

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям



О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 998/б.

Математический анализ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки

Профилизации:

Веб-программирование и интернет-технологии

Математическое и программное обеспечение мобильных устройств

6-05-0533-08 Компьютерная математика и системный анализ

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-07-2023 по специальности 6-05-0533-07 «Математика и компьютерные науки», ОСВО 6-05-0533-08-2023 по специальности 6-05-0533-08 «Компьютерная математика и системный анализ», примерных учебных планов № 6-05-05-028/пр. от 30.01.2023г. и № 6-05-05-001/пр. от 25.10.2022г., учебных планов № 6-5.4-55/03 от 15.05.2023, № 6-5.4-55/02 от 15.05.2023, № 6-5.4-56/01 от 15.05.2023, № 6-5.4-55/23з. от 31.05.2023, № 6-5.4-55/22з. от 31.05.2023, № 6-5.4-55/13ин. от 31.05.2023, № 6-5.4-55/12ин. от 31.05.2023, № 6-5.4-56/11ин. от 31.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.В. Бровка, заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор;

И.Л. Васильев, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Е.В. Громак, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.Г. Кротов, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Т.С. Мардвилко, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Гороховик, заведующий Отделом нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной Академии Наук Республики Беларусь, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Национальной Академии наук Беларуси;

А.Б. Антоневич, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций Белорусского государственного университета (протокол № 18 от 07.06.2023);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий
кафедрой теории функций

Н.В. Бровка

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Математический анализ» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Задачи учебной дисциплины «Математический анализ»:

1. Формирование у студентов понятия числа.
2. Изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;
3. Изучение основ дифференциального и интегрального исчисления;
4. Использование основ дифференциального и интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

Место учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится:

- к модулю «Основы анализа» государственного компонента для специальности 6-05-0533-08 Компьютерная математика и системный анализ;
- к модулю «Основы анализа» 1 государственного компонента для специальности 6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки.

Связи с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина «Математический анализ» является основой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ» должно обеспечить формирование следующих универсальных и базовых профессиональных компетенций:

- для специальности 6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки

универсальные компетенции:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

базовые профессиональные компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы математического и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира;

- для специальности 6-05-0533-08 Компьютерная математика и системный анализ

базовые профессиональные компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира;

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;
- методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;
- новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

- использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;
- использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

- основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;
- методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;
- навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Математический анализ» изучается в 1, 2, 3 семестрах очной формы получения высшего образования.

6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки

Всего на изучение дисциплины отведено 644 часа, в том числе 424 аудиторных часа, из них: лекции – 200 часов, лабораторные занятия – 188 часов, управляемая самостоятельная работа – 36 часов, из них:

– 1 семестр – всего: 240 часов, в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

– 2 семестр – всего: 204 часа, в том числе 136 аудиторных часов, из них: лекции – 64 часа, лабораторные занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

– 3 семестр – всего: 200 часов, в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет в 1 и 3 семестре, экзамен в каждом

семестре.

6-05-0533-08 Компьютерная математика и системный анализ

Всего на изучение дисциплины отведено 860 часов, в том числе 424 аудиторных часа, из них: лекции – 200 часов, практические занятия – 188 часов, управляемая самостоятельная работа – 36 часов, из них:

– 1 семестр – всего: 288 часа в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, практические занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

– 2 семестр – всего: 252 часа, в том числе 136 аудиторных часов, из них: лекции – 64 часа, практические занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

– 3 семестр – всего: 320 часа в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, практические занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет и экзамен в каждом семестре.

Учебная дисциплина «Математический анализ» изучается в 1, 2, 3, 4, 5 семестрах заочной формы получения высшего образования по специальности *6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки*.

6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки

Всего на изучение дисциплины отведено 644 часов, в том числе 98 аудиторных часа, из них: лекции – 52 часа, лабораторные занятия – 46 часов, из них:

– 1 семестр (включая установочную сессию) – всего: 272 часа, в том числе 46 аудиторных часов, из них: лекции – 26 часов, лабораторные занятия – 20 часов, контрольная работа № 1.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

– 2 семестр – всего: 108 часов, в том числе 18 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 10 часов, контрольная работа № 2.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

– 3 семестр – всего: 86 часов, в том числе 18 аудиторных часов, из них: лекции – 10 часов, лабораторные занятия – 8 часов, контрольная работа № 3.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Промежуточной аттестации нет.

– 4 семестр – всего: 88 часов, в том числе 16 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 8 часов, контрольная работа № 4.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

– 5 семестр – всего: 90 часов, контрольная работа № 5.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Элементы теории множеств

Тема 1.1 Правила логического вывода. Множества, отношения, функции

Высказывания. Кванторы общности и существования. Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения. Понятие отображения (функции). Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Тема 1.2 Множество действительных чисел

Аксиоматика и модели множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Границы числовых множеств. Ограниченные множества. Точные границы множества. Теорема Дедекинда.

Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления.

Понятие о мощности множества, основные мощности. Теорема Кантора о несчетности континуума.

РАЗДЕЛ II. Теория пределов

Тема 2.1 Предел последовательности

Ограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Тема 2.2 Предел функции

Определение предела функции по Коши и по Гейне. Общие свойства предела функции. Предел и операции над функциями. Предел функции и неравенства. Замечательные пределы.

Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау. Критерий Коши существования предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 2.3 Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиций.

Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.

РАЗДЕЛ III. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 3.1 Дифференцируемые функции

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Связь дифференцирования с операциями над функциями. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Экстремумы функции. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши). Правила Лопиталя.

Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши. Разложение элементарных функций.

Монотонность и знак производной. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

РАЗДЕЛ IV. Интегральное исчисление функций одной переменной

Тема 4.1 Неопределенный интеграл

Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Интегрирование по частям и замена переменной.

Интегрирование рациональных функций, интегрирование некоторых иррациональностей.

Тема 4.2 Определенный интеграл Римана

Примеры задач, приводящих к понятию интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.

Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Тема 4.3 Приложения определенного интеграла

Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.

Тема 4.4 Несобственные интегралы

Несобственные интегралы и их свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

РАЗДЕЛ V. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 5.1 Метрические пространства

Метрика, шары, открытые множества. Внутренние точки множества, внутренность. Предельные и изолированные точки множества. Замкнутые множества, замыкание, граница. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Компактные и связные множества.

Предел последовательности и функции в метрическом пространстве. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.

Непрерывные функции на метрических пространствах. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Тема 5.2 Дифференцируемые функции многих переменных

Линейные формы на R^d , гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемость, производная и ее свойства. Формула Лагранжа.

Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.

Полином Тейлора, формула Тейлора.

Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Тема 5.3 Дифференцируемые векторные функции

Векторные функции, компоненты. Линейные отображения из R^n в R^m . Дифференцируемые векторные функции. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Гомеоморфизм. Теорема Брауера. Теорема об обратной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

РАЗДЕЛ VI. Теория рядов

Тема 6.1 Числовые ряды

Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши.

Абсолютная и условная сходимость, связь между ними. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Ассоциативность и коммутативность в теории рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Тема 6.2 Функциональные последовательности и ряды

Равномерная сходимость, критерий Коши. Теорема о перестановке предельных переходов. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.

Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Тема 6.3 Ряды Фурье

Тригонометрическая система, ряды Фурье. Интегральные представления для сумм Фурье.

Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле-Жордана.

Тема 6.4 Интегралы, зависящие от параметра

Элементарная теория. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле. Гамма- и бета-функции Эйлера.

РАЗДЕЛ VII. Интегрирование в евклидовых пространствах

Тема 7.1 Мера Жордана в R^d

Построение меры Жордана на евклидовых пространствах. Критерии измеримости. Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число π , неизмеримое по Жордану множество. Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Тема 7.2 Интеграл Римана в R^d

Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану. Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.

Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла. Мера декартова произведения измеримых множеств. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия

Тема 7.3 Криволинейные интегралы. Формула Грина.

Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.

Тема 7.4 Поверхностные интегралы

Поверхность, площадь поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности, ориентация. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. Теория поля.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

для специальности

6-05-05333-07 Математика и компьютерные науки

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Элементы теории множеств	16			14			
1.1	Правила логического вывода. Множества, отношения, функции	6			8			
1.2	Множество действительных чисел	10			6			
2	Теория пределов	26			30		8	
2.1	Предел последовательности	10			14		4	коллоквиум, контрольная работа
2.2	Предел функции	4			10		2	контрольная работа
2.3	Непрерывные функции	12			6		2	контрольная работа
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	26			20		4	
3.1	Дифференцируемые функции	26			20		4	коллоквиум, контрольная работа
	Всего за 1 семестр	68			64		12	

4	Интегральное исчисление функций одной переменной	30				34	8	
4.1	Неопределенный интеграл	6				12	2	контрольная работа
4.2	Определенный интеграл Римана	14				12	2	контрольная работа
4.3	Приложения определенного интеграла	4				6		
4.4	Несобственные интегралы	6				4	4	коллоквиум, контрольная работа
5	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	34				26	4	
5.1	Метрические пространства	10				8		
5.2	Дифференцируемые функции многих переменных	14				12	2	коллоквиум
5.3	Дифференцируемые векторные функции	10				6	2	контрольная работа
	Всего за 2 семестр	64				60	12	
6	Теория рядов							
6.1	Числовые ряды.	8				12	2	контрольная работа
6.2	Функциональные последовательности и ряды.	12				8	2	коллоквиум
6.3	Ряды Фурье.	8				6		
6.4	Интегралы, зависящие от параметра.	10				10	2	контрольная работа
7	Интегрирование в евклидовых пространствах							

7.1	Мера Жордана в R^d .	4				4			
7.2	Интеграл Римана в R^d .	10				14		4	коллоквиум, контрольная работа
7.3	Криволинейные интегралы. Формула Грина.	10				6		2	контрольная работа
7.4	Поверхностные интегралы.	6				4			
	Всего за 3 семестр	68				64		12	
	Всего по дисциплине	200				188		36	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)
для специальности

6-05-05333-08 Компьютерная математика и системный анализ

Номер раздела, те- мы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Элементы теории множеств	16	14					
1.1	Правила логического вывода. Множества, отношения, функ- ции	6	8					
1.2	Множество действительных чи- сел	10	6					
2	Теория пределов	26	30				8	
2.1	Предел последовательности	10	14				4	коллоквиум, контрольная работа
2.2	Предел функции	4	10				2	контрольная работа
2.3	Непрерывные функции	12	6				2	контрольная работа
3	Дифференциальное исчисле- ние функций одной перемен- ной	26	20				4	
3.1	Дифференцируемые функции	26	20				4	коллоквиум, контрольная работа
	Всего за 1 семестр	68	64				12	
4	Интегральное исчисление	30	34				8	

	функций одной переменной											
4.1	Неопределенный интеграл	6	12							2		контрольная работа
4.2	Определенный интеграл Римана	14	12							2		контрольная работа
4.3	Приложения определенного интеграла	4	6									
4.4	Несобственные интегралы	6	4							4		коллоквиум, контрольная работа
5	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	34	26							4		
5.1	Метрические пространства	10	8									
5.2	Дифференцируемые функции многих переменных	14	12							2		коллоквиум
5.3	Дифференцируемые векторные функции	10	6							2		контрольная работа
	Всего за 2 семестр	64	60							12		
6	Теория рядов											
6.1	Числовые ряды.	8	12							2		контрольная работа
6.2	Функциональные последовательности и ряды.	12	8							2		коллоквиум
6.3	Ряды Фурье.	8	6									
6.4	Интегралы, зависящие от параметра.	10	10							2		контрольная работа
7	Интегрирование в евклидовых пространствах											
7.1	Мера Жордана в R^d .	4	4									

7.2	Интеграл Римана в R^d .	10	14				4	коллоквиум, контрольная работа
7.3	Криволинейные интегралы. Формула Грина.	10	6				2	контрольная работа
7.4	Поверхностные интегралы.	6	4					
	Всего за 3 семестр	68	64				12	
	Всего по дисциплине	200	188				36	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения высшего образования для специальности

6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	9
1	Элементы теории множеств	4					
1.1	Правила логического вывода. Множества, отношения, функции	2					
1.2	Множество действительных чисел	2					
2	Теория пределов	6			6		
2.1	Предел последовательности	2			2		Проверка индивидуальных заданий
2.2	Предел функции	2			2		контрольная работа № 1
2.3	Непрерывные функции	2			2		Проверка индивидуальных заданий
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	4			4		

3.1	Дифференцируемые функции	4				4	Проверка индивидуальных заданий
4	Интегральное исчисление функций одной переменной	12				10	
4.1	Неопределенный интеграл	4				2	Проверка индивидуальных заданий
4.2	Определенный интеграл Римана	4				4	Проверка индивидуальных заданий
4.3	Приложения определенного интеграла	2				2	Проверка индивидуальных заданий
4.4	Несобственные интегралы	2				2	контрольная работа № 2
	Всего за 1 семестр	26				20	
5	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	8				10	
5.1	Метрические пространства	2				2	Проверка индивидуальных заданий
5.2	Дифференцируемые функции многих переменных	4				6	контрольная работа № 3
5.3	Дифференцируемые векторные функции	2				2	Проверка индивидуальных заданий

		Всего за 2 семестр	8				10		
6	Теория рядов		10				8		
6.1	Числовые ряды		4				4		контрольная работа № 4
6.2	Функциональные последовательности и ряды		4				2		Проверка индивидуальных заданий
6.3	Ряды Фурье		2				2		Проверка индивидуальных заданий
	Всего за 3 семестр		10				8		
6.4	Интегралы, зависящие от параметра		2				2		Проверка индивидуальных заданий
7.2	Интеграл Римана в R^d		2				2		контрольная работа №5
7.3	Криволинейные интегралы. Формула Грина		2				2		Проверка индивидуальных заданий
7.4	Поверхностные интегралы		2				2		Проверка индивидуальных заданий
	Всего за 4 семестр		8				8		
	Всего по дисциплине		52				46		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

- 1 Зорич, В. А. Математический анализ: учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика и направлениям 01.03.01 Математика, 01.03.03 Механика и математическое моделирование, 02.03.01 Математика и компьютерные науки : в 2 ч. / В. А. Зорич. - Изд. 10-е, испр. - Москва : МЦНМО, 2020.
- 2 Кротов, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие для студ. уво по математическим спец. / В. Г. Кротов ; БГУ. - Минск : БГУ, 2017. - 375 с. – URL:<http://elib.bsu.by/handle/123456789/191394>.
- 3 Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие [для студентов физических и механико-математических специальностей вузов] / Б. П. Демидович. - Изд. 24-е, стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2022. - 623 с. – URL: <https://reader.lanbook.com/book/332675>.
- 4 Математический анализ. Задачи и упражнения : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям : в 3 ч. – Минск : Вышэйшая школа, 2022. (Для студентов учреждений высшего образования). Ч. 1 / [И. Л. Васильев и др.]. – 2022. – 293 с.
- 5 Математический анализ. Задачи и упражнения : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям : в 3 ч. – Минск : Вышэйшая школа, 2023. (Для студентов учреждений высшего образования). Ч. 2 / [С. А. Бондарев и др.]. – 2023. – 355 с.
- 6 Бровка, Н. В. Практикум по математическому анализу упражнения : учебное пособие : в 3 ч. Ч. 1 / Н. В. Бровка, А. В. Ляцкая, А. П. Карпова – Минск : БГУ, 2023. – 455 с. – (Классическое университетское издание). – URL:<https://elib.bsu.by/handle/123456789/303294>.

Перечень дополнительной литературы

- 7 Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.
- 8 С. М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990 и другие издания.
- 9 Э. И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.
- 10 Г. М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука. 2001 и другие издания.
- 11 Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной.

- Ряды : Учебник. – 5-е изд., перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. – 444 с.
- 12 Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ : Учебник. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 467 с.
 - 13 Сборник задач по математическому анализу /Под ред. Л. Д. Кудрявцева, М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.
 - 14 В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1985 и другие издания.
 - 15 А. М. Тер-Крикоров, И. И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
 - 16 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976 и другие издания.
 - 17 Г. Полия, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.
 - 18 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

- Контрольная работа.
- Коллоквиум.
- Проверка индивидуальных заданий.

Формой промежуточной аттестации учебными планами предусмотрен **зачет** в 1 и 3 семестре, **экзамен** в каждом семестре очной формы получения высшего образования для специальности 6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки; **зачет** и **экзамен** в каждом из 1, 2, 3 семестров очной формы получения высшего образования для специальности 6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки.

Для заочной формы получения образования предусмотрены **зачеты** в 1, 4 семестрах и **экзамены** в каждом из 1, 2, 5 семестров для специальности 6-05-0533-07 Математика и компьютерные науки.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Формирование отметки текущей аттестации: отметка текущей аттестации представляет собой среднеарифметическую величину отметок по всем формам текущего контроля знаний по учебной дисциплине.

Итоговая отметка по учебной дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки текущей аттестации составляет 50 %, экзаменационной отметки – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.1 Предел последовательности (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Ограниченные последовательности.

Предел последовательности и его свойства.

Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности).

Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 3.1 Дифференцируемые функции (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Задачи, приводящие к понятию производной.

Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Производные элементарных функций.

Правила дифференцирования.

Связь непрерывности и дифференцируемости.

Связь дифференцирования с операциями над функциями.

Производная обратной функции.

Производные высших порядков.

Экстремумы функции.

Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).

Правила Лопиталя.

Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.

Разложение элементарных функций.

Монотонность и знак производной.

Достаточные условия экстремума.

Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 4.4 Несобственные интегралы (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Несобственные интегралы и их свойства.

Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле.

Главное значение по Коши.

Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Абсолютная и условная сходимость.

Признак сравнения для интегралов от положительных функций.

Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 5.2 Дифференцируемые функции многих переменных (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Линейные формы на $\mathbb{R}^d$, гиперплоскость, общий вид линейной формы.

Дифференцируемость, производная и ее свойства.

Формула Лагранжа.

Частные производные.

Достаточное условие дифференцируемости.

Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.

Частные производные высших порядков.

Теорема Шварца.

Полином Тейлора, формула Тейлора.

Квадратичные формы и их матрицы.

Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

Локальные экстремумы функции.

Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции.

Достаточное условие экстремума.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 6.2 Функциональные последовательности и ряды (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Равномерная сходимость, критерий Коши.

Теорема о перестановке предельных переходов.

Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.

Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда.

Теорема Дини.

Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 7.2 Интеграл Римана в $\mathbb{R}^d$ (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану.

Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу.

Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.

Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность.

Неравенства для интеграла.

Мера декартова произведения измеримых множеств.

Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 2.1 Предел последовательности (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1) Сформулировать определения того, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ а) на языке « $\varepsilon - \delta$ », б) с помощью понятия окрестности, в) доказать по определению, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{7n^2 + n} = \frac{3}{7}.$$

2) Установить, является ли последовательность $a_n = (3^{(-1)^n} + 4^{(-1)^{n+1}})^{1/n}$ сходящейся и обосновать ответ

3) Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^{12} - 1)(4n + 2)^{12}}{(3n^2 + 2)^6 (n + 4)^{14}}.$

4) Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3^n + 2}{3^n} \right)^{2 \cdot 3^n - 1} + \frac{5n \cos^3 n}{2n^2 + 1} \right).$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.2 Предел функции (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1) Запишите определение на языке « $\varepsilon - \delta$ » следующего утверждения и приведите соответствующий пример $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$

2) Используя определение понятия предела, докажите, что $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+7}} = \frac{1}{3}.$

3) Найдите пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x^2 3^x}{1 + x^2 4^x} \right)^{\frac{1}{\lg^2 x}}$ б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos x} - 1}{\ln \sin x}$

4) Найдите эквивалентную в виде $A(x-2)^\alpha$ для функции

$$f(x) = 2^x - 4 + \lg^2(x-1).$$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.3 Непрерывные функции (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1. Доказать по определению, что функция $f(x) = -2x^2 - 4$ непрерывна в точке $x_0 = 3$

2. Исследовать функцию на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и построить график

a) $y = |x| - \frac{\pi}{2}$ при $|x| \leq -\frac{\pi}{2}$, $y = \operatorname{ctg} x$ при $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, $y = \operatorname{arctg} x$ при $x \geq 0$,

b) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n - x^{-n}}{x^n + x^{-n}}$

3. Доказать, что уравнение $x^5 - 6x^2 + 3x - 7 = 0$ имеет решения на отрезке $[0, 2]$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 3.1. Дифференцируемые функции (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1) Найти производные функций

a) $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$, b) $y = e^{2\sin 5x + 3\cos 2x}$, c) $y = \frac{e^x \cos x}{x + \sin x}$.

2) Построить графики функции, определив экстремумы, интервалы монотонности и интервалы выпуклости

a) $y = x^3 - 2x^2 + 1$, b) $y = x^2 e^x$, c) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.1. Неопределенный интеграл (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

Найти неопределенные интегралы

1) $\int \cos^{\alpha} x \sin x dx$, 2) $\int \frac{x dx}{2x^2 + 3x + 5}$, 3) $\int x \arcsin(x-1) dx$, 4) $\int x \arcsin(x-1) dx$,
5) $\int \frac{(1 + \sin x)^2 dx}{1 + \cos x}$, 6) $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x} dx}{(1+x)\sqrt{x}}$, 7) $\int e^x \sin^2 x dx$, 8) $\int \sqrt{x} \arcsin \sqrt{1-x} dx$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.2 Определенный интеграл Римана (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1. Вычислить по определению $\int_0^1 x dx$.

2. Вычислить

a) $\int_0^{\pi} (3 - 2x) \cos \frac{x}{2} dx$, b) $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$, c) $\int_0^{16} \frac{1 + \ln(x+1)}{x+1} dx$

3. Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

a) $x = -2y^2$, $x = 1 - 3y^2$,

b) $\rho = 1$ ($\rho \geq 1$), $\rho = 2 \cos 3\varphi$

4. Вычислить длину кривой $x = 5(t - \sin t)$, $y = 5(t - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.4. Несобственные интегралы (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

Определить сходимость несобственных интегралов

a) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1+x)}} dx$, b) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x |\ln x|^\rho}$, c) $\int_0^2 x \ln x dx$, d) $\int_0^2 x e^{-x} dx$, e) $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{|\sin x|^\alpha} dx$, $\alpha \in (0, 1)$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 5.3. Дифференцируемые векторные функции (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1. Найти матрицу Якоби функции

a) $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$, b) $f(r, \varphi, \theta) = (r \cos \varphi \sin \theta, r \sin \varphi \sin \theta, r \cos \theta)$.

2. Проверить условия теоремы об обратной функции для $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$ и найти области обратимости.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.1 Числовые ряды (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1. Найти сумму ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{6}{36k^2 - 24k - 5}$

2. Исследовать ряды на сходимость

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{3^{n^2}}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n+1} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(an)}{n+2} \right)^n$, $a > 0$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{(n+1)!}$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \sqrt{nx}}{n^\alpha}$, $x > 0$, b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{8}}{n^\alpha}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{(-1)^n}{n^p} \right)$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.4 Интегралы, зависящие от параметра (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1. Найти области равномерной сходимости несобственных интегралов от параметра

a) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^y}$, б) $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^y}$, в) $\int_1^{\infty} x^y e^{-x^y} dx$, г) $\int_0^{\infty} (y^3 + x) e^{-yx^2} dx$.

2. Доказать равномерную сходимость интеграла на указанном множестве S

a) $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} e^{-xy} dx$, $S = [0, \infty)$

б) $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} \frac{dx}{1+x^2 y^2}$, $S = (-\infty, +\infty)$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 7.2. Интеграл Римана в R^d (2 ч.)

Примерный вариант заданий:

1. Изменить порядок интегрирования

a) $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$, б) $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy$, в) $\int_0^{2\pi} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy$.

2. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования в том и другом порядках

a) $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$, б) $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$, в) $\int_0^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} f(x, y) dy$

3. Переходя к полярным координатам, вычислить площади, ограниченные следующими кривыми

a) $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$, $x^2 + y^2 \geq a^2$,

б) $(x^2 + y^2)^2 = a(x^2 - 3xy^2)$,

в) $(x^2 + y^2)^2 = 8axy$, $(x-a)^2 + (y-a)^2 \leq a^2$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 7.3. Криволинейные интегралы. Формула Грина.

Примерный вариант заданий:

1. Вычислить криволинейные интегралы 1-го рода

a) $\oint_C (x+y) ds$, C - треугольник с вершинами в точках $O(0,0)$, $A(0,1)$, $B(1,0)$,

б) $\oint_C y^2 ds$, C - арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$,

в) $\oint_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$, C - окружность $x^2 + y^2 = ax$.

2. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода

a) $\oint_C (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$, C - парабола $y = x^2$, $x \in [-1, 1]$, ориентированная воз-

растанием x ,

- б) $\oint_C (x+y)dx + (x-y)dy$, C - положительно ориентированный эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,
- в) $\oint_C (2a-y)dx + xdy$, C - арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика практических/лабораторных занятий

1 семестр

Занятие № 1. Высказывания. Кванторы общности и существования. Множества и операции над ними.

Занятие № 2. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения.

Занятие № 3. Понятие отображения (функции). Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение.

Занятие № 4. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Занятие № 5. Аксиоматика и модели множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Границы числовых множеств. Ограниченные множества. Точные границы множества. Теорема Дедекинда.

Занятие № 6. Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления.

Занятие № 7. Понятие о мощности множества, основные мощности. Теорема Кантора о несчетности континуума.

Занятие № 8. Ограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства.

Занятие № 9. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.

Занятие № 10. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Занятие № 11. Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Занятия № 12, 13. Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности).

Занятие № 14. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Занятие № 15. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Общие свойства предела функции. Предел и операции над функциями.

Занятие № 16. Предел функции и неравенства. Замечательные пределы.

Занятие № 17. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау.

Занятие № 18. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау.

Занятие № 19. Критерий Коши существования предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции

Занятие № 20. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Занятие № 21. Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Занятие № 22. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.

Занятие № 23. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Занятие № 24. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости.

Занятие № 25, 26. Связь дифференцирования с операциями над функциями. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Занятие № 27. Экстремумы функции. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).

Занятие № 28. Правила Лопиталя.

Занятие № 29. Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.

Занятие № 30. Разложение элементарных функций.

Занятие № 31. Монотонность и знак производной. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Занятие № 32. Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

2 семестр

Занятие № 1. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.

Занятие № 2. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций.

Занятие № 3. Интегрирование по частям и замена переменной.

Занятия № 4, 5. Интегрирование рациональных функций.

Занятие 6. Интегрирование некоторых иррациональностей.

Занятие № 7. Примеры задач, приводящих к понятию интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Занятие № 8. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций.

Занятие № 9. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.

Занятия № 10, 11. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Занятие № 12. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Занятие № 13. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции.

Занятие № 14. Площадь поверхности вращения.

Занятие № 15. Объем тела вращения

Занятие № 16. Несобственные интегралы и их свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Занятие № 17. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Занятие № 18. Метрика, шары, открытые множества. Внутренние точки множества, внутренность. Предельные и изолированные точки множества. Замкнутые множества, замыкание, граница. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Компактные и связные множества.

Занятие № 19. Предел последовательности и функции в метрическом пространстве. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Занятие № 20. Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.

Занятие № 21. Непрерывные функции на метрических пространствах. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Занятие № 22. Линейные формы на R^d , гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемость, производная и ее свойства. Формула Лагранжа.

Занятие № 23, 24. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.

Занятие № 25. Полином Тейлора, формула Тейлора.

Занятия № 26, 27. Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Занятие № 28. Векторные функции, компоненты. Линейные отображений из R^n в R^m . Дифференцируемые векторные функции.

Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Занятие № 29. Гомеоморфизм. Теорема Брауера. Теорема об обратной функции.

Занятие № 30. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

3 семестр

Занятия № 1, 2. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью

стью ряда. Операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

Занятие № 3. Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши.

Занятия № 4, 5. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Занятие № 6. Ассоциативность и коммутативность в теории рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Занятие № 7. Равномерная сходимость, критерий Коши. Теорема о перестановке предельных переходов.

Занятие № 8. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.

Занятие № 9. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.

Занятие № 10. Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Занятие № 11. Тригонометрическая система, ряды Фурье. Интегральные представления для сумм Фурье.

Занятие № 12, 13. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле-Жордана.

Занятия № 14, 15. Элементарная теория. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Занятие № 16-18. Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле. Гамма- и бета-функции Эйлера.

Занятие № 19, 20. Построение меры Жордана на евклидовых пространствах. Критерии измеримости. Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число π , неизмеримое по Жордану множество. Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Занятие № 21. Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану. Необходимое условие интегрируемости. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.

Занятия № 22, 23. Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла.

Занятие № 24. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия.

Занятие № 25. Замена переменной в кратном интеграле.

Занятие № 26, 27. Приложения кратных интегралов.

Занятие № 28. Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области.

Занятие № 29, 30. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.

Занятие № 31. Поверхность, площадь поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности, ориентация.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математический анализ» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Пример индивидуальных заданий:

Тема 3.1 Дифференцируемые функции

Задание 1 (уровень узнавания).

Дайте определение производной функции.

Задание 2 (уровень воспроизведения).

Вычислите производные функций:

$$y = x \sin 3x; y = \lg^5(\operatorname{tg} 3x).$$

Задание 3 (уровень применения полученных знаний).

Найти $y^{(25)}$, если $y = x^2 \sin x$.