БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям
____________________ О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12677/уч.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1 - 31 03 01 **Математика (по направлениям)**

Направление специальности:

1 - 31 03 01 - 04 Математика (научно-конструкторская деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 01-2013 учебного плана G 31-209/уч. от 29.05.2015 г.

СОСТАВИТЕЛИ:
Ф.Е. Ломовцев – профессор кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:
И.В. Кашникова – доцент кафедры микропроцессорных систем и сетей Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:
кафедрой математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 11 от 28.06.2023);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023 г.)

Заведующий кафедрой ______________ А.Л. Гладков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В дисциплине по выбору студента цикла специальных дисциплин «Дифференциально-операторные уравнения» излагаются новые методы исследования корректности по Адамару задачи Коши для линейных параболических и гиперболических дифференциально-операторных уравнений (ДОУ) в случае переменных областей определения, т.е. зависящих от параметра областей определения. Важность изучения данных ДОУ состоит в том, что к ДОУ с переменными областями определения неограниченных операторных коэффициентов сводятся многие краевые задачи для параболических и гиперболических уравнений в частных производных и уравнений математической физики с зависящими от времени коэффициентами в уравнениях (нестационарные уравнения) и граничных условиях (нестационарные граничные условия). Такие краевые задачи моделируют различные плохо изученные нестационарные волновые процессы, упругость, акустику, теплопередачу, фильтрацию, диффузию и другие в случае изменяющихся во времени граничных режимов и их типов. Под корректностью по Адамару краевых задач для ДОУ и уравнений в частных производных понимается существование, единственность и устойчивость по исходным данным решений этих краевых задач. В первом разделе дисциплины даются основные известные понятия теории ДОУ и доказываются некоторые новые нужные утверждения функционального анализа о замыкании и сопряженном операторе. Во втором разделе изучается корректность абстрактной задачи Коши для дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения разрывных операторных коэффициентов. Теоремы корректности частных случаев таких уравнений были получены Лионсом для слабых решений и Н.И. Юрчуком для сильных решений. Согласно методу энергетических неравенств, во втором разделе сначала выводится априорная оценка сильных решений задачи Коши и затем для ее всюду разрешимости доказывается плотность множества значений этой задачи Коши. Гладкость сильных решений изучается новым методом Ф.Е. Ломовцева вспомогательных краевых задач (задачи Коши). Приводятся примеры новых корректных смешанных задач, для которых не существуют глобальные сглаживающие операторы. В третьем разделе исследуются слабые решения обобщением Ф.Е. Ломовцевым метода Лионса на несамосопряженные операторные коэффициенты и также даются корректные смешанные задачи для уравнений с разрывными граничными условиями из диссертации К.В. Василевского. В четвертом и пятом разделах изучаются гиперболические ДОУ второго порядка с переменными областями определения, корректность которых впервые была установлена Ф.Е. Ломовцевым в классе сильных решений модификацией метода энергетических неравенств и перенесена на слабые решения обобщением метода Трева. Гладкость сильных и слабых решений гиперболических ДОУ второго порядка повышается новым методом вспомогательных задач Коши. Эти результаты иллюстрируются новыми корректными смешанными задачами для уравнения колебаний струны при нестационарных граничных условиях из диссертаций Ф.Е. Ломовцева и Д.А. Ляхова. Широко используются основные методы уравнений математической физики, математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений и функционального анализа, которые должны быть изложены в предшествующих курсах. Из функционального анализа обязательно знание основ теории линейных операторов, действующих не только в гильбертовых пространствах, но и в банаховых пространствах.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель дисциплины «Дифференциально-операторные уравнения»: научить студентов владеть основными понятиями теории линейных дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения неограниченных операторных коэффициентов и математическими методами исследования корректности по Адамару абстрактных задач Коши для параболических и гиперболических дифференциально-операторных уравнений соответственно первого и второго порядков.

Образовательная цель: изложение основных принципов постановки краевых задач для параболических и гиперболических дифференциально-операторных уравнений; овладение основными математическими методами исследования корректности по Адамару этих абстрактных задач Коши; изучение новых математических методов повышения гладкости их сильных и слабых обобщенных решений.

Развивающая цель: дальнейшее формирование у студентов навыков математического мышления, математического моделирования и умения применять его в конкретных физических и практических задачах.

Воспитательная цель: формирование у студентов стремления к дальнейшему получению знаний в области дифференциально-операторных уравнений, уравнений математической физики и их использованию в прикладных краевых задач и актуальных социальных проблем современного общества.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Дифференциально-операторные уравнения»:

– освоение основных понятий дифференциально-операторных уравнений с зависящими от параметра областями определения и их приложений к краевым задачам для дифференциальных уравнений с частными производными при нестационарных граничных условиях;

– освоение основных методов исследования корректности и повышения гладкости обобщенных решений абстрактных задач Коши для параболических и гиперболических дифференциально-операторных уравнений соответственно первого и второго порядков с зависящими от параметра областями определения;

– исследование корректности смешанных задач математической физики, моделирующих нестационарные процессы колебаний струны, мембраны и газа и нестационарные процессы теплообмена и диффузии веществ.

Место учебной дисциплины. В системе подготовки специалиста с высшим образованием учебная дисциплина относится **к циклу** специальных дисциплин компонента учреждения образования, является дисциплиной по выбору студента.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных **связей** и программ по дисциплинам: «Уравнения математической физики», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Интегральные уравнения», «Функциональный анализ» и «Дополнительные главы уравнений математической физики».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дифференциально-операторные уравнения» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, не связанных со сферой деятельности.

ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-20. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-21. Определять цели инноваций и способы их достижения.

ПК-24. Оценивать конкурентоспособность и экономическую эффективность разрабатываемых технологий.

ПК-25. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

ПК-26. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.

ПК-27. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения и их приложения к краевым задачам для дифференциальных уравнений с частными производными при нестационарных граничных условиях;

– основные методы исследования корректности абстрактных задач Коши для параболических и гиперболических дифференциально-операторных уравнений соответственно первого и второго порядков с переменными областями определения;

– новые методы повышения гладкости сильных и слабых обобщённых решений абстрактных задач Коши для этих дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения;

– основные методы исследования корректности смешанных задач для параболических и гиперболических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях;

уметь:

– поставить корректные задачи Коши для параболических и гиперболических дифференциально-операторных уравнений соответственно первого и второго порядков с переменными областями определения;

– поставить корректные смешанные задачи для простейших параболических и гиперболических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях;

– исследовать корректность и гладкость сильных и слабых обобщенных решений смешанных задач для простейших параболических и гиперболических уравнений при нестационарных граничных условиях;

– использовать на лабораторных занятиях персональный компьютер в системе Mathematica для явного решения основных смешанных задач математической физики;

владеть:

– методами исследования корректности нестационарных краевых задач для простейших уравнений математической физики при нестационарных граничных условиях;

– методами доказательства теорем для повышения гладкости сильных и слабых обобщенных решений нестационарных краевых задач для уравнений математической физики при нестационарных граничных условиях.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 7 семестре. Форма получения высшего образования – дневная (очная).

Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциально-операторные уравнения» отведено:

– в очной форме получения высшего образования: 120 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.
Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение в теорию линейных дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения.

Тема 1.1. Основные понятия теории линейных дифференциально-операторных уравнений. Основные понятия теории линейных дифференциально-операторных уравнений и теории уравнений с частными производными. Постановка краевых задач. Корректные по Адамару и условно корректные по Тихонову краевые задачи. Обзор научной литературы по дифференциально-операторным уравнениям с переменными областями определения.

Тема 1.2. Замыкание и сопряженный оператор произведения двух линейных неограниченных операторов. Определения замыкания и критерия замыкаемости линейных операторов в банаховых пространствах. Определение сопряженного оператора к неограниченному оператору в банаховых пространствах. Новые теоремы о замыкании и сопряженном операторе произведения двух линейных операторов, один из которых неограничен.

Раздел 2. Сильные решения параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов.

Тема 2.1. Постановка задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов. Постановка абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения линейных неограниченных операторных коэффициентов. Основные предположения на кусочно-сглаживающиеся операторные коэффициенты уравнения.

Тема 2.2. Энергетическое неравенство для сильных решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Основные банаховы пространства. Определение сильных решений этой абстрактной задачи Коши. Свойства гладкости ее сильных решений. Вывод энергетического неравенства сильных решений этой задачи Коши и его следствия. Теорема единственности сильных решений абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.

Тема 2.3. Плотность множества значений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Доказательство плотности множества значений абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения кусочно-сглаживающихся неограниченных операторных коэффициентов. Абстрактные сглаживающие операторы с кусочно-переменными областями определения и их свойства. Условия согласования в точках разрывов сглаживающих операторов в случае существования лишь кусочно-сглаживающих операторов. Теорема существования сильных решений этой абстрактной задачи Коши. Следствие о корректности задачи Коши для общих параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с младшей частью и переменными областями определения.

Тема 2.4. Исследование гладкости сильных решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Исследование локальной и глобальной гладкости сильных решений абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения кусочно-сглаживающихся неограниченных операторных коэффициентов методом вспомогательной абстрактной задачи Коши. Теоремы повышения гладкости сильных решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения.

Тема 2.5. Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных переменных порядков по пространственным переменным. Постановка смешанных задач для параболических и неклассических уравнений в частных производных переменных порядков с общими граничными условиями типа Дирихле и Неймана. Сведение этих смешанных задач к изученной абстрактной задаче Коши. Проверка предположений теорем существования, единственности и устойчивости абстрактной задачи Коши. Теорема о корректности поставленных смешанных задач.

Раздел 3. Слабые решения параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.

Тема 3.1. Постановка задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов. Постановка абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения линейных неограниченных операторов. Основные предположения на операторные коэффициенты уравнения. Определение слабых решений этой абстрактной задачи Коши.

Тема 3.2. Существование слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения гладких операторов. Доказательство теоремы существования слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Проекционная теорема Ж.-Л. Лионса о существовании решений общих операторных уравнений.

Тема 3.3. Единственность слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения гладких операторов. Доказательство теоремы единственности слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Следствие из проекционной теоремы Ж.-Л. Лионса об оценке слабых решений общих операторных уравнений. Следствие о корректности задачи Коши для общих параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с младшей частью и переменными областями определения.

Тема 3.4. Исследование гладкости слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Исследование гладкости слабых решений абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения гладких операторных коэффициентов методом вспомогательной абстрактной задачи Коши. Доказательство теоремы о повышении гладкости слабых решений этой абстрактной задачи Коши.

Тема 3.5. Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях. Постановка смешанных задач для параболических и неклассических уравнений в частных производных с зависящими от времени коэффициентами в граничных условиях общего вида. Сведение этих смешанных задач к изученной абстрактной задаче Коши. Проверка предположений теорем существования, единственности и устойчивости слабых решений абстрактной задачи Коши для параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения. Теорема о корректности поставленных смешанных задач.

Раздел 4. Сильные решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.

Тема 4.1. Постановка задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения неограниченных операторных коэффициентов. Постановка абстрактной задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения линейных неограниченных операторных коэффициентов.

Основные предположения на кусочно-сглаживающиеся операторные коэффициенты уравнения.

Тема 4.2. Энергетическое неравенство для сильных решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Основные банаховы пространства решений и входных данных. Определение сильных решений этой абстрактной задачи Коши. Свойства гладкости ее сильных решений. Вывод энергетического неравенства сильных решений этой задачи Коши и его следствия. Абстрактные сглаживающие операторы с переменными областями определения и их свойства. Формула Като для резольвент неограниченных операторов. Теорема единственности сильных решений абстрактной задачи Коши для параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения.

Тема 4.3. Плотность множества значений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения. Доказательство плотности множества значений абстрактной задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения неограниченных операторов. Теорема существования сильных решений этой абстрактной задачи Коши. Следствие о корректности задачи Коши для параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с младшей частью и переменными областями определения.

Тема 4.4. Исследование гладкости сильных решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения. Исследование гладкости сильных решений абстрактной задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с зависящими от параметра областями определения неограниченных операторов методом вспомогательной абстрактной задачи Коши. Теоремы повышения гладкости сильных решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения.

Тема 4.5. Корректные смешанные задачи для уравнения колебаний струны при нестационарных граничных условиях третьего рода. Постановка смешанных задач для уравнения колебаний ограниченной струны с зависящими от времени граничными условиями третьего рода. Сведение смешанных задач к изученной абстрактной задаче Коши. Проверка предположений теорем существования, единственности и устойчивости абстрактной задачи Коши для смешанных задач. Теоремы о корректности поставленных смешанных задач.

Раздел 5. Слабые решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.

Тема 5.1. Постановка задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторов. Постановка абстрактной задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с зависящими от параметра областями определения линейных неограниченных операторов. Основные предположения на операторные коэффициенты уравнения. Определение слабых решений этой абстрактной задачи Коши.

Тема 5.2. Существование слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторов. Доказательство теоремы существования слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения с помощью проекционной теоремы Ж.-Л. Лионса о существовании решений общих операторных уравнений.

Тема 5.3. Единственность слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторов. Доказательство теоремы единственности слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с помощью абстрактных сглаживающих операторов нового типа. Следствие о корректности задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с младшей частью и переменными областями определения.

Тема 5.4. Новая сглаживающая задача Коши и её свойства. Постановка абстрактной сглаживающей задачи Коши со сглаженными правыми частями. Формулировка и доказательство основных сглаживающих и предельных свойств абстрактной сглаживающей задачи Коши нового типа.

Тема 5.5. Исследование гладкости слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения. Исследование гладкости слабых решений абстрактной задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с зависящими от параметра областями определения гладких операторных коэффициентов методом вспомогательной абстрактной задачи Коши. Доказательство теоремы о повышении гладкости слабых решений этой абстрактной задачи Коши.

Тема 5.6. Корректные смешанные задачи для гиперболических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях. Постановка смешанных задач для гиперболических уравнений в частных производных с зависящими от времени коэффициентами в граничных условиях. Сведение этих смешанных задач к изученной абстрактной задаче Коши. Проверка предположений теорем существования, единственности и устойчивости слабых решений абстрактной задачи Коши для гиперболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения. Теоремы о корректности поставленных смешанных задач.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	**Название раздела, темы**	**Количество аудиторных часов**					**Количество часов УСР**	**Форма контроля знаний**
		Лекции	**Практические занятия**	**Семинарские занятия**	**Лабораторные занятия**	**Иное**		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Введение в теорию линейных дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения.**	**2**			**6**			
1.1	Основные понятия теории линейных дифференциально-операторных уравнений.	2						Устный опрос
1.2	Замыкание и сопряженный оператор произведения двух линейных неограниченных операторов.				6			Экспресс-опрос
2	**Сильные решения параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов.**	**8**			**6**		**1**	
2.1	Постановка задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов.	2						Устный опрос
2.2	Энергетическое неравен-	2						Экспресс-

	ство для сильных решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.							опрос
2.3	Плотность множества значений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.	2						Письменная контрольная работа № 1 по разделу 2
2.4	Исследование гладкости сильных решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.	2					1	Отчет
2.5	Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных переменных порядков по пространственным переменным.				6			Доклады
3	**Слабые решения параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.**	**8**			**6**		**1**	
3.1	Постановка задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов.	2						Устный опрос
3.2	Существование слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка	2						Письменная контрольная

	с переменными областями определения гладких операторов.							работа № 2 по разделу 3
3.3	Единственность слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения гладких операторов.	2					1	Отчет
3.4	Исследование гладкости слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.	2						Коллоквиум
3.5	Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях.				6			Доклады
4	**Сильные решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.**	**8**			**6**		**2**	
4.1	Постановка задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения неограниченных операторных коэффициентов.	2						Устный опрос
4.2	Энергетическое неравенство для сильных решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.	2						Письменная контрольная работа № 3 по разделу 4
4.3	Плотность множества значений задачи Коши для	2						Коллоквиум

	гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения.							
4.4	Исследование гладкости сильных решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения.	2					2	Отчет
4.5	Корректные смешанные задачи для уравнения колебаний струны при нестационарных граничных условиях третьего рода.				6			Доклады
5.	**Слабые решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.**	**10**			**6**		**2**	
5.1	Постановка задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторов.	2						Устный опрос
5.2	Существование слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторов.	2						Экспресс-опрос
5.3	Единственность слабых решений задачи Коши для параболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторов.	2					2	Отчет
5.4	Новая сглаживающая задача Коши и её свойства.	2						Письменная кон-

								трольная работа № 4 по разделу 5
5.5	Исследование гладкости слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциально-операторного уравнения первого порядка с переменными областями определения.	2						Коллоквиум
5.6	Корректные смешанные задачи для гиперболических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях.				6			Доклады
	ИТОГО	**36**			**30**		**6**	

ИНФОРМАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие для вузов. / М.М. Карчевский. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. –164 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https: // e.lanbook.com/book/321200.
2. Палин, В.В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для вузов, для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественнонаучным направлениям. / В.В. Палин, Е.В. Радкевич; МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2021. – 222 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Ломовцев Ф.Е. Абстрактные эволюционные дифференциальные уравнения с разрывными операторными коэффициентами // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31. № 7. С. 1132–1141.
2. Ломовцев Ф.Е. О необходимых и достаточных условиях однозначной разрешимости задачи Коши для гиперболических дифференциальных уравнений второго порядка с переменными областями определения операторных коэффициентов //Дифференц. уравнения. 1992. Т. 28. № 5. С. 873–886.
3. Ломовцев Ф.Е. Гиперболические дифференциально-операторные уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторных коэффициентов // Докл. НАН Беларуси. 2001.Т.45. №1. С.34–37.
4. Ломовцев Ф.Е. Обобщение теории Лионса для эволюционных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными областями определения гладких операторных коэффициентов. I. II. // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42. № 5. С. 630–640. 2006. Т. 42. №6. С. 820–826.
5. Юрчук Н.И. Метод энергетических неравенств в исследовании дифференциально-операторных уравнений. Дис.…д-ра физ.-мат.наук / 01.01.02. Математ. ин-т им. В.А. Стеклова. М. 1981.
6. Василевский К.В. Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений первого и третьего порядка с переменными областями определения гладких и кусочно-гладких операторов. Дис. к. физ.-мат.наук / 01.01.02. Мн. 2011.
7. Ломовцев Ф.Е. Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения гладких и разрывных операторных коэффициентов. Дис.…д-ра физ.-мат.наук/01.01.02.Мн. 2002.

8. Ляхов Д.А. Слабые решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения. Дис. к. физ.-мат.наук / 01.01.02. Мн. 2013.
9. Ломовцев Ф.Е. Электронный конспект лекций курса «Дифференциально-операторные уравнения». https://edummf.bsu.by/course/view.php?id=534

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и текущей аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства ткущего контроля:

- опрос,
- экспресс-опрос,
- письменная контрольная работа,
- коллоквиум,
- отчет по письменному заданию,
- доклад.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дифференциально-операторные уравнения» учебным планом предусмотрен **зачет.**

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- проверка отчета по УСР – 20%.
- коллоквиум – 25%.
- проверка контрольной работы – 40%.
- опрос –15%.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Управляемая самостоятельная работа по дисциплине «Дифференциально-операторные уравнения» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий. Контроль осуществляется в форме отчетов по письменным заданиям.

Раздел 2. Сильные решения параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения неограниченных кусочно-сглаживающихся операторов.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 2 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Раздел 3. Слабые решения параболических дифференциально-операторных уравнений первого порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 3 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Раздел 4. Сильные решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 4 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Раздел 5. Слабые решения гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения гладких неограниченных операторов.

Управляемая самостоятельная работы предполагает изучение учебного материала раздела 5 по основной и дополнительной литературе. Усвоение материала контролируется в выполнении индивидуальных заданий.

Форма контроля – отчет по письменному заданию.

Доклады на лабораторных занятиях

Некоторые студенты готовят доклады по одной из смешанных задач разделов 2–5 на лабораторных занятиях и вне аудиторных занятий, а потом выступают с ними на занятиях своей группы.

Форма контроля – доклад.

Примерная тематика лабораторных занятий

Лабораторное занятие 1. Новые леммы о замыкании произведения двух линейных ограниченного и неограниченного операторов, действующих в банаховых пространствах.

Лабораторное занятие 2. Новые леммы о сопряженном операторе произведения двух линейных ограниченного и неограниченного операторов в банаховых пространствах.

Лабораторное занятие 3. Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных переменных порядков по пространственным переменным с зависящими от времени граничными условиями типа Дирихле во множестве сильных решений.

Лабораторное занятие 4. Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных переменных порядков по пространственным переменным с зависящими от времени граничными условиями типа Неймана во множестве сильных решений.

Лабораторное занятие 5. Корректные смешанные задачи для уравнения колебаний струны при нестационарных граничных условиях третьего рода в сильных решениях.

Лабораторное занятие 6. Корректные смешанные задачи для гиперболических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях с зависящими от времени коэффициентами во множестве слабых решений.

Лабораторное занятие 7. Исследование корректности смешанных задач для уравнения колебаний струны при граничных условиях с зависящими от времени коэффициентами в системе “Mathematica”.

Лабораторное занятие 8. Решение обобщенной задачи Коши для гиперболических уравнений второго порядка с двумя переменными в системе “Mathematica”.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- усвоение материала через решение практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на выполнение студенческих групповых заданий;
- использование различных способов оценивания деятельности студентов;
- самостоятельную подготовку научных докладов и выступление с ними на лабораторных занятиях группы.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Дифференциально-операторные уравнения» используются современные информационные ресурсы, размещенные на образовательном портале:

– лекционный курс;
– задания для самоконтроля;
– вопросы для подготовки к экзамену.

Примерный перечень вопросов для самоконтроля

1. Доказательство теоремы существования, единственности и устойчивости сильных решений смешанных задач для параболических уравнений в частных производных переменного порядка по пространственным переменным с зависящими от времени коэффициентами в граничных условиях.
2. Доказательство теоремы существования, единственности и устойчивости слабых решений смешанных задач для параболических уравнений в частных производных с зависящими от времени коэффициентами в граничных условиях.
3. Доказательство теоремы существования, единственности и устойчивости сильных решений смешанной задачи для уравнения вынужденных колебаний ограниченной струны с зависящими от времени коэффициентами в граничных условиях третьего рода.
4. Доказательство теоремы существования, единственности и устойчивости слабых решений смешанной задачи для неоднородных гиперболических уравнений в частных производных переменного порядка с зависящими от времени коэффициентами в граничных условиях.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Постановка задачи Коши для параболических ДОУ первого порядка с переменными областями определения операторов. Основные пространства. Определение сильных решений задачи Коши.
2. Энергетическое неравенство для сильных решений задачи Коши. Теорема единственности.
3. Плотность множества значений задачи Коши. Теорема существования.
4. Абстрактные сглаживающие операторы и их свойства.
5. Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных переменных порядков по пространственным переменным.
6. Постановка задачи Коши для параболических ДОУ первого порядка с переменными областями определения операторов. Определение слабых решений задачи Коши.
7. Теорема существования слабых решений задачи Коши. Проекционная терема Ж.-Л. Лионса.
8. Теорема единственности слабых решений задачи Коши.

9. Корректные смешанные задачи для параболических и неклассических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях.
10. Постановка задачи Коши для гиперболических ДОУ второго порядка с переменными областями определения операторов. Основные пространства. Определение сильных решений задачи Коши.
11. Энергетическое неравенство для сильных решений задачи Коши. Теорема единственности.
12. Абстрактные сглаживающие операторы и их свойства.
13. Плотность множества значений задачи Коши. Теорема существования.
14. Теорема о сопряженном операторе к произведению ограниченного и неограниченного операторов.
15. Корректные смешанные задачи для уравнения колебаний струны при нестационарных граничных условиях.
16. Постановка задачи Коши для гиперболических ДОУ второго порядка с переменными областями определения операторов. Определение слабых решений задачи Коши.
17. Теорема существования слабых решений задачи Коши. Проекционная терема Ж.-Л. Лионса.
18. Новая сглаживающая задача Коши и ее свойства.
19. Теорема единственности слабых решений задачи Коши.
20. Корректные смешанные задачи для гиперболических уравнений в частных производных при нестационарных граничных условиях.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Краевые задачи в микроэлектронике	Кафедра математической кибернетики	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения (протокол № 11 от 28.06.2023)
Дополнительные главы уравнений математической физики	Кафедра математической кибернетики	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения (протокол № 11 от 28.06.2023)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «Математической кибернетики» (протокол № от 202__ г.)

Заведующий кафедрой
д-р ф.-м. н., профессор ____________________ А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
д-р ф.-м. н., профессор ____________________ С.М. Босяков