БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_____________ О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12716/уч.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:
1-31 03 08 Математика и информационные технологии
(по направлениям)

Направлений специальности:

1-31 03 08-01 Математика и информационные технологии (веб-программирование и интернет технологии)

1-31 03 08-02 Математика и информационные технологии (математическое и программное обеспечение мобильных устройств)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 08-2021, типового учебного плана, регистрационный № G31-1-012/пр-тип от 31.03.2021, учебных планов: №G31-1-011/уч. от 25.05.2021, №G31-1-003/уч.ин. от 31.05.2021, №G31-1-004/уч.з. от 31.05.2021, №G31-1-017/уч. от 25.05.2021, №G31-1-001/уч. ин.от 31.05.2021, №G31-1-003/уч. з. от 31.05.2021; №G31-1-220/уч. от 22.03.2022, №G31-1-225/уч. ин.от 27.05.2022, №G31-1-218/уч.з от 27.03.2022, №G31-1-221/уч. от 22.03.2022, №G31-1-235/уч. ин.от 27.05.2022, №G31-1-219/уч.з от 27.03.2022.

СОСТАВИТЕЛИ:

А.Л. Гладков – заведующий кафедрой математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

Ф.Е. Ломовцев – профессор кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Дайняк – доцент кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

И.В. Кашникова – доцент кафедры микропроцессорных систем и сетей Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики механико-математического факультета БГУ
(протокол № 11 от 28.06.2023);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой ________________________ А.Л. Гладков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математическая физика является частью общей теории дифференциальных уравнений в частных производных. Она изучает те дифференциальные уравнения, которые возникают в конкретных задачах механики, акустики, теплофизики, гидродинамики, электродинамики, электростатики, электроники и других. Поэтому представляется естественным начать дисциплину «Уравнения математической физики» кратким введением в общую теорию уравнений с частными производными. Предполагается знание студентами таких разделов общей физики, как механика, теплопроводность, гравитация и электростатика, а также некоторых разделов высшей математики. Основные уравнения математической физики относятся к одному из трех важнейших типов уравнений в частных производных: гиперболические, параболические и эллиптические уравнения. Однако, она не исключает изложение материала учебной дисциплины в другом порядке: эллиптические, параболические и гиперболические уравнения.

В дисциплине «Уравнения математической физики» рассматриваются задачи математической физики, приводящие в основном к линейным уравнениям с частными производными второго порядка. В результате изучения данной дисциплины студенты должны получить знания и умения математического моделирования реальных и в первую очередь физических процессов в виде краевых задач для уравнений математической физики. Расположение материала соответствует основным типам уравнений.

Широко используются основные методы математического анализа, линейной алгебры, топологии, линейных дифференциальных и интегральных уравнений и функционального анализа, которые должны быть изложены в предшествующих курсах.

От студентов требуются практические навыки вычисления определенных интегралов, дифференцирования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе, и краевых задач для этих уравнений. Студенты должны в полной мере владеть аппаратом матричных преобразований и теорией рядов Фурье. В теории рядов Фурье необходимо умение численного интегрирования определенных интегралов. Таким образом, студент обязан владеть основами численных методов интегрирования и дифференцирования, которые используются при численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений, являющихся частным случаем линейных уравнений с частными производными. Знание основ линейной алгебры и умение приводить квадратичные формы к каноническому виду являются для этого курса необходимостью. Из функционального анализа желательно знание основ теории разложения по ортогональным системам и спектральной теории компактных самосопряженных операторов, действующих в гильбертовом пространстве.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Уравнения математической физики»: научить студентов владеть основными понятиями теории дифференциальных уравнений с частными производными, методами построения математических моделей различных процессов естествознания и математическими методами исследования и решения основных краевых задач математической физики.

Образовательная цель: изложение основных принципов постановки краевых задач для гиперболических, эллиптических и параболических уравнений; овладение основными математическими методами решения краевых задач математической физики.

Развивающая цель: дальнейшее формирование у студентов навыков математического мышления, математического моделирования и умения применять его в конкретных физических задачах.

Воспитательная цель: формирование у студентов стремления к дальнейшему получению знаний в области уравнений математической физики и их использованию в решении прикладных краевых задач и актуальных социальных проблем современного общества.

Задачи учебной дисциплины:

– освоение важнейших понятий теории дифференциальных уравнений с частными производными (классические и обобщенные решения дифференциальных уравнений с частными производными, решения и квазирешения краевых задач, корректные и условно корректные краевые задачи);

– классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка;

– постановка краевых задач математической физики, моделирующих нестационарные процессы колебаний струны, мембраны и газа и нестационарные процессы теплообмена, диффузии веществ и сорбции газов;

– постановка краевых задач математической физики, моделирующих процессы электростатики;

– изучение методов решения задачи Коши для гиперболических и параболических уравнений математической физики;

– изучение методов решения смешанных задач для гиперболических и параболических уравнений математической физики;

– решение различных задач Штурма–Лиувилля на собственные функции и собственные значения, возникающих в смешанных задачах для гиперболических и параболических уравнений математической физики;

– изучение основных методов решения краевых задач для эллиптических уравнений математической физики.

Место учебной дисциплины. В системе подготовки специалиста с высшим образованием учебная дисциплина относится **к модулю «Дифференциальные уравнения» 2** компонента учреждения образования.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

универсальные компетенции:

УК-1 Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации

УК-2 Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения инфо технологий

УК-3 Осуществлять коммуникации на иностранном языке для решения задач межличностного и межкvльтурного взаимодействия

УК-4 Работать в команде, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные, культурные и иные различия

УК-5 Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности

УК-6 Проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности

базовые профессиональные компетенции:

БПК-7. Строить и анализировать дифференциальные модели реально происходящих явлений и процессов.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основы теории дифференциальных уравнений с частными производными;

– корректную постановку краевых задач для уравнений с частными производными;

– постановку краевых задач для основных уравнений математической физики;

уметь:

– вывести основные уравнения математической физики;

– исследовать корректность основных краевых задач для уравнений математической физики;

– использовать персональный компьютер в системе Mathematica для решения основных краевых задач математической физики;

владеть:

– методом характеристик решения задачи Коши для уравнения колебаний струны;

– методом разделения переменных решения смешанных задач для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона;

– методами обоснования корректности формальных решений смешанных задач для уравнений математической физики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре очной формы получения высшего образования и в 8-9 семестре заочной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» отведено:

– в очной форме получения высшего образования: 108 часов, в том числе 72 аудиторных часов, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

– в заочной форме получения высшего образования – 16 аудиторных часов, из них: лекции – 10 часов, лабораторные занятия – 6 часов, предусмотрено написание контрольной работы в 8-9 семестре.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение в уравнения математической физики

Тема 1.1. Основные понятия. Постановка краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректность по Адамару. Теорема Коши–Ковалевской. Пример Адамара некорректной краевой задачи.

Тема 1.2. Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическое уравнение и характеристики дифференциальных уравнений.

Раздел 2. Гиперболические уравнения математической физики

Тема 2.1. Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Закон Гука. Постановка основных краевых задач для уравнения колебаний струны. Физическая интерпретация данных краевых задач.

Тема 2.2. Решение задачи Коши для однородного и неоднородного уравнения колебаний струны методом характеристик и методом Дюамеля. Полная формула Даламбера (Эйлера). Критерий корректности по Адамару задачи Коши во множестве классических решений.

Тема 2.3. Решение обобщённой задачи Коши для линейных гиперболических уравнений второго порядка с двумя переменными методом Римана. Формула Римана. Формулы Пуассона и Кирхгофа решений задач Коши на плоскости и в пространстве. Принцип Гюйгенса.

Тема 2.4. Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) решения смешанных задач для гиперболических уравнений второго порядка. Задача Штурма–Лиувилля. Общие свойства собственных функций и собственных значений. Колебания прямоугольной мембраны.

Тема 2.5. Обоснование метода Фурье в случае первой смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний струны во множестве классических решений. Необходимые и достаточные условия её корректности. Понятие об обобщенных решениях.

Раздел 3. Параболические уравнения математической физики

Тема 3.1. Вывод уравнения теплопроводности в пространстве. Закон Фурье. Постановка основных краевых задач для уравнения теплопроводности.

Тема 3.2. Принцип максимума и минимума решений однородного уравнения теплопроводности и следствия.

Тема 3.3. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований Фурье. Формула Пуассона. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.

Тема 3.4. Решение первой смешанной задачи для неоднородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных (методом Фурье).

Задача Штурма–Лиувилля. Распространение тепла в прямоугольной пластине.

Тема 3.5. Обоснование метода Фурье первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности во множестве классических решений. Функция влияния мгновенного точечного источника. Необходимые и достаточные условия корректности. Понятие обобщенных решений.

Раздел 4. Эллиптические уравнения математической физики

Тема 4.1. Формула Остроградского – Гаусса. Три интегральных формул Грина. Интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega)\bigcap C^1(\overline{\Omega})$.

Тема 4.2. Определение и свойства гармонических функций. Сингулярные фундаментальные решения уравнения Лапласа.

Тема 4.3. Постановка внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости задач Неймана. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана.

Тема 4.4. Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье. Задача Штурма–Лиувилля. Обоснование метода Фурье во множестве классических решений. Интеграл Пуассона. Понятие об обобщённых решениях.

Тема 4.5. Метод функций Грина решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Метод фиктивных зарядов. Решение задачи Дирихле в шаре методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Теорема Лиувилля.

Тема 4.6. Решение задачи Дирихле вне шара методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Поведение частных производных гармонических функций на бесконечности.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	**Название раздела, темы**	**Количество аудиторных часов**					**Количество часов УСР**	**Форма контроля знаний**
		Лекции	**Практические занятия**	**Семинарские занятия**	**Лабораторные занятия**	**Иное**		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Введение в уравнения математической физики**	**4**	**4**					
1.1	Основные понятия. Постановка краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректность по Адамару. Теорема Коши–Ковалевской. Пример Адамара некорректной краевой задачи.	2						Устный опрос
1.2	Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическое уравнение и характеристики дифференциальных уравнений.	2	4					Устный опрос
2	**Гиперболические уравнения математической физики**	**10**	**10**				**2**	
2.1	Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Закон Гука. Постановка основных краевых задач для уравнения колебаний струны. Физическая интерпретация данных краевых задач.	2						Устный опрос

2.2	Решение задачи Коши для однородного и неоднородного уравнения колебаний струны методом характеристик и методом Дюамеля. Полная формула Даламбера (Эйлера). Критерий корректности по Адамару задачи Коши во множестве классических решений.	2	2					Экспресс-опрос
2.3	Решение обобщённой задачи Коши для линейных гиперболических уравнений второго порядка с двумя переменными методом Римана. Формула Римана. Формулы Пуассона и Кирхгофа решений задач Коши на плоскости и в пространстве. Принцип Гюйгенса.	2	2					Устный опрос
2.4	Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) решения смешанных задач для гиперболических уравнений второго порядка. Задача Штурма–Лиувилля. Общие свойства собственных функций и собственных значений. Колебания прямоугольной мембраны.	2	4				2	Письменная контрольная работа № 1, Отчет по индивидуальному заданию
2.5	Обоснование метода Фурье в случае первой смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний струны во множестве классических решений. Необходимые и достаточные условия её корректности. Понятие об обобщенных решениях.	2	2					Экспресс-опрос
3	**Параболические уравнения математической физики**	**10**	**8**				**2**	
3.1	Вывод уравнения теплопроводности в пространстве. Закон Фурье. Постановка основных краевых задач для уравнения теплопроводности.	2						Устный опрос
3.2	Принцип максимума и минимума решений однородного уравнения теплопроводности и следствия.	2						Устный опрос
3.3	Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований Фурье. Формула Пуассона. Фундаментальное решение урав-	2	2					Устный опрос

	нения теплопроводности.							
3.4	Решение первой смешанной задачи для неоднородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных (методом Фурье). Задача Штурма–Лиувилля. Распространение тепла в прямоугольной пластине.	2	4				2	Письменная контрольная работа № 2, отчет по индивидуальному заданию
3.5	Обоснование метода Фурье первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности во множестве классических решений. Функция влияния мгновенного точечного источника. Необходимые и достаточные условия корректности. Понятие обобщенных решений	2	2					Коллоквиум
4	**Эллиптические уравнения математической физики**	**12**	**8**				**2**	
4.1	Формула Остроградского – Гаусса. Три интегральных формул Грина. Интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega)\bigcap C^1(\overline{\Omega})$.	2						Устный опрос
4.2	Определение и свойства гармонических функций. Сингулярные фундаментальные решения уравнения Лапласа.	2						Устный опрос
4.3	Постановка внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости задач Неймана. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана.	2						Устный опрос
4.4	Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье. Задача Штурма–Лиувилля. Обоснование метода Фурье во множестве классических решений. Интеграл Пуассона. Понятие об обобщённых решениях.	2	4				2	Письменная контрольная работа № 3, отчет по индивидуальному заданию
4.5	Метод функций Грина решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Метод фиктивных зарядов. Решение задачи Дирихле в шаре методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Теорема	2	2					Коллоквиум

	Лиувилля.							
4.6	Решение задачи Дирихле вне шара методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Поведение частных производных гармонических функций на бесконечности.	2	2					Устный опрос
	ИТОГО	**36**	**30**				**6**	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Введение в уравнения математической физики**	**3**			**1**			
1.1	Основные понятия. Постановка краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректность по Адамару. Теорема Коши–Ковалевской. Пример Адамара некорректной краевой задачи.	1						Устный опрос
1.2	Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическое уравнение и характеристики дифференциальных уравнений.	1			1			Устный опрос
1.3	Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Закон Гука. Постановка основных краевых задач для уравнения колебаний струны. Физическая интерпретация данных краевых задач.	1						Устный опрос
2	**Гиперболические уравнения математической физики**	**2**			**2**			
2.1	Решение задачи Коши для однородного и неоднородного уравнения колебаний струны методом характеристик и	1			1			Экспресс-опрос

	методом Дюамеля. Полная формула Даламбера (Эйлера). Критерий корректности по Адамару задачи Коши во множестве классических решений.							
2.2	Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) решения смешанных задач для гиперболических уравнений второго порядка. Задача Штурма–Лиувилля. Общие свойства собственных функций и собственных значений. Колебания прямоугольной мембраны.	1			1			Устный опрос
3	**Параболические уравнения математической физики**	**2**			**1**			
3.1	Принцип максимума и минимума решений однородного уравнения теплопроводности и следствия.	1						Устный опрос
3.2	Решение первой смешанной задачи для неоднородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных (методом Фурье). Задача Штурма–Лиувилля. Распространение тепла в прямоугольной пластине.	1			1			Экспресс-опрос
4	**Эллиптические уравнения математической физики**	**3**			**2**			
4.1	Определение и свойства гармонических функций. Сингулярные фундаментальные решения уравнения Лапласа.	1						Устный опрос
4.2	Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье. Задача Штурма–Лиувилля. Обоснование метода Фурье во множестве классических решений. Интеграл Пуассона. Понятие об обобщённых решениях.	1			1			Устный опрос
4.3	Метод функций Грина решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Метод фиктивных зарядов. Решение задачи Дирихле в шаре методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Теорема Лиувилля.	1			1			Экспресс-опрос
	Итого	**10**			**6**			

Перечень основной литературы

1. Деревич, И.В. Практикум по уравнениям математической физики/ И.В. Деревич. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 428с. – Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/212843.
2. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учебное пособие для вузов / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбкина. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 216 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/156410.
3. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие для вузов / М. М.Карчевский. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. –164 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/321200.
4. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс: учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям / В. В. Палин, Е. В. Радкевич; МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 222 с.
5. Корзюк В.И. Уравнения математической физики. / В.И. Корзюк. – 2-е изд., испр. и доп. Изд-во Ленанд. – Мн., 2021. – 480 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Алексеев, Г.В. Классические методы математической физики: учебное пособие. Часть 2 / Г.В. Алексеев. – Владивосток: Изд-во Дальневосточного университета, 2005. – 416 с.
2. Байков, В.А. Уравнения математической физики / В.А. Байков, А.В. Жибер. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 252 с.
3. Барашков, В.А. Методы математической физики: учебное пособие / В.А. Барашков. – М.: Инфра-М, 2018. – 480 с.
4. Бицадзе, А.В. Уравнения математической физики/ А.В. Бицадзе. – М.: Альянс, 2017. – 336 с.
5. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики: учебник для вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. – М.: Физико-математическая литература, 2000. – 400 с.
6. Горюнов, А.Ф. Методы математической физики в примерах и задачах / А.Ф. Горюнов. В 2 т. Т1. М.: Физматлит, 2015. – 872 с.; Т2. М.: Физматлит, 2018. – 772 с.
7. Михайлов, В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных: учебное пособие. – М.: Наука, 1983. – 424с.
8. Шаньков, В.В. Лекции по уравнениям математической физики: учебное пособие / В.В. Шаньков. – Спб.: Амтейя, 2023. – 256 с.

9. Пикулин, В.П. Практический курс по уравнениям с частными производными / В.П. Пикулин. – 2-изд.,стер. – М.: Изд-во МЦНМО, 2004. – 208 с.
10. Кулешов, А.А. Уравнения математической физики в системе Mathematica / А.А. Кулешов. – Мн.: БГУ, 2004. – 294 с. https://elib.bsu.by/handle/123456789/4630.
11. Кулешов, А.А. Уравнения математической физики: лабораторный практикум для студентов механико-математического факультета БГУ / А.А. Кулешов, В.И. Чесалин, Н.И. Юрчук. – Мн.: БГУ, 2005. – 29 с. https://elib.bsu.by/handle/123456789/8070
12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 2004. – 798 с.
13. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., 1968. – с.
14. Сборник задач по уравнениям математической физики (под. редакцией Владимирова В.С.). М.: Наука, 1982. – 256 с.
15. Ломовцев Ф.Е. Уравнения математической физики. Сборник задач (с решениями). Минск: БГУ, 2009. – 132 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства ткущего контроля:

- опрос,
- экспресс-опрос,
- письменная контрольная работа,
- коллоквиум,
- отчет по индивидуальному заданию.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Уравнения математической физики» учебным планом предусмотрен **экзамен.**

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- проверка отчета по индивидуальным заданиям - 20%.
- коллоквиум – 25%.
- проверка контрольной работы – 40%.
- опрос –15%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 30 % и экзаменационной отметки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Управляемая самостоятельная работа по дисциплине «Уравнения математической физики» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий. Контроль осуществляется в форме отчетов по индивидуальным письменным заданиям.

Раздел 2. Гиперболические уравнения математической физики.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 2 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Раздел 3. Параболические уравнения математической физики.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 3 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Раздел 4. Эллиптические уравнения математической физики.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 4 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Примерная тематика практических занятий

Практическое занятие 1. Классификация и приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

Практическое занятие 2. Классификация и приведение к каноническому виду эллиптических уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

Практическое занятие 3. Классификация и приведение к каноническому виду параболических уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

Практическое занятие 4. Решение простейших дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными.

Практическое занятие 5. Решение гиперболических и эллиптических дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

Практическое занятие 6. Решение параболических дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

Практическое занятие 7. Решение задачи Коши для гиперболических уравнений второго порядка с двумя переменными методом характеристик.

Практическое занятие 8. Решение задачи Гурса для гиперболических уравнений второго порядка методом характеристик.

Практическое занятие 9. Решение задачи Коши для гиперболических уравнений второго порядка с двумя переменными методом Римана.

Практическое занятие 10. Решение смешанных задач для уравнения колебаний струны методом разделения переменных (методом Фурье).

Практическое занятие 11. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований Фурье.

Практическое занятие 12. Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом разделения переменных (методом Фурье).

Практическое занятие 13. Решение внутренней и внешней задач Дирихле для уравнения Пуассона в круге методом разделения переменных.

Практическое занятие 14. Решение внутренней и внешней задач Неймана для уравнения Лапласа в круге методом разделения переменных.

Практическое занятие 15. Решение смешанных задач для уравнения Пуассона в прямоугольнике методом разделения переменных.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- усвоение материала через решение практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на выполнение студенческих групповых заданий;
- использование различных способов оценивания деятельности студентов.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Уравнения математической физики» используются современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале:

- лекционный курс;
- задания для самоконтроля;
- вопросы для подготовки к экзамену.

Примерный перечень вопросов для самоконтроля

1. Решение простейших дифференциальных уравнений с использованием систем компьютерной математики.
2. Разработка алгоритмов для классификации уравнений с частными производными и их реализация в системе компьютерной математики.
3. Разработка алгоритмов для приведения к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя не-

зависимыми переменными. Реализация алгоритмов в системе компьютерной математики.
4. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Графическое изображение решения.
5. Смешанная задача для уравнения малых поперечных колебаний струны. Суммирование рядов в системе “Mathematica”.
6. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод конечных разностей. Реализация вычислительных алгоритмов в системе “Mathematica”.
7. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Метод конечных разностей. Реализация вычислительных алгоритмов в системе “Mathematica”.
8. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона с использованием систем компьютерной математики.
9. Гармонические функции. Визуализация принципа максимума в системе компьютерной математики.

Рекомендуемый перечень заданий
контрольных и самостоятельных работ

1. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.
2. Решение линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя переменными.
3. Математическое моделирование процессов колебаний, акустики, распространения тепла и электростатики краевыми задачами для уравнений математической физики.
4. Решение обобщенных задач Коши для линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными методом характеристик.
5. Решение обобщенных задач Коши для линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными методом Римана.
6. Решение задачи Гурса для линейных гиперболических уравнений второго порядка методом характеристик.
7. Решение задачи Штурма–Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений.
8. Решение смешанных задач для линейных гиперболических уравнений второго порядка методом разделения переменных.
9. Задача Коши для линейных параболических уравнений второго порядка.
10. Решение смешанных задач для линейных параболических уравнений второго порядка методом разделения переменных.

11. Построение функций Грина для уравнения Лапласа в простейших областях.
12. Решение простейших краевых задач для уравнения Лапласа методом функций Грина.
13. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона методом разделения переменных.

Примерный перечень вопросов к экзамену

Глава I. Введение в уравнения математической физики.

1. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
2. Понятия о краевой задаче, корректной по Адамару, и её классических решениях.

Глава II. Гиперболические уравнения математической физики.

3. Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач.
4. Решение задачи Коши на прямой в случае однородного уравнения. Формула Даламбера. Критерий корректности по Адамару.
5. Решение задачи Коши методом Дюамеля на прямой в случае неоднородного уравнения. Формула Даламбера. Критерий корректности по Адамару.
6. Решение обобщенной задачи Коши для гиперболических уравнений методом Римана. Формула Римана.
7. Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) при решении смешанных задач для гиперболических уравнений. Задача Штурма–Лиувилля.
8. Обоснование метода Фурье при решении первой смешанной задачи для уравнения колебаний струны.

Глава III. Параболические уравнения математической физики.

9. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач.
10. Теорема о максимуме и минимуме решений уравнения теплопроводности.
11. Следствия из теоремы о максимуме и минимуме решений уравнения теплопроводности для обоснования корректности краевых задач.
12. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение.
13. Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) при решении первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Задача Штурма–Лиувилля.
14. Обоснование метода Фурье при решении первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Понятие об обобщенных решениях этой смешанной задачи.

Глава IV. Эллиптические уравнения математической физики.

15. Интегральные формулы Грина.
16. Определение и свойства гармонических функций.

17. О единственности решений задач Дирихле и Неймана.
18. Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) при решении внутренней задачи Дирихле в круге. Задача Штурма–Лиувилля.
19. Обоснование метода Фурье при решении внутренней задачи Дирихле в круге.
20. Интеграл Пуассона.
21. Решение внутренней задачи Дирихле методом функций Грина. Функция Грина.
22. Решение внутренней задачи Дирихле в шаре методом функций Грина.
23. Теорема Лиувилля.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
отсутствует			

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математической кибернетики (протокол № от 202__ г.)

Заведующий кафедрой
д-р ф.-м. н., профессор ____________________ А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
д. ф.-м. н., профессор ______________________ С.М. Босяков