополнительная литература

8. Богданов, Ю. С. Математический анализ : Учеб.пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов / Ю.С. Богданов, О.А. Кастрица, Ю.Б. Сыроид. - Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. - 351 с.

9. Богданов, Ю. С. Лекции по математическому анализу : учеб. пособие для студ. физ. -мат. спец. вузов. Ч. 1 / Ю. С. Богданов. - Минск : Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1974. - 176с.

10. Богданов, Ю. С. Лекции по математическому анализу : учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов. Ч. 2 / Ю. С. Богданов. - Минск : Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1978. - 182 с.

11. Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. Ч. 1 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова ; МГУ им. М. В. Ломоносова . - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект, 2004. - 660 с.

12. Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. Ч. 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова ; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект, 2004. - 357 с.

13. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник [для вузов]: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 17-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2023 -Т. 1. - 2023. - 607 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/284078>.

14. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 16-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. -Т. 2. - 2022. - 800 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/199928>.

15. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник [для вузов] / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 13-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. - Т. 3. - 2022. - 656 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/221270>.

16. Богданов, Ю. С. Начала анализа в задачах и упражнениях : учеб. пособие для студ. мат. спец. ун-тов / Ю. С. Богданов, О. А. Кастрица. - Минск : Вышэйшая школа, 1988. - 172 с.

17. Альсевич, Л. А. Определенный интеграл : учеб. материалы для студ. факультета прикладной математики и информатики / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский, А. Ф. Наумович ; БГУ, Факультет прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики. - Минск : БГУ, 2018. - 63 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/208972>.

18. Электронный учебно-методический комплекс «Высшая математика». Государственный регистр информационных ресурсов. Регистрационное свидетельство №1271101243 от 29 апреля 2011 г. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/8436> – Дата доступа: 03.05.2018.

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с «Правилами аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования», утв. Постановлением Министерства образования Республики Беларусь №319 от 13.10.2023, Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020).

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы используются оценочные средства, включающие следующие формы:

Устные формы:

– собеседование.

Письменные формы:

– коллоквиум;

– контрольная работа;

– отчеты по практическим заданиям.

Устно-письменные формы:

– зачет;

– экзамен по учебной дисциплине.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Математический анализ» предусматривается изложение теории с включением проблемного подхода к изучению отдельных тем. Обращается внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Методика формирования итоговой оценки

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» учебным планом предусмотрен зачет и экзамен в каждом семестре.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации и промежуточной аттестации в рейтинговую оценку:

формирование оценки за текущую успеваемость:

– отчеты по практическим заданиям – 40 %;

– оценки за выполнение всех контрольных работ – 60 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес

оценки текущей успеваемости составляет 40 %, вес экзаменационной оценки составляет 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.4. Предел функции (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел I, §5.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Тема 1.7. Исследование функций (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел II, §12.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Тема 1.8. Неопределенный интеграл (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел III, §6.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Тема 2.2. Дифференцируемые функции нескольких переменных (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел VI, §2, §3.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Тема 2.4. Экстремум функций нескольких переменных (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел VI, §7.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Тема 2.5. Кратные интегралы (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел VIII, § 5, § 8.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Тема 2.7. Криволинейные и поверхностные интегралы (2 ч.)

Решение задач из задачника: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г. Отдел VIII, § 11, § 14.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении практических заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия и методические разработки кафедры, большая часть которых размещена в электронной библиотеке университета.

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзаменам и зачетам

1. Критерий различия действительных чисел.
2. Теорема о границах.
3. Счетные и несчетные множества. Счетность Q и несчетность R .
4. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
5. Сходящиеся последовательности и их свойства. Переход к пределу в неравенствах.
6. Теорема о пределе монотонной последовательности.
7. Число e . Замечательный степенно-показательный предел.
8. Теорема о монотонной подпоследовательности. Принцип выбора.
9. Критерий Коши сходимости последовательности.
10. Критерий Гейне существования предела функции.
11. Критерий Коши существования конечного предела функции.
12. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции.
13. Критерий эквивалентности.

14. Непрерывность и ее геометрический смысл. Классификация точек разрывов.
15. Локальные свойства непрерывных функций.
16. Лемма об односторонних пределах монотонной функции.
17. Критерий непрерывности монотонной функции.
18. Непрерывность и дифференцируемость обратной функции.
19. Дифференцируемые функции. Критерий дифференцируемости функции в точке.
20. Геометрический смысл производной и дифференциала.
21. Производные арифметических комбинаций. Дифференцирование композиции.
22. Инвариантность формы первого дифференциала. Вычисление дифференциалов
23. второго порядка.
24. Производные высших порядков элементарных функций.
25. Производная n -го порядка (правило Лейбница).
26. Теорема Вейерштрасса (о достижении экстремальных значений).
27. Теоремы о стационарных точках (Ферма и Ролля).
28. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа).
29. Теорема Больцано-Коши (о прохождении непрерывной функции через нуль). Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Множество значений функции непрерывной на отрезке.
30. Множество значений производной. Теорема Дарбу.
31. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
32. Теорема о представлении колебания функции. Колебание функции, непрерывной на отрезке.
33. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
34. Формула Тейлора для многочлена и для произвольной функции.
35. Представление остаточного члена формулы Тейлора через вспомогательную функцию.
36. Остаточный член формулы Тейлора в формах Лагранжа, Коши, Пеано.
37. Формула Тейлора для экспоненты, синуса и косинуса.
38. Формула Тейлора для логарифма и степени бинома.
39. Критерий представимости функции рядом Тейлора. Ряды Тейлора для основных элементарных функций.
40. Формулы Эйлера. Связь тригонометрических и гиперболических функций.
41. Критерий монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции.
42. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия.
43. Нахождение глобального экстремума.

44. Определение и геометрический смысл выпуклости.
45. Лемма о выпуклых функциях.
46. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
47. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной.
48. Первообразная и неопределенный интеграл. Определение и простейшие свойства.
49. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
50. Интегрирование рациональных функций.
51. Интегрирование иррациональностей от дробно-линейной функции.
52. Интегрирование биномиального дифференциала.
53. Подстановки Эйлера. Интегрирование тригонометрических функций.
54. Точки перегиба графика функции. Асимптоты.
55. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.
56. Критерий Коши интегрируемости в смысле Римана.
57. Интегральные колебания. Необходимое условие Дарбу интегрируемости в смысле Римана.
58. Представление и оценка разности двух интегральных сумм. Дельта лемма.
59. Омега лемма.
60. Достаточные условия Дарбу интегрируемости в смысле Римана.
61. Классы интегрируемых функций.
62. Линейность и аддитивность интеграла Римана.
63. Оценки интеграла Римана.
64. Теоремы о среднем для интеграла Римана.
65. Обобщенные интегральные суммы.
66. Интеграл с переменным верхним пределом. Его свойства.
67. Вычисление интеграла Римана (формула Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям, замена переменных).
68. Вычисление длины кривой. Дифференциал дуги.
69. Основные приложения интеграла Римана.
70. Предел Ф2П. Связь двойных и повторных пределов.
71. Локальные свойства непрерывных функций.
72. Прохождение непрерывной функции через промежуточные значения.
73. Достижение непрерывной на компакте функции своих экстремальных значений.
74. Дифференцируемые Ф2П. Необходимые условия дифференцируемости.
75. Дифференцируемость композиций. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
76. Формула конечных приращений для Ф2П.
77. Признак дифференцируемости Ф2П.
78. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический

- смысл частных производных и дифференциала Ф2П.
79. Теорема о совпадении смешанных производных.
 80. Вычисление дифференциалов n -го порядка. Неинвариантность формы дифференциала второго порядка.
 81. Формула Тейлора для Ф2П.
 82. Теорема о непрерывном решении функционального уравнения $F(x,y) = 0$.
 83. Теорема о неявной функции.
 84. Определение 2И. Необходимое условие интегрируемости. Критерий
 85. Коши интегрируемости в смысле Римана.
 86. Необходимое и достаточное условие Дарбу интегрируемости Ф2П в смысле Римана.
 87. Классы интегрируемых Ф2П.
 88. Интегрируемость произведения.
 89. Основные свойства 2И.
 90. Лемма о сведении 2И по прямоугольнику к повторному интегралу.
 91. Сведение 2И по выпуклой фигуре к повторным интегралам.
 92. Диффеоморфизм. Геометрический смысл якобиана.
 93. Замена переменных в 2И. Переход к полярным координатам.
 94. Определение и основные свойства 3И.
 95. Сведение 3И к повторным интегралам.
 96. Переход в 3И к цилиндрическим и сферическим координатам.
 97. Геометрические приложения 2И и 3И.
 98. Механические приложения 2И и 3И.
 99. Векторные функции. Основные понятия и свойства.
 100. Дифференцируемость векторных функций. Связь с дифференцируемостью координатных функций.
 101. Представление производного отображения векторной функции.
 102. Разрешимость системы функциональных уравнений.
 103. Зависимость функций.
 104. Необходимые условия локального экстремума функции нескольких переменных.
 105. Достаточные условия локального экстремума функции нескольких переменных.
 106. Условный экстремум. Сведение к безусловному.
 107. Условный экстремум. Метод дифференциалов.
 108. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
 109. Производная по направлению и градиент.
 110. Локальный минимум строго выпуклой функции.
 111. Гладкие кривые. Различные способы задания. Уравнение касательной прямой.
 112. Огибающая однопараметрического семейства плоских кривых.
 113. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
 114. Первая квадратичная форма поверхности.

- 115.Площадь поверхности.
- 116.КРИ-1. Определение, свойства и механические приложения.
- 117.Сведение КРИ-1 к определенному интегралу.
- 118.КРИ-2. Определение, свойства и сведение к определенному интегралу.
- 119.КРИ-2 как предел интегральных сумм. Механический смысл КРИ-2.
- 120.Связь между КРИ-2 по кривой и вписанной в нее ломаной.
- 121.Формула Грина.
- 122.Независимость КРИ-2 от пути интегрирования.
- 123.Построение первообразной дифференциального выражения.
- 124.Определение ПОВИ-1. Сведение к двойному интегралу. Применение в механике.
- 125.ПОВИ-2. Определение и сведение к двойному интегралу.
- 126.Физический смысл ПОВИ-2.
- 127.Формула Остроградского.
- 128.Формула Стокса.
- 129.Скалярные и векторные поля.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Методы оптимизации	Кафедра методов оптимального управления	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Теоретическая механика	Кафедра методов оптимального управления	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Функциональный анализ и интегральные уравнения	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Численные методы	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Численные методы математической физики	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.).

Заведующий кафедрой
докт.физ.-матем. наук,
профессор
(ученая степень, звание)

(подпись)

М.М.Васьковский
(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФПМИ
кандидат физ.-матем. наук,
доцент
(ученая степень, звание)

(подпись)

Ю.Л.Орлович
(И.О.Фамилия)